الأستاذ الدكتور
وليد مصطفى صهيوني
الأستاذ في فيزياء البلازما النظرية

مقدمة
في فيزياء البلازما

مقدمة

يتميز العصر الحالي بهيمنة العلوم الحديثة على كل مظاهر الحياة وعلى مصير وتقدم الأمم والشعوب. ويعتبر علم فيزياء البلازما مفتاح تكنولوجيا هذا العصر سواء في علوم طاقة الاندماج النووي أو بلازما المواد أو بلازما الإلكترونيات أو بلازما الليزر وغيره... ومما لاشك فيه أنه عندما يحظى علم فيزياء البلازما بالاهتمام الكافي فسوف يكون مردوده الصناعي والاقتصادي هائلاً. ومما لاشك فيه أن التقدم العلمي الهائل في أبحاث الحصول على الطاقة من خلال تفاعلات الاندماج النووي الحراري في البلازما يدفع جميع بلدان العالم – ومن بينها الدول العربية- إلى التطلع والاهتمام ومحاولة المشاركة واللحاق بالركب العالمي في هذا المجال والذي ثبت من خلال نتائجه الحديثة اقتراب ذلك العصر الذي تبنى فيه مفاعلات الطاقة بالاندماج النووي بما لها مزايا وقدرات تفوق بكثير تلك التي يمكن الحصول عليها من المصادر المعروفة الأخرى، بما فيها طاقة الانشطار النووي. . كما أن هذا المجال أصبح مقبولاً ومعترفاً به من قبل المجتمع العلمي العالمي كمصدر نقي وآمن ونظيف للطاقة. . كذلك تجرى الآن الدراسات والأبحاث الدولية المكثفة لجعل هذا المصدر مقبولاً أيضاً من الناحية الاقتصادية.

ولا يأتي دور وأهمية فيزياء البلازما فقط في كونها العلم الذي يدرس الوسط اللازم والضروري لتحقيق الاندماج النووي الحراري، بل أن هناك الكثير من التطبيقات والاستخدامات الصناعية لها مثل: الحصول على غاز الأوزون- بعض الصناعات الطبية- فصل النظائر- الطلاء وتنظيف الأسطح المعدنية- تقانات الطباعة- أجهزة

التحليل- لحام المعادن وقطعها وشغلها- صناعة المولدات التي تعتمد على مرور تيار من البلازما متعامد مع مجال مغناطيسي- صناعة أجهزة الإنارة بكلفة رخيصة جداً- تقانات إلكترونيات الأمواج الدقيقة- صناعة الأفلام الرقيقة- تطوير أجهزة الاتصال- تصنيع السيراميك الطبي- أجهزة التسجيل المغناطيسي- أجهزة التحكم والضبط- تصنيع شاشات العرض التلفزيونية. كما يستعمل فائض البلازما لإعادة تصنيع النفايات المنزلية والصناعية، فعلى سبيل المثال تتحول النفايات المنزلية إلى كربون نقي وأكسجين وهيدروجين مع حفنة من العناصر الأثقل مثل التنغستين والحديد والألمنيوم وغيرها من العناصر التي يمكن إعادة تصنيعها.

وانطلاقاً مما سبق أضع بين يدي القاريء الكريم هذا الكتاب الذي يعتبر مدخلاً لهذا العلم الواسع والذي تدرس فيه مئات الظواهر، آملاً أن يرفد المكتبة العربية بما هو مفيد لرفعتها وتطورها العلمي.

والله ولي التوفيق

أ. د. وليد مصطفى صهيوني
سلطنة عمان
حزيران- يونيو ٢٠٠٦

الوحدة الأولى

مقدمة في البلازما

١-١ مقدمة:

اعتقد القدماء بأن الكون يتألف من أربعة عناصر أساسية وهي الأرض - الماء- الهواء - و النار ، وعلى الأرض يؤلف الهواء والماء تشكل السوائل والغازات في الطبيعة، أما البلازما فهي الحالة الرابعة وهي بالتحديد النار.

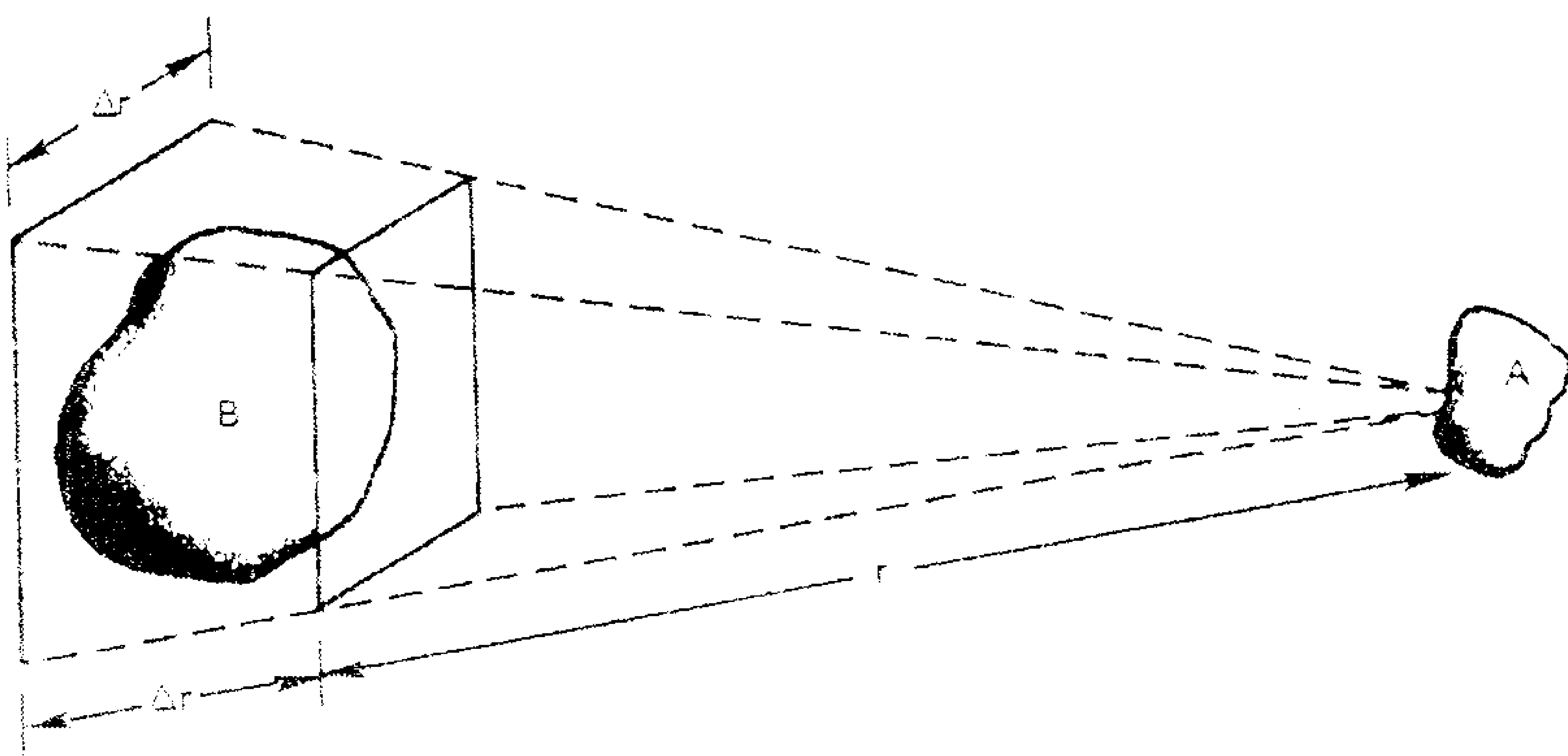
إن أول من أطلق مصطلح الحالة الرابعة للمادة هو (كروكس) عام ١٨٧٩ لوصف القسم المتأين من الانفراغات الغازية ، وقد علل مصطلحه هذا على الشكل التالي: تتحول المادة الصلبة بالتسخين إلى الحالة السائلة و باستمرار التسخين تتحول إلى غاز وباستمراره يحصل تأين الذرات المكونة للغاز. وعندما تبلغ الحرارة مقداراً أكبر من (١٠٠٠٠٠ كلفن) تصبح المادة متأينة تماماً ، وهذه هي الحالة الرابعة.

أما مصطلح البلازما وهو يوناني في الأصل ($\pi\lambda\alpha\sigma\mu\alpha$) فيعني أصلاً شيء مكون وفق نظام معين، فقد استخدم للمرة الأولى من قبل لانغمير (I. Langmuir) عام ١٩٢٣ للدلالة على غاز مضيء يحوي إلكترونات وعدة أنواع من الأيونات وبعض الذرات المعتدلة. وفي وقت لاحق عام ١٩٢٩ وضع العالمان لانغمير وتونكس وصفاً للبلازما بأنها مائع شبه معتدل كهربائياً ومكون من جزيئات مشحونة وأخرى معتدلة وهي تسلك سلوكاً جماعياً.

لنوضح ما هو المقصود بعبارة السلوك الجماعي، ولندرس أولاً على سبيل المثال القوى المؤثرة على ذرة من الهواء ومن ثم نجد الفرق مع حالة البلازما.

بما أن ذرة الهواء معتدلة، فإنه لا تؤثر عليها أية قوى كهرومغناطيسية، كما يمكن إهمال قوة الثقالة، وفي هذه الحالة تتحرك الذرة في خط مستقيم حتى تصطدم بذرة أخرى، وهذا التصادم يحدد جهة الحركة الجديدة للجسيمتين. وعند تطبيق قوة ماكروسكوبية على غاز (كحالة قوة صادرة عن مكبر صوت مولد لأمواج صوتية) فإن هذه القوة تؤثر على الجزيئات بصدمات مباشرة.

أما في حالة البلازما فالأمر يختلف كثيراً، حيث تحتوي على جزيئات مشحونة، وعند حركة الجزيئات تنشأ تجمعات موضعية لشحنات موجبة أو سالبة والتي تؤدي بدورها إلى نشوء مجالات كهربائية. وبحركة الجزيئات المشحونة والمعتلة تنشأ مجالات مغناطيسية، وهذه المجالات تؤثر بدورها على حركة باقي الجزيئات. لندرس تأثير منطقة مشحونة من البلازما على منطقة أخرى واقعة على بعد r من المنطقة الأولى (الشكل ١-١):



الشكل (١-١)

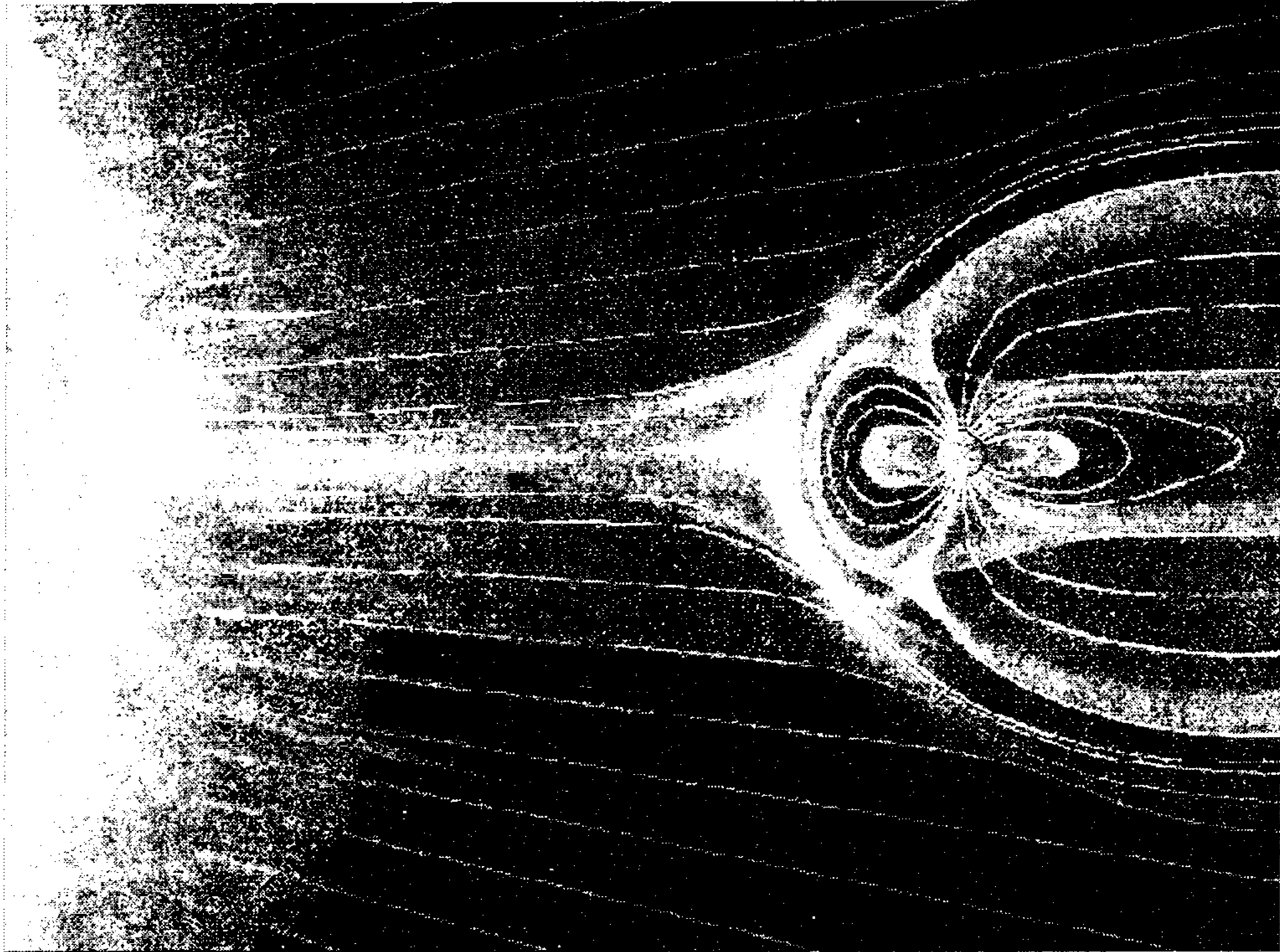
إن قوة كولوم بين المنطقتين A و B متناسبة مع المقدار $\frac{1}{r^2}$ ، أما من أجل زاوية معطاة (أي بجعل $\frac{\Delta r}{r} = const$) فإن حجم البلازما في المنطقة B يؤثر في المنطقة A تناسباً مع r^3 ($(\Delta r)^3 \propto const.r^3$) وبالتالي فإن جزيئات البلازما تتبادل التأثير فيما بينها حتى ولو كانت المسافات بينها كبيرة، وقوى التأثير هذه تسمى قوى كولوم المؤثرة عن بعد، وهذه القوى هي السبب في الحركة الجماعية للبلازما وبروز مجال جديد في الفيزياء يسمى فيزياء البلازما، وبالتالي يمكن أن نحدد عبارة السلوك الجماعي بأنها الحركة التي لا تتعلق فقط بالشروط الموضعية وإنما بحالة البلازما في المناطق البعيدة.

لقد درس العالمان لانغميور وتونكس القياسات المجسية (المسبرية) في بلازما منخفضة الحرارة في أنبوب انفراغ، أما آلية البلازما فإن أول من بدأ بدراستها لانداو خلال الفترة ١٩٣٦-١٩٤٦ وكذلك فلاسوف عام ١٩٣٨، أما خلال عام ١٩٤٢ فقد

وضع آلفن (Alfven) المعادلات MHD التي توضح الخواص المتعددة لبلازما الفلك. إن الجسيمات المشحونة الطليقة وخاصة الإلكترونات، يمكن أن تتحرك بسهولة تحت تأثير مجال كهربائي، ولذلك فإن الشحنات المكونة للبلازما يجب أن تكون متكافئة، وبالتالي فإن محصلة المجال الكهربائي الكلي للبلازما يجب أن تكون مساوية للصفر، ومن هنا نقول أن البلازما شبه معتدلة كهربائياً.

١-٢ ظاهرة البلازما في الطبيعة:

لقد شاهد البشر البلازما قبل آلاف السنين من استخدامها من قبل لانغميور وغيره، وقد خلقها الله سبحانه وتعالى خالق الكون. والبلازما التي أول ما شاهدها البشر هي الشمس. ولقد كانت الملاحظات الأولى حول الغاز المؤين حول الأرض قد درست من قبل O.Heaviside (الشكل ١-٢).



(الشكل ١-٢)

منذ أكثر من ١٠٠ عام، حين افترض وجود طبقة حول الأرض وعلى ارتفاع ٣٠٠–٤٠٠كم ذات غاز مؤين عالي الكثافة تعكس الأمواج الراديوية. وقد عرفها باسم الأيونوسفير، وقدم شرحاً يفيد أن مصدر هذه الطبقة هو الأشعة فوق البنفسجية وأشعة X الصادرة عن الشمس. وقد بينت الأبحاث أن ٩٩٪ من الكون في حالة بلازما، بدءًا من الشمس والنجوم والرياح الشمسية. وتظهر البلازما في الطبقة العليا للغلاف الجوي (فوق الستراتوسفير) بسبب التأين الذي تسببه الأشعة فوق البنفسجية وأشعةX الشمسية، وتكون أعلى كثافة للإلكترونات والأيونات في الأيونوسفير الذي يتألف بدوره من طبقات بدءًا من الطبقة D التي تصل فيها كثافة الإلكترونات إلى $n_e \approx 10^9 m^{-3}$ وذلك في منتصف النهار، أما الطبقة العليا فتدعى F وهي على ارتفاع ٢٠٠– ٥٠٠كم فوق سطح البحر، وتبلغ كثافة الإلكترونات فيها حوالي $n_e \sim n_i \approx (1 to 3)\times 10^{12} m^{-3}$ أي: $(1 to 3)\times 10^6 cm^{-3}$ وتكون حرارتها بحدود $T_e \sim (1 to 2).10^3 K^0$ و $\frac{Ti}{Te} \sim 0,3$، وفي نفس الوقت يكون تركيز الذرات المعتدلة $n_n \sim 10^9 cm^{-3}$ وحرارتها بحدود $T_n \sim 200K$ وبالتالي تكون درجة التأين $\frac{n_e}{(n_e + n_n)} < 10^{-3}$ ~ (غاز ضعيف التأين). أما المجال المغناطيسي للأرض عند هذه الارتفاعات فيكون $B_0 \sim 0.5G$ (غاوص) وبالتالي تكون نسبة الضغط ($\beta = \frac{8\pi(n_e + n_i)T_e}{B_0^2}$) من مرتبة $10^{-4} << 1$. وبالتالي يكون تواتر البلازما في الطبقة F (تواتر لانغيمور لاهتزاز إلكترونات البلازما) $\omega_{le} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_n}{m}}$ من مرتبة $8\times 10^7 S^{-1}$ أو التردد من مرتبة $f_e \approx 10MHz$، حيث يكون تواتر تصادم الإلكترونات $3\times 10^3 S^{-1}$ وهي تواترات لاسلكية نموذجية تكون فيها $20m < \lambda < 2000m$. وبالتالي فإن وجود البلازما يلعب دوراً هاماً في انتشار الإشارات اللاسلكية في الغلاف الجوي، حيث أن الطبقة F مسؤولة عن انعكاس الإشارات اللاسلكية القصيرة الموجة ليتم استقبالها من جديد على سطح الأرض وعلى مسافات كبيرة من مركز الإرسال على الرغم من كروية الأرض.

وتجدر الإشارة إلى أن القيم السابقة تتعلق بالليل والنهار، والفصل والنشاط الشمسي.
وهذا يعني أن الشمس بحد ذاتها مصدر هام جدا للبلازما فهي تنشر الريح الشمسية في الفضاء الكوني وتكون سرعة هذه الرياح بالقرب من الأرض بحدود $250\ to\ 700\ km/Sec$
ويكون تركيز البلازما من $1 to 10 cm^{-3}$ وحرارة الإلكترونات $Te \sim 10^5 K$

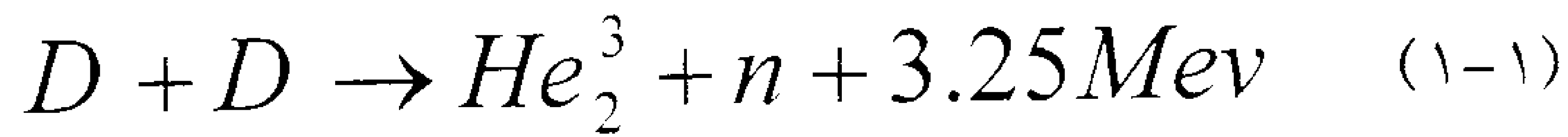
$$(B = 5\times10^{-5} G \ \&\ KT_e = 50ev \ \&\ KT_i \sim 10ev).$$

تصطدم الريح الشمسية مع المجال المغناطيسي للأرض عند ارتفاع $10 to 13 R_e$ حيث R_e نصف قطر الأرض $(R_e \approx 6400 Km)$.
ونسمي السطح الفاصل بينهما المغنيتوسفير.

نستخدم لدراسة طبيعة البلازما معظم القوانين الأساسية المعروفة في الميكانيك الكلاسيكي والنظرية الكهرومغناطيسية والميكانيك الإحصائي.

لقد دخلت دراسة البلازما بشكل معقد في مجالات عديدة من العلوم، مثل: فيزياء الفلك، الفيزياء الذرية، الكيمياء، توليد القوى المغنيتو- هيدروديناميكية (MHD Generators)، وفيزياء الجو ....

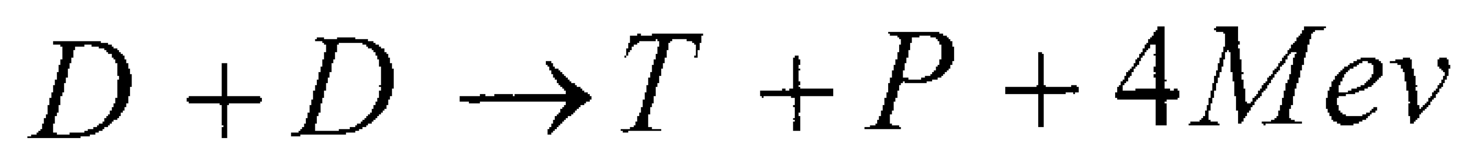
ومع بدء الاهتمام بالبلازما بدأ الاهتمام بالاندماج النووي للوصول إلى مصدر جديد للطاقة يعتمد على اندماج نوى خفيفة لنظائر الهيدروجين مثل الدوتيريوم و الترتيوم مثل التفاعل:



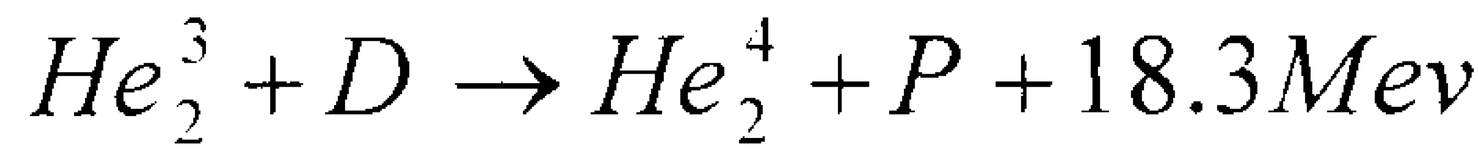
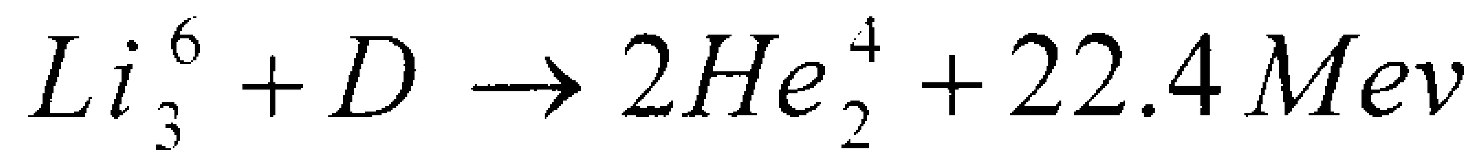
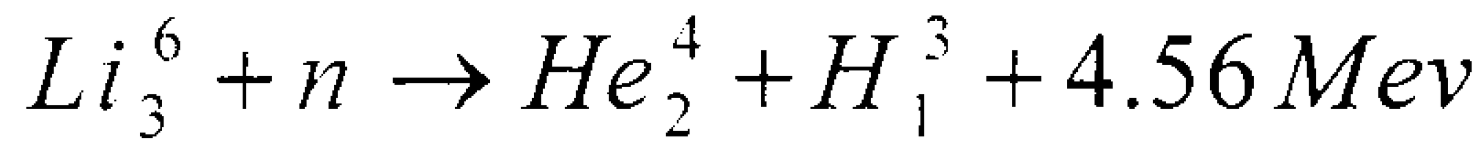
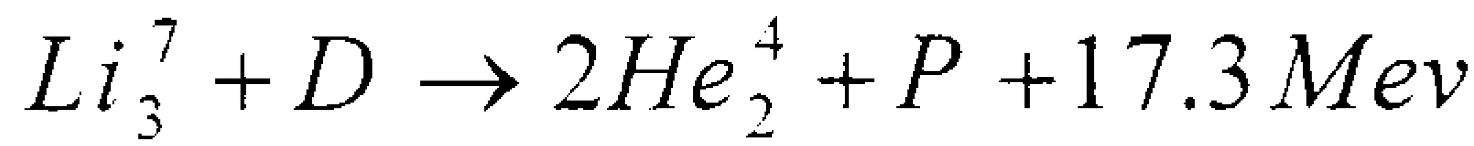
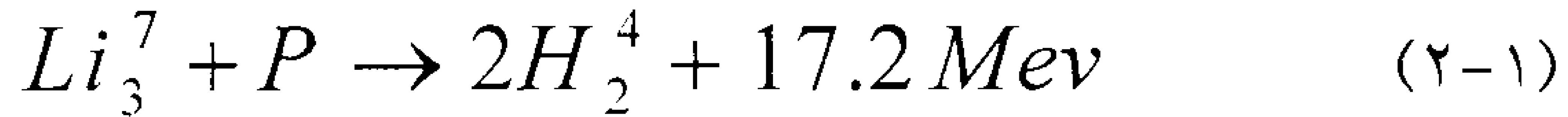
$$D + D \rightarrow He_2^3 + n + 3.25 Mev \qquad (١-١)$$

ويكون

الحد الأدنى للطاقة الناتجة عن وحدة الكتلة في التفاعلات الاندماجية $2 to 3 Mev$ لكل وحدة كتلة تدخل في التفاعل، بينما لا ينتج عن الانشطار النووي سوى أقل من $1 Mev$ لكل وحدة كتلة، بالإضافة إلى عدم وجود نواتج مشعة ملوثة للبيئة في الاندماج النووي. ومن أهم تفاعلات الاندماج النووي التي تشكل مصدرا للطاقة بالإضافة للتفاعل السابق



$$D + D \rightarrow T + P + 4 Mev$$


$$He_2^3 + D \rightarrow He_2^4 + P + 18.3Mev$$

$$Li_3^6 + D \rightarrow 2He_2^4 + 22.4\,Mev$$

$$Li_3^6 + n \rightarrow He_2^4 + H_1^3 + 4.56\,Mev$$

$$Li_3^7 + D \rightarrow 2He_2^4 + P + 17.3\,Mev$$

$$Li_3^7 + P \rightarrow 2H_2^4 + 17.2\,Mev \qquad (١-٢)$$

١-٣ التأين ومعادلة ساها:

إن أكثر حالات دراسة البلازما شيوعاً هي دراسة الغازات المتأينة ، حيث يمكن لأي ذرة أو جزيء متعادل كهربائي آن يتحول إلى آيون موجب مع الكترونات سالبة ، ويحدث ذلك إذا أعطيت الذرة كمية كافية من الفوتونات عالية التردد والتي يتجاوز ترددها تردد العتبة للذرات ، كما يحصل في عملية التأثير الكهروضوئي ، حيث نسمي الطاقة اللازمة لتحويل ذرة واحدة إلى آيون بطاقة تأين وهي مساوية لطاقة ارتباط إلكترون في المدار الأخير في الذرة . وتتراوح نسبة التأين بين الصفر و الواحد ، وتعتمد هذه النسبة على الطاقة الحركية التي تمتلكها جزيئات الغاز أو بمعنى آخر تعتمد على درجة حرارة الغاز . لقد وضع العالم ساها علاقات لحساب درجة التأين بناء على حسابات معقدة قام بها وآشهر هذه العلاقات في حالة غاز موجود في حالة توازن حراري :

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2,4.10^5 \frac{T^{3/2}}{n_i} e^{-\frac{eu_i}{\kappa T}}$$

$$\frac{n_i}{n_n} \approx \left(\frac{4,9.10^7 T^{3/2}}{\sqrt{n_n}}\right) e^{-\frac{eu_i}{2\kappa T}} \qquad (١-٣)$$

حيث : n_i تركيز الأيونات $n(cm^{-3})$

n_n تركيز الذرات المعتدلة

T درجة الحرارة المطلقة (مقدرة بالكالفن)

κ ثابت بولتزمان $(\kappa = 1,38\times10^{-16}\dfrac{erg}{\kappa^{0}} = 1,38\times10^{-23}\dfrac{J}{\kappa^{0}})$

u_i طاقة التأين.

في درجة حرارة المختبر (الغرفة) يكون لدينا مثلاً في حالة غاز الآزوت :

$$eu_i = 14.5ev\ ; n_n \approx 3.10^{19}cm^{-3} ; T = 300\kappa ; \kappa T = 0,025ev\ (1ev = 1,6\times10^{-19}J)$$

وبالتالي يكون التأين النسبي المبين في العلاقة (١-٣) منخفض جداً أي :

$$\frac{n_i}{n_n} \approx \frac{n_i}{n_n + n_i} \approx 10^{-122} \quad ; (n_i \approx 3.10^{-141}cm^{-3})$$

(وهذا ما يفسر صعوبة الحصول على بلازما كاملة التأين في المختبر).

عند ارتفاع درجة الحرارة فإن درجة التأين تبقى منخفضة، بينما يبقى κT من مرتبة u_i وبالتالي يرتفع التأين النسبي بشكل كبير ويتحول الغاز إلى حالة البلازما . وبالزيادة المستمرة للحرارة يصبح تركيز الذرات المعتدلة n_n أقل من تركيز الأيونات n_i وتصبح البلازما كاملة التأين تقريباً وهذا محقق في الفلك حيث تصل درجة الحرارة إلى الملايين و $(n_i \sim 1cm^{-3})$.

إن الحد النيبري e في معادلة ساها يدل على أن عدد الذرات السريعة التناسب عكساً مع المقدار $\frac{u_i}{\kappa T}$ ، حيث أن الذرة الصادمة يجب أن تكون مسرعة حتى تملك طاقة تفوق عدة مرات الطاقة الوسطى لجزيئات الغاز لتحقيق التأين (حيث تحصل عملية إعادة الاتحاد باستمرار . . .).

١-٤ معاملات البلازما :

عند دراستنا لفيزياء البلازما غالباً ما ندرس معاملات البلازما وهي تركيز الأيونات الموجبة والسالبة، درجة التأين، درجة الحرارة، نصف قطر ديباي، المسافة المتوسطة بين الأيونات، معامل البلازما (η)، وسماكة غمد ديباي، تواتر البلازما.

١-٤-١ تركيز الأيونات ودرجة التأين:

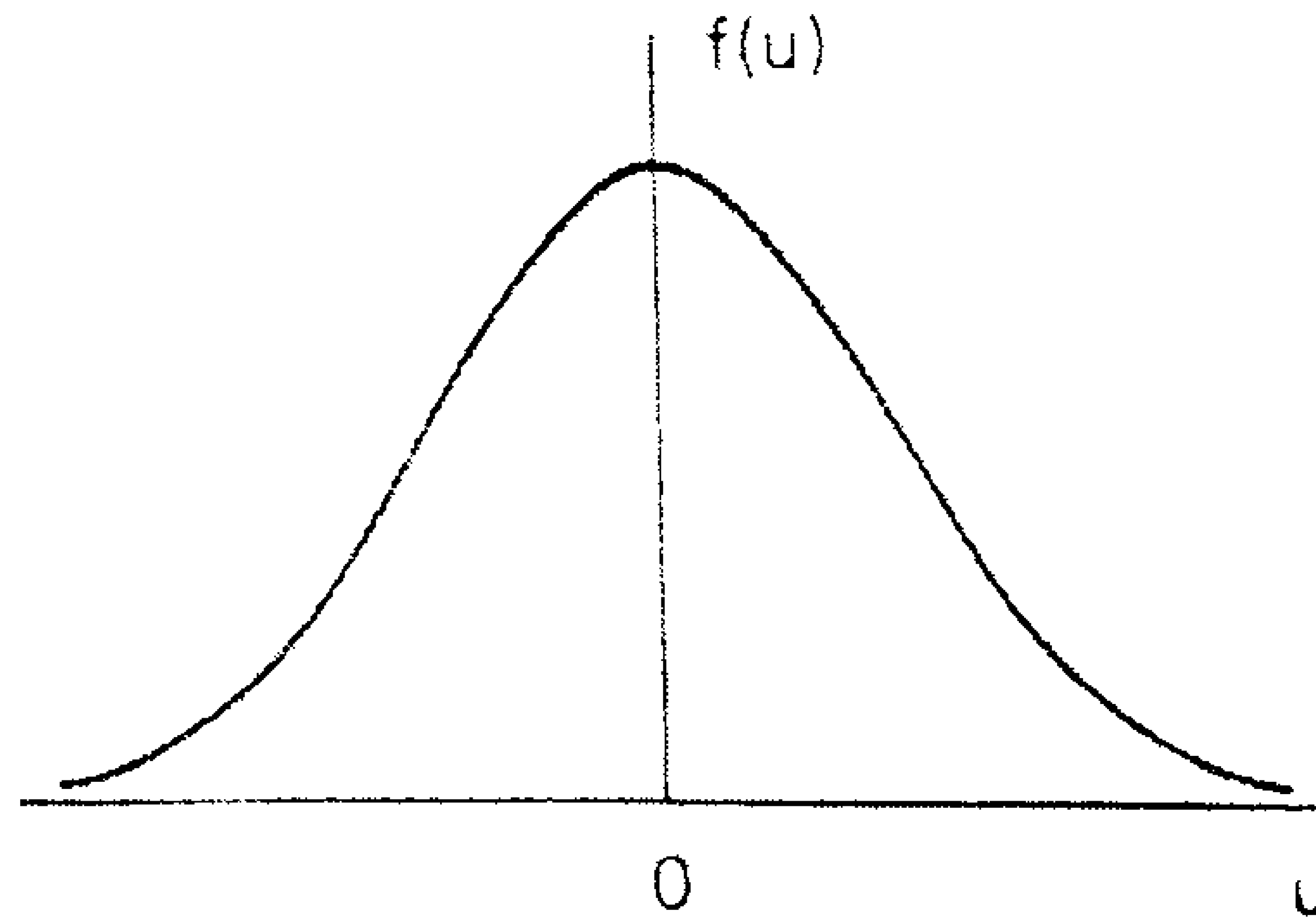
لقد درسنا تركيز الأيونات ودرجة التأين من خلال معادلات ساها (٣)، ونود أن نشير إلى أننا نرمز للنسبة $\frac{n_i}{n_n}$ بالرمز β أي أن درجة التأين β هي نسبة الجسيمات المتأينة إلى الجسيمات المعتدلة أي :

$$\beta = \frac{n_i}{n_n} \qquad (١-٤)$$

وفي حالة البلازما الضعيفة التأين تكون $\beta < 10^{-4}$ والشديدة التأين تكون $\beta > 10^{-4}$ أما بقية معاملات البلازما فسندرسها بشيء من التفصيل فيما يلي .

١-٤-٢ درجة الحرارة:

في البلازما غالباً ما نتحدث عن درجة حرارة الالكترونات T_e . لندرس الحالة العامة التي نأخذ فيها درجة حرارة كل من الالكترونات T_e والأيونات T_i بعين الاعتبار . ليكن لدينا غاز في حالة توازن حراري يحوي على جزيئات لها مختلف السرعات ، وأكثر التوزيعات احتمالاً لهذه السرعات هو توزع ماكسويل . للتبسيط سوف نعتبر غاز تتحرك جزيئاته في اتجاه واحد فقط (مثلاً بوجود مجال مغناطيسي قوي يمكن إجبار الالكترونات أن تتحرك وفق جهة المجال) . يعطى توزيع ماكسويل وفق بعد واحد بالشكل (١-٣) :



الشكل (١-٣)

$$f(v) = A\exp\left(-\frac{1}{2}mv / \kappa T\right) \qquad (١-٥)$$

حيث $f(v)dv$ عدد الجزيئات في cm^3 التي سرعتها بين v و $v+\Delta v$،

$\frac{1}{2}mv^2$ طاقتها الحركية، K ثابت بولتزمان حيث $\kappa = 1,38.10^{-23}\frac{J}{\kappa^0}$

عندئذ يعطى التركيز n (عدد الجزيئات في cm^3) بالعلاقة:

$$n = \int_{-\infty}^{\infty} f(v)\,dv \qquad (١-٦)$$

والعلاقة بين الثابت A والتركيز n هي:

$$A = n\left(\frac{m}{2\pi\kappa T}\right)^{1/2} \qquad (١-٧)$$

حيث m كتلة الالكترون $(m = 0,91\times10^{-27}\,g)$، وعرض التوزيع له علاقة بالثابت T الذي يمثل درجة الحرارة.

لإيجاد المعنى الدقيق لـ T يمكن حساب الطاقة الحركية الوسطى للجزيئات في هذا التوزع والتي تعطى بالعلاقة:

$$E_{av} = \langle E \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}mv^2 f(v)\,dv}{\int_{-\infty}^{\infty} f(v)\,dv} \qquad (١-٨)$$

لنفرض $v_{th} = \left(\frac{2\kappa T}{m}\right)^{1/2}$ و $Y = \frac{v}{v_{th}}$ عندئذ تأخذ المعادلة (١-٥) الشكل:

$$f(v) = A\exp\left(-\frac{v^2}{v_{th}^2}\right) \qquad (١-٩)$$

أما المعادلة (١-٨) فتصبح بالشكل :

$$< E > = \frac{\frac{1}{2} m A v_{th}^{2} \int_{-\infty}^{\infty} Y^{2} [\exp(-Y^{2})] dY}{A \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-Y^{2}) dY} \qquad (١٠-١)$$

نجري التكامل بالتجزئة في بسط الكسر (١٠-١) أي :

$$\int_{-\infty}^{\infty} Y^{2} [\exp(-Y^{2})] dY = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} Y [\exp(-Y^{2})] dY^{2} = -\frac{1}{2} Y \exp(-Y^{2}) \Big|_{-\infty}^{\infty} +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-Y^{2}) dY = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-Y^{2}) dY = \frac{1}{2}$$

حيث $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-Y^{2}) dY = 1$ وبالتالي نجد :

$$< E > = \frac{\frac{1}{2} m A v_{th}^{2} \frac{1}{2}}{A v_{th}} = \frac{1}{4} m v_{th}^{2} = \frac{1}{2} \kappa T \qquad (١١-١)$$

أي أن الطاقة الحركية الوسطى هي : $\frac{1}{2} \kappa T$.

يمكن تعميم هذه النتيجة على حالة ٣ درجات حرية ، وعندئذ يصبح توزع ماكسويل :

$$f(u, v, w) = A_{3} \exp[-\frac{1}{2} m (u^{2} + v^{2} + w^{2}) / \kappa T] \qquad (١٢-١)$$

حيث $A_{3} = n \left(\frac{m}{2\pi \kappa T} \right)^{3/2}$ ، وتكون الطاقة الحركية الوسطى :

$$< E > = \frac{\iiint_{-\infty}^{\infty} A_{3} \frac{1}{2} m (u^{2} + v^{2} + w^{2}) \exp[-\frac{1}{2} m (u^{2} + v^{2} + w^{2}) / \kappa T] du dv dw}{\iiint_{-\infty}^{\infty} A_{3} \exp[-\frac{1}{2} m (u^{2} + v^{2} + w^{2}) / \kappa T] du dv dw}$$

هذه العبارة متناظرة بالنسبة لـــ u و v و w لأن توزع ماكسويل متماثل الخواص والصفات وبالتالي :

$$< E >= \frac{3A_3 \int \frac{1}{2} mu^2 \exp\left(-\frac{1}{2} mu^2 / \kappa T\right) du . \int\int \exp\left[-\frac{m}{2}\left(v^2 + w^2\right) / \kappa T\right] dv dw}{A_3 \int \exp\left(-\frac{1}{2} mu^2 / \kappa T\right) du . \int\int \exp\left[\frac{-m}{2}\left(v^2 + w^2\right) / \kappa T\right] dv dw}$$

وباستخدام النتيجة التي حصلنا عليها في حالة درجة حرية واحدة نجد :

$$< E >= \frac{3}{2} \kappa T \qquad (١٣-١)$$

بما أن T و $< E >$ مرتبطين مباشرة ، يمكن التعبير عن T في فيزياء البلازما كمقدار طاقة ووحدتها تعتبر وحدة طاقة . وعادة ما نفهم تحت مفهوم الحرارة κT ، فمثلاً عندما $\kappa T = 1ev$ يكون $\kappa T = 1,6.10^{-19} J$ ويكون لدينا :

$$T = \frac{1,6.10^{-19}}{1,38.10^{-23}} = 11600 \kappa^0 \quad \text{أي} \quad 1ev = 11600 \kappa^0 \qquad (١٤-١)$$

من المفيد أن نشير هنا إلى أن بلازما معينة يمكن أن تملك عدة درجات حرارة في نفس الوقت ، وغالباً ما تملك الإلكترونات والأيونات توزعين مختلفين لدرجتي حرارة مختلفتين T_e و T_i ، وهذا ممكن لأن تواتر الصدمات بين الأيونات فيما بينها أو بين الإلكترونات فيما بينها ، يمكن أن يكون أكبر من تواتر الصدمات بين الإلكترونات والأيونات . وعندئذ كل نوع من الجزيئات يمكن أن يوجد في حالة توازن حراري مستقلة عن حالة النوع الآخر .

أما عندما يكون لدينا مجال مغناطيسي $\overrightarrow{B}$ فإنه حتى في النوع الواحد من الجزيئات وليكن الأيونات يمكن أن توجد في درجتي حرارة مختلفتين ، وذلك لأن القوى المؤثرة على أيون معين وفق اتجاه $\overrightarrow{B}$ تختلف عن القوى المؤثرة وفق اتجاه معامد لـــ $\overrightarrow{B}$ ، وفي هذه الحالة يمكن أن يكون لمركبتي سرعة المجال $\overrightarrow{B}$ ، $\perp$ و $\parallel$ تابعين مختلفين لتوزع ماكسويل وبدرجات حرارة مختلفة $T_\perp$ و $T_\parallel$.

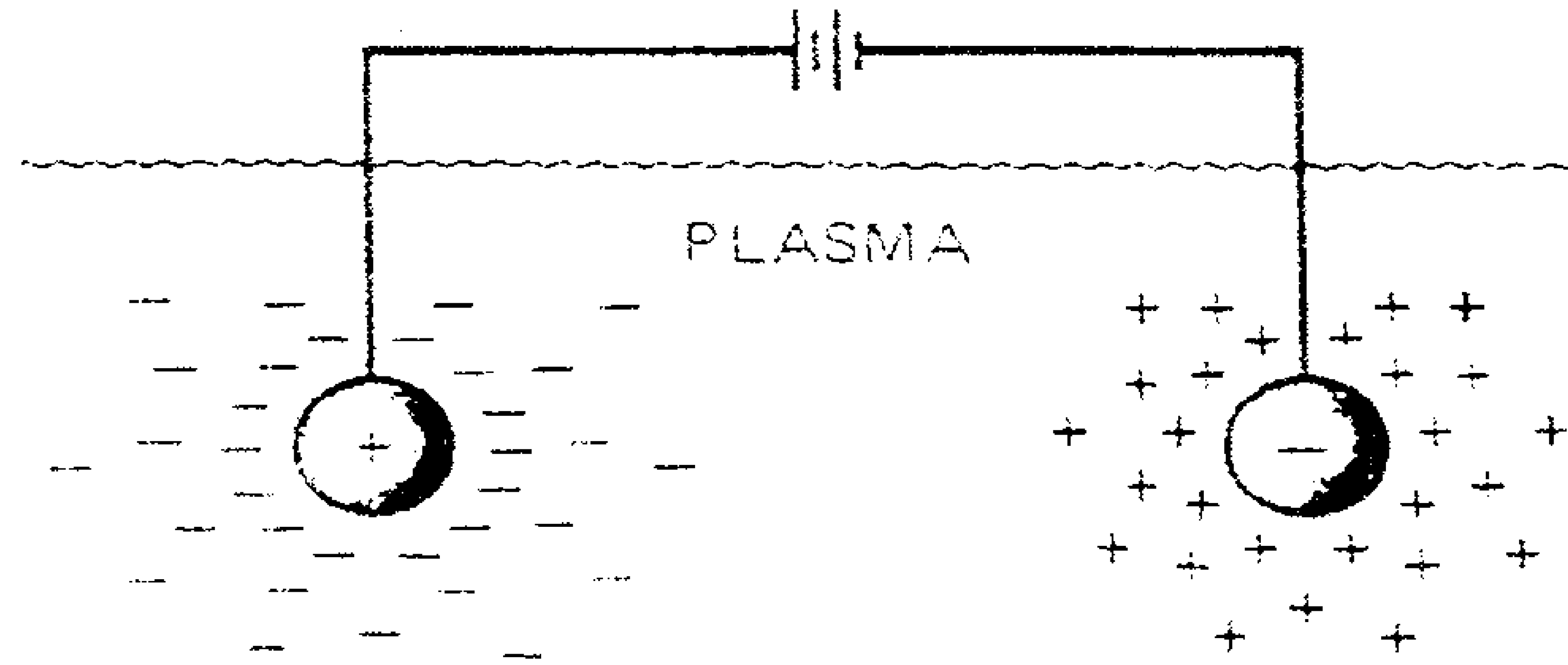
وكما ذكرنا في بداية الفقرة غالباً ما نتحدث عن درجة حرارة الإلكترونات T_e لأن كتلة الإلكترون $m = 0,91 \times 10^{-35}\ Kg$ أصغر بكثير من كتلة البروتون $M = 1,67 \times 10^{-27}\ Kg$ وبالتالي فإن $\frac{M}{m} = 1837$ وكذلك:

v_{th} للإلكترون $\gg$ v_{th} للبروتون

١-٤-٣ نصف قطر ديباي λ_D (Debye Shielding)

إن إحدى المميزات الأساسية في البلازما هي مقدرتها على اختزان الجهود الكهربائية التي تتولد فيها. لنفرض أننا نريد توليد مجال كهربائي داخل البلازما وذلك بوضع مجسين متصلين بمولد. عندئذ سوف يجذب كلا من

هذين المجسين الشحنات الكهربائية المخالفة بالإشارة وبالتالي سوف يحيط بالقطب السالب غمامة من الأيونات، وبالقطب الموجب غمامة من الإلكترونات (بفرض وجود طبقة عازلة على القطبين تمنع اتحاد الشحنات معهما أو بجعل البطارية أو المولد قويا جدا بحيث يكون تأثير الاتحاد مهملا)- الشكل (١-٤).



الشكل (١-٤)

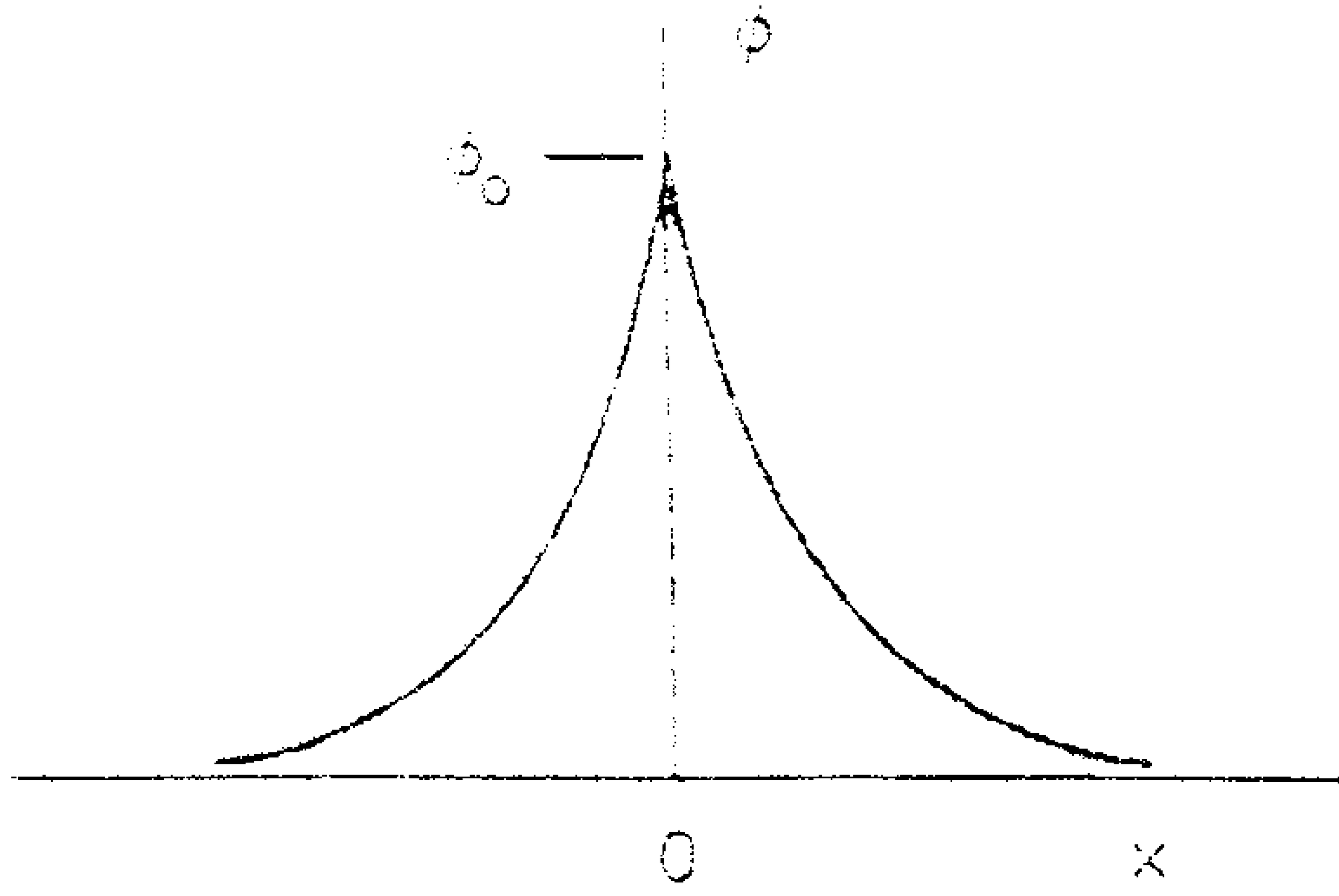
إذا كانت البلازما باردة $(\kappa T \approx 0)$ ولا توجد حركة حرارية، فإن قيمة الشحنات المجتمعة تساوي بالقيمة المطلقة شحنة القطب المجتمعة حوله، وعندئذ نقول أن الاختزان مثالي، ولا يوجد أي مجال كهربائي خارجي خارج غمامتي الشحنات. ومن جهة أخرى إذا كانت الحرارة محدودة فإن الشحنات الواقعة على سطح الغمامة، حيث يوجد مجال كهربائي ضعيف، تملك طاقة حرارية كافية لتقفز من الحفرة الكمونية، وبالتالي سطح الغمامة يصبح

على بعد من المركز (يسمى سماكة غمد ديباي) عنده تكون الطاقة الكمونية مساوية تقريباً للطاقة الحرارية للجزيئات وبالتالي لا يكون الاختزان كاملاً . وتكون الكمونات E_p (وهي من مرتبة $\kappa T/e$) هي السبب في نشوء المجالات الكهربائية الجانبية في البلازما .

لنحسب بشكل تقريبي (سماكة غمد ديباي) لإحدى الغمامتين السابقتين .

لنفرض أن قيمة الجهد Φ عند المستوي $x = 0$ هي Φ_0 (لنفرض أنها مقاسة عبر شبكة شفافة تماماً) ولنحسب $\Phi(\kappa)$ بشكل عام، الشكل (١-٥) .

إذا فرضنا أن الأيونات لا تتحرك ، والالكترونات فقط تتحرك (جزء من كتلتها يتحول إلى طاقة حسب علاقة آينشتين $E = mc^2$)، وبالتالي فإننا نستطيع اعتبار $\frac{M}{m} \to \infty$ ، وكذلك اعتبار أن الأيونات تشكل كتلة من الشحنات الموجبة .



الشكل (١-٥)

تعطى معادلة بواسون في حالة درجة حرية واحدة بالشكل :

$$\nabla^2\Phi = \frac{d^2\Phi}{dx^2} = -4\pi e(n_i - n_e); Z = 1 \qquad (\text{جملة } cgs) \qquad (١-١٥)$$

$$\left(\nabla^2\Phi = -4\pi\rho\ (cgs) \quad ; \nabla^2\Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (mks)\right)$$

(العلاقة (١-١٥) تصبح بالشكل :

$$\varepsilon_0\nabla^2\Phi = \varepsilon_0\frac{d^2\Phi}{dx^2} = -e(n_i - n_e) \quad (\text{في الجملة العملية } mks)$$

تجدر الإشارة إلى أن معظم العلاقات في فيزياء البلازما تكتب في جملة غاوص التي سنعتمدها هنا. إذا كانت الكثافة بعيداً عن المستوي $x = 0$ هي n_∞ أي $n_i = n_\infty$، وبوجود الطاقة الكمونية $q\phi$ يكون تابع توزع الالكترونات هو تابع توزع بولتزمان المعروف:

$$f(v) = A \exp\left[-\left(\frac{1}{2}mv^2 + q\phi\right)/\kappa T_e\right] \qquad (١-١٦)$$

وتدل هذه العلاقة على وجود عدد أقل من الجزيئات في الأماكن التي تكون فيها الطاقة الكمونية كبيرة، لأنه لا تملك جميع الجزيئات طاقة كافية لتبقى هناك.

بمكاملة $f(v)$ بالنسبة لـ v وبفرض أن $q = -e$ وبأخذ العلم أن $n_e(\phi \to 0) = n_\infty$ نجد: $n_e = n_\infty \exp(e\phi/\kappa T_e)$

بتبديل n_e و n_i في (١-١٥) نجد:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi e n_\infty \left\{\left[\exp\left(\frac{e\phi}{\kappa T_e}\right)\right] - 1\right\} \qquad (١-١٧)$$

عندما: $\left|\frac{e\phi}{\kappa T_e}\right| << 1$ يمكن نشر التابع الأسي (النيبري) وفق ساسلة تايلور:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi e n_\infty \left[\frac{e\phi}{\kappa T_e} + \frac{1}{2}\left(\frac{e\phi}{\kappa T_e}\right)^2 + ...\right] \qquad (١-١٨)$$

مثل هذا التبسيط غير ممكن بالقرب من الشبكة لأن $\frac{e\phi}{\kappa T_e}$ يمكن أن يكون كبيرا.

ولحسن الحظ هذه المنطقة لا تلعب دورا كبيرا في سماكة الغمامة، لأن الجهد يتناقص فيها بسرعة كبيرة. بالاحتفاظ بالعلاقة الخطية فقط في العلاقة (١-١٨) نحصل على:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{4\pi n_\infty e^2}{\kappa T_e}\phi \qquad (١-١٩)$$

بفرض :

$$\lambda_D = \left(\frac{\kappa T_e}{4\pi n e^2} \right)^{1/2}$$ في الجملة cgs (١-٢٠)

يمكننا كتابة المعادلة (١-١٩) بالشكل :

$$\Phi = \Phi_0 \exp\left(\frac{-|x|}{\lambda_D} \right)$$ (١-٢١)

نسمي المقدار λ_D نصف قطر ديباي، وهو يمثل سماكة غمد ديباي (الترس) أو سماكة طبقة الاختزان، وفي الجملة الدولية mks يعطى بالعلاقة $\lambda_D = \left(\frac{\varepsilon_0 \kappa T_e}{n e^2} \right)^{1/2}$ تجدر الإشارة إلى أنه عندما تتزايد الكثافة فإن المقدار λ_D يتناقص بسبب زيادة عدد الألكترونات، كما أن المقدار λ_D يتزايد بتزايد κT_e . وعند انعدام الحركة الحرارية تتقلص الغمامة (طبقة الشحنات) إلى صفيحة من البلازما لا متناهية في الرقة، وبالتالي فإن حرارة الألكترونات هي التي تستخدم في التحديد لتعيين λ_D ، لأن الألكترونات تملك مقدرة أكبر عل الحركة من الأيونات .

يمكن كتابة العلاقة (١-٢٠) بشكل مفيد على النحو :

$$\lambda_D = 6,9 \left(\frac{T}{n} \right)^{1/2} cm$$ عندما تقدر T بالكالفن κ^0 (١-٢٢)

$$\lambda_D = 740 \left(\frac{\kappa T}{n} \right) cm$$ عندما تقدر κT بـــ ev

الآن يمكننا تعريف " شبه الاعتدال " .

إذا كانت أبعاد جملة البلازما $L >> \lambda_D$ ، فعندئذ وحيثما يحصل تجمع للشحنات أو إدخال لجهود خارجية أو مجالات خارجية ، فإن هذه الشحنات أو الجهود تختزن على أبعاد صغيرة بالنسبة لـــ L ، تاركة حجم البلازما محررا من المجالات والجهود الكهربائية

الكبيرة. إن $\nabla^2 \Phi$ تكون صغيرة جداً خارج طبقة البلازما أو شبكتها ، وتكون n مساوية لـ n_e بدقة 10^{-6} . كما ينشأ تغير طفيف في توازن الشحنات الذي يولد بدوره جهود من مرتبة $\kappa T/e$.

البلازما " شبه المعتدلة " هي معتدلة بشكل كاف بحيث يمكن اعتبار $n_i \approx n_e \approx n$ حيث n هي الكثافة العامة والتي تدعى كثافة البلازما ، ولكنها ليست معتدلة إلى درجة أن نعتبر عدم وجود قوى كهرومغناطيسية .

إذاً لكي يكون غاز متأين بلازما يجب أن يكون كثيف بشكل كاف بحيث $\lambda_D << L$.

١-٤-٤ المسافة المتوسطة بين الأيونات:

وتعطى بعلاقة من الشكل :

$$< r > = r_{av} = \left(\frac{3}{4\pi n_e} \right)^{1/3} \qquad (١-٢٣)$$

١-٤-٥ معامل البلازما η (المقاومة النوعية):

وهو يؤخذ بعين الاعتبار إذا كانت الطاقة الكامنة المتوسطة للجسيمات المشحونة أصغر من طاقتها الحركية ، وعندها تسلك الجسيمات المشحونة سلوك جسيمات حرة وتنتقل في مسارات على شكل خط مستقيم ، وهذا الشرط يحدد بالمعامل η حيث :

$$\eta = \frac{r_{av}^2}{3\lambda_{D_e}^2} << 1 \quad \text{وتقدر بـ} \quad \Omega.m \qquad (١-٢٤)$$

١-٤-٦ تواتر البلازما :

عند دراسة اهتزازات أمواج البلازما نميز حالتين :

الأولى : بلازما غير ممغنطة وفي هذه الحالة نميز تواترين هما :

$$\omega_{p_i} = \left(\frac{4\pi n_i e^2}{M} \right)^{1/2} \quad \text{تواتر لانغيمور للأيونات} \qquad (cgs) \; (١-٢٥)$$

($\omega_{p_i} = \left(\frac{e^2 n_i}{\varepsilon_0 M} \right)^{1/2}$: mks في الجملة)

تواتر لانغيمور للالكترونات $\omega_{p_e} = \left(\frac{4\pi n_e e^2}{m} \right)^{1/2} \quad (cgs)$

($\omega_{p_e} = \left(\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m} \right)^{1/2}$: mks في الجملة)

الثانية : بلازما ممغنطة وفي هذه الحالة يوجد بالإضافة إلى التواترين السابقين تواتر إضافي يسمى التواتر السيكلتروني :

$$\omega_{c_e} = \frac{eB}{cm_e} \quad (cgs) \qquad (٢٦-١)$$

وسندرس ذلك تفصيلا في الوحدة التالية .

١-٥ شروط تشكل البلازما:

١ - يجب أن تكون كثيفة كفاية بحيث يكون $\lambda_D << L$ حيث L البعد الخطي لمجموعة الجسيمات المشحونة .

٢ - يجب وجود عدد كاف من الجزيئات ضمن غمامة الشحنات ، وبالتالي فإن السلوك الجماعي يتطلب تحقيق الشرط : عدد الجزيئات في كرة ديباي واحدة أكبر بكثير من الواحد أي :

$N_D = n \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 = 1380\, T^{3/2} / n^{1/2} >> 1$ (بالاستفادة من العلاقة (١-٢٢)) .

٣ - إذا كان ω تواتر الاهتزازات البلازمية و τ الزمن الوسطي بين تصادمين مع ذرات معتدلة عندئذ يجب أن يكون : $\omega\tau >> 1$.

حيث أن غاز ضعيف التأين في محرك صاروخي مثلا ليس بلازما ، لأن الجزيئات المشحونة تصطدم بالجزيئات المعتدلة غالبا والتي تكون حركتها مرتبطة بقوى هيدروديناميكية عادية أكثر من ارتباطها بقوى كهرومغناطيسية . إذا لكي يكون غاز ما بلازما يجب تحقق :

$$\lambda_D << L \;;\; N_D >> 1 \;;\; \omega\tau >> 1 \qquad (٢٧-١)$$

بعد تعرفنا على شروط تشكل البلازما ومعاملاتها نود الإشارة إلى ما يلي :

١ . البلازما هي حالة المادة التي تتميز بدرجة عالية من التأين في ذراتها ، تصل إلى التأين التام . وحسب درجة التأين β يجري التمييز بين البلازما الضعيفة التأين (β تساوي جزءا من الواحد بالمائة) ، والبلازما المعتدلة التأين (β تساوي عددا من الوحدات بالمائة) ، والبلازما الكاملة التأين (β تقترب من 100%) .

وفي الظروف الطبيعية ، تتواجد البلازما الضعيفة التأين في الأيونوسفير ، أما الشمس والنجوم الساخنة وكذلك بعض السحب الموجودة بين النجوم ، فتمثل نماذج للبلازما كاملة التأين تتكون عند درجات الحرارة العالية للغاية (البلازما عالية الحرارة) .

وتخلق البلازما صناعيا في التفريغ الغازي الذي سندرسه في الفقرة اللاحقة ، وفي الصمامات الغازية التفريغية . والتحكم في حركة البلازما هو أساس استخدامها كجسم عامل في مختلف المحركات لتحويل الطاقة الداخلية إلى طاقة كهربائية بصورة مباشرة (المولدات الهيدروديناميكية المغناطيسية MHD generators والمنابع البلازمية للطاقة الكهربائية) .

٢ . تقترب خواص البلازما من خواص النواقل (الموصلات) نظرا لارتفاع ناقليتها الكهربائية ، ولا تلبث فروق تركيز الجسيمات المشحونة وفروق الجهد التي تظهر عفويا في البلازما أن تستوي ، شأنها شأن النواقل التي لا تؤثر عليها قوة دافعة كهربائية خارجية .

٣ . تؤثر بين الجسيمات المشحونة في البلازما قوى كهربائية ساكنة ، وبين الجسيمات المشحونة والمتعادلة قوى ذات طبيعة ميكانيكية كمية .

٤ . وجدنا أن البلازما ليست مجرد تكدس جسيمات مشحونة ، حيث أنه يوجد حد أدنى لكثافة هذه الجسيمات ، يستنبط من الشرط $L >> \lambda_D$ ، حيث L البعد الخطي لمجموعة الجسيمات المشحونة ، ويحدث على مسافة λ_D حجب المجال الكولوني لأية شحنة في البلازما ، نظرا لأنها تكون في الأغلب محاطة بجسيمات مشحونة بشحنات مخالفة بالإشارة . نسمي عدد الجسيمات المشحونة المحصورة داخل كرة نصف قطرها λ_D عدد ديباي ، وإذا كان هذا العدد N كبيرا ، يقال عن البلازما أنها غازية ، وتعالج في هذه الحالة من وجهة النظر الترموديناميكية كغاز مثالي .

وتدفع صفات البلازما المميزة بأنها ترتبط بالتفاعل الكولوني الطويل المدى بين جسيماتها، تدفع إلى اعتبارها حالة خاصة من حالات وجود المادة، وهذه الصفات هي: التفاعل القوي مع المجالات المغناطيسية والكهربائية الخارجية الناتج عن الناقلية العالية، والتأثير المتبادل الجماعي ذو الطبيعة الخاصة، الذي يوجد بين جسيمات البلازما عن طريق مجال متوافق ذاتياً، ووجود صفات مرونية تسمح بتوليد وانتشار مختلف الاهتزازات والأمواج فيها.

٥. حالة التوازن الترموديناميكي لغاز عالي التأين تشبه البلازما التي لها درجة حرارة معينة بحيث يجري التعويض عن الجسيمات المشحونة التي تتناقص نتيجة لإعادة الإتحاد على حساب عمليات تأين جديدة. ويكون متوسط طاقة حركة الجسيمات المكونة للبلازما ثابتاً، وطاقة الإشعاع الأسود في مثل هذه البلازما تناظر نفس درجة الحرارة المعينة، وعمليات تبادل الطاقة بين الجسيمات اتزانية. نقول عن البلازما التي تتصف بهذه الصفات أنها بلازما إيزوثرمية. وهي توجد في أجواء النجوم ذات درجات الحرارة العالية.

٦. في بلازما التفريغ الغازي (التي سندرسها في الفقرة التالية) تقع الجسيمات المشحونة المكونة لها باستمرار في مجال كهربائي معجل. وتقترن بمتوسط طاقة حركة الإلكترونات في هذه البلازما درجة حرارة معينة لتوزع ماكسويل للإلكترونات على مناسيب الطاقة، تعرف بدرجة الحرارة الإلكترونية T_e، وتحمل درجة الحرارة الإلكترونية معنى اصطلاحياً لأن بلازما التفريغ الغازي غير الإيزوثرمية لا تتميز بالتوازن الديناميكي الحراري. ويزيد متوسط طاقة حركة الالكترونات في بلازما التفريغ الغازي بدرجة ملحوظة عن متوسط طاقة حركة الجسيمات المتعادلة في البلازما.

٧. تستمر حالة بلازما التفريغ الغازي غير المتزنة حرارياً بفضل طاقة تيار التفريغ الذي يمر خلالها. وتختفي بلازما التفريغ الغازي فور اختفاء المجال الكهربائي الخارجي. ويسمى اختفاء البلازما التفريغية عند تركها لحالها بظاهرة رفع تأين الغاز. فضلاً عن عمليات التأين وإعادة الاتحاد في البلازما المستحدثة في فراغ محدد، يلعب تفاعل البلازما مع الجدران التي تحدها وكذلك الإشعاعات الصادرة عنه والمؤثرة عليها، دوراً ملحوظاً في ميزان الطاقة. فإن انتشار الجزيئات إلى الجدران وانتقال طاقتها إلى

هذه الجدران بفضل الناقلية الحرارية ، يؤدي إلى استهلاك طاقة البلازما وتلوثها بمختلف الشوائب . وللوقاية من هذه الظواهر يجري اللجوء إلى استخدام مجال مغناطيسي لمنع تلامس البلازما مع الجدران .

إن أنواع إشعاعات البلازما في المجال البصري والمجال فوق البنفسجي البعيد هي :
الإشعاع الكبحي للالكترونات ، الذي ينبعث عند فرملتها بواسطة الأيونات ، والإشعاع الذي يصاحب عملية الاتحاد ، وإشعاع الخطوط الطيفية المعتاد الصادر عن الجسيمات المستثارة . وفي المجالات المغناطيسية يمكن أن يظهر الإشعاع البيتاتروني (السنكرتروني) بالإضافة إلى الإشعاعات السابقة .

٨ . معاملات بلازما التفريغ الغازي هي : درجة الحرارة الالكترونية T_e وتركيز الالكترونات n_e ، وعدد عمليات التأين التي يؤديها الالكترون الواحد في الثانية ، وكثافة التيار الأيوني أو الالكتروني على الجدران ، وشدة المجال الكهربائي الطولية E_z على امتداد محور تماثل البلازما .

٩ . إن شرط حدوث درجة عالية من التأين في بلازما متزنة من وجهة النظر الديناميكية الحرارية ، ومكونة من نوعين من الجسيمات المشحونة بشحنة متساوية المقدار ومتضادة الإشارة ، هو التقليل من عملية إعادة الاتحاد بين الجسيمات إلى أقصى حد .

١٠ . شرط تفريغ البلازما هو :

$$\frac{e^2}{\bar{r}} < \kappa T \qquad (\text{١-٢٨})$$

(في الجملة cgs)

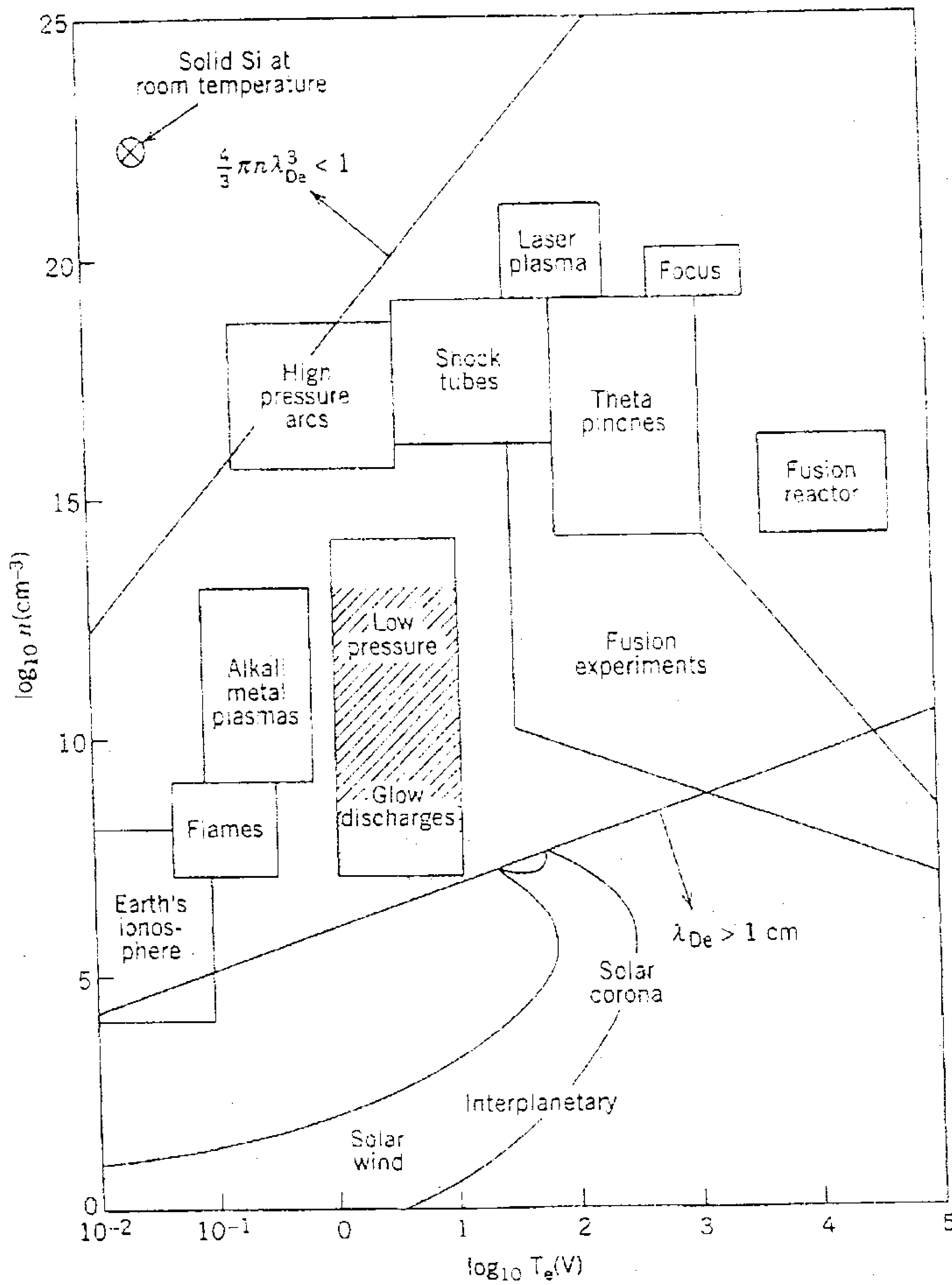
حيث $\frac{e^2}{\bar{r}}$ هو متوسط طاقة وضع التفاعل الكولوني للجسيمات ذات الشحنات e التي تبعد عن بعضها بمقدار $\bar{r}$ و κT متوسط طاقة الحركة الحرارية للجسيمات ، κ ثابت بولتزمان و T درجة الحرارة المطلقة .

١١ . يمكن الحصول على بلازما كاملة التأين إذا حققت الشرط التالي :

$$\kappa T >> e\phi_i \qquad (١-٢٩)$$

حيث ϕ_i - جهد تأين ذرات الغاز. وبالنسبة للهدرجين والهدرجين الثقيل تكون $T \approx 160000K^o$. وفي هذه الظروف يلعب إشعاع البلازما دورا ملحوظا يعيق عزلها ادياباتيا.

يوضح الشكل (١-٦) مخطط لأنواع البلازما تبعا لـ $\log n$ بدلالة $\log T_e$ ، مع قيم تقريبية لحدود λ_{D_e} و N_D .



الشكل (١-٦)

١-٦ انسياب الإلكترونات في الأنابيب المفرغة:

١-٦-١ التفريغ الغازي التابع:

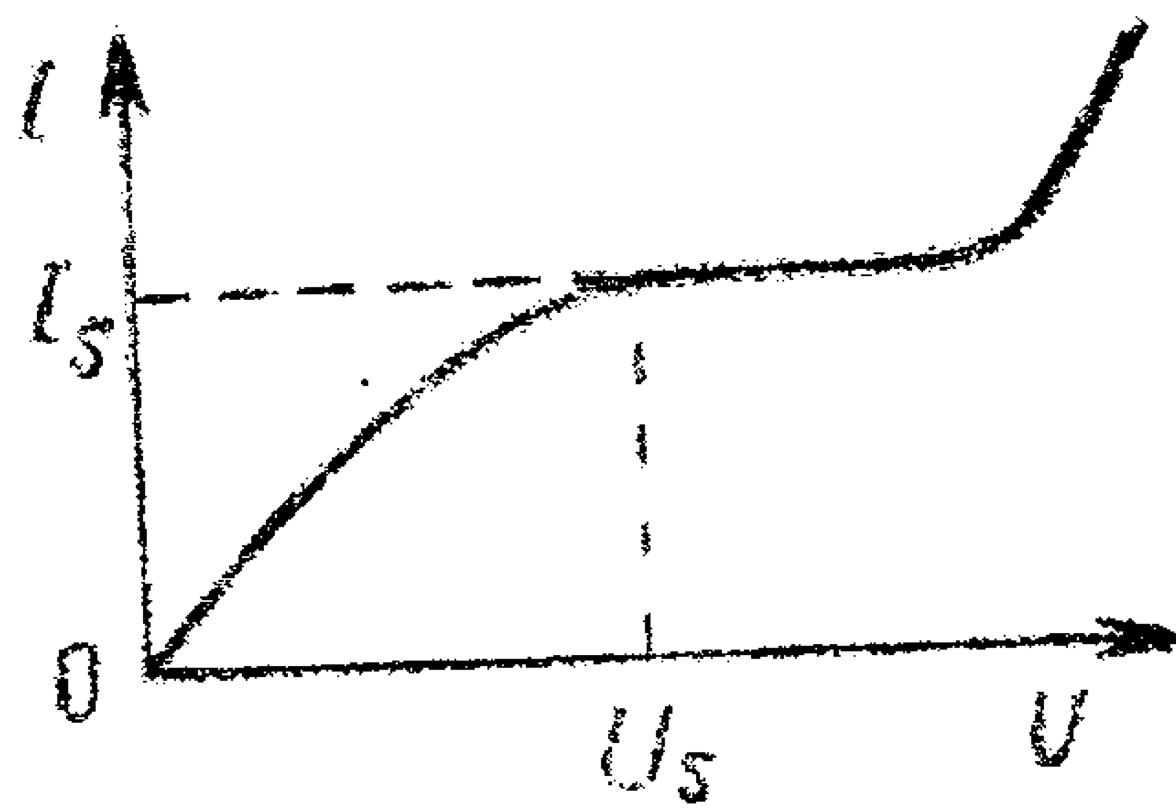
يسمى مرور التيار الكهربائي في الغاز بالتفريغ الغازي التابع إذا كان التوصيل الكهربائي فيه ناتجا عن مؤينات خارجية.

عند القيم الصغيرة للجهد تعطى كثافة التيار $\vec{J}$ بدلالة المجال $\vec{E}$ بالعلاقة:

$$\vec{j} = en_0\left(u_+ + u_-\right)\vec{E} \qquad (٣٠-١)$$

حيث u_+ و u_- على الترتيب – حركيتا الأيونات الموجبة والالكترونات، n_0 عدد أزواج الإلكترونات والأيونات الموجبة الأحادية التكافؤ التي تنتج في وحدة الحجم، أما e فهي القيمة المطلقة لشحنة الالكترون. وتتناسب كل من u_+ و u_- عكسيا مع ضغط الغاز الذي يتراوح بين 10^{-4} و 10^2 ضغط جوي. ومع مواصلة شدة المجال $\vec{E}$ ينخفض تركيز الأيونات في الغاز المفرغ وتختل العلاقة الخطية بين I و U.

يبين الشكل (١-٧) العلاقة بين شدة التيار في حالة التفريغ الغازي التابع وبين الجهد المطبق على الألكترودين.



الشكل (١-٧)

إن أقصى قيمة ممكنة لشدة التيار I_s عند كل شدة تأين معينة تسمى تيار الإشباع، وهذه هي الحالة التي صل فيها إلى الألكترودين، جميع الأيونات المتولدة من الغاز، أي

$$I_s = eN_0 \qquad (٣١-١)$$

حيث N_0 الحد الأقصى من ازواج الأيونات الأحادية التكافؤ، الذي يتكون خلال ثانية واحدة بتأثير المؤين.

١-٦-٢ التفريغ الغازي الذاتي:

١-٦-٢-١ التفريغ الكهربائي في الغاز، الذي يستمر بعد إبطال تأثير المؤين الخارجي، يسمى بالتفريغ الغازي الذاتي، وتتولد الشحنات الكهربائية الحرة اللازمة لاستمرار مثل هذا التفريغ، بشكل أساسي نتيجة للتأين التصادمي لجزيئات الغاز بفعل الالكترونات (التأين الحجمي) وبسبب إخراج الالكترونات من المهبط عند اصطدام الأيونات الموجبة به(التأين السطحي). أما التأين التصادمي لجزيئات الغاز بواسطة الأيونات الموجبة فلا يلزم أخذه في عين الاعتبار سوى في حالات المجالات القوية. وقد يحدث ابتعاث الالكترونات من المهبط كذلك نتيجة لتسخينه (الابتعاث الالكتروني الحراري)، أو بسبب توهج الغاز المفرغ (الابتعاث الالكتروني الضوئي).

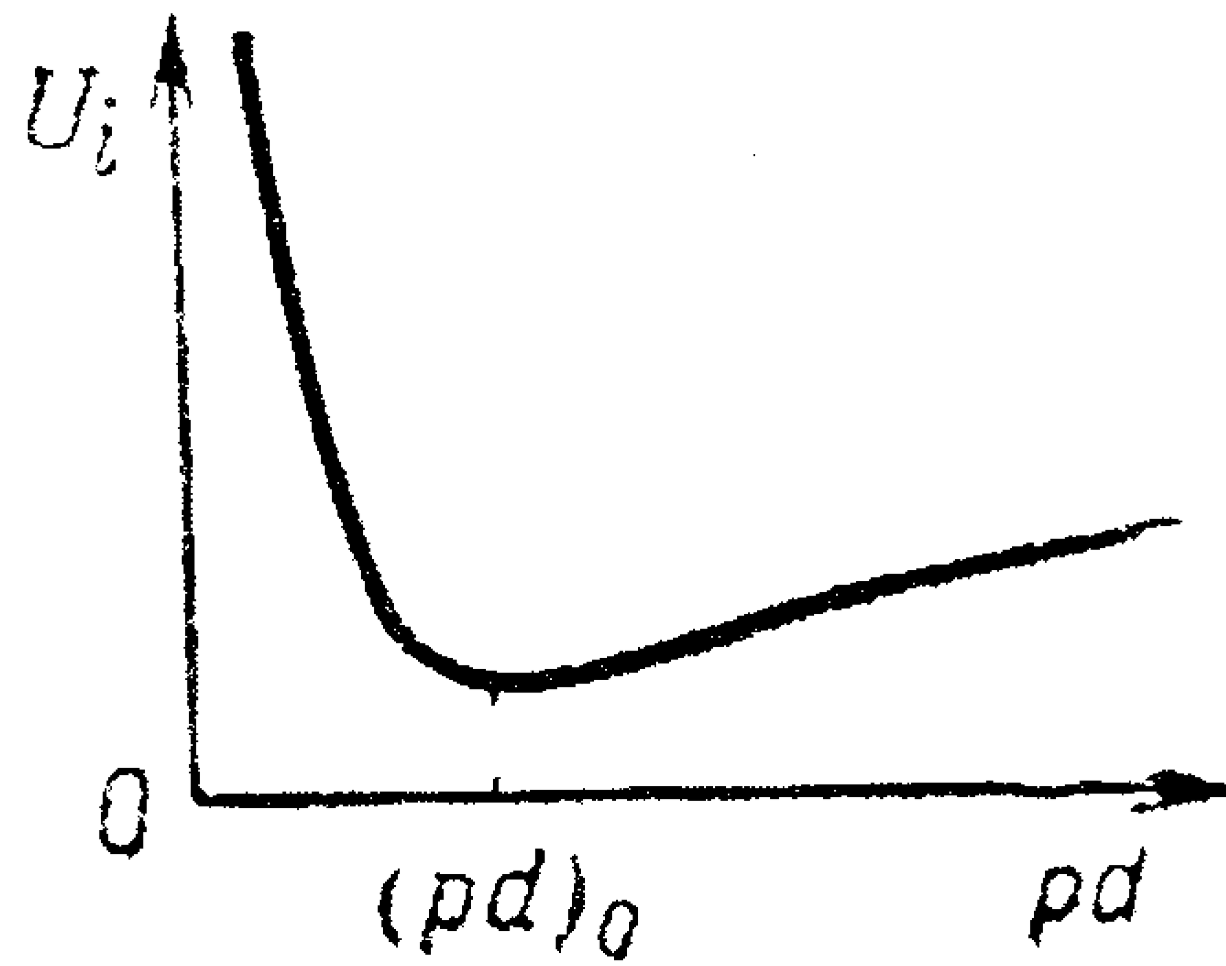
١-٦-٢-٢ نعرف تحول التفريغ الغازي من تفريغ تابع إلى تفريغ ذاتي، بالانهيار الكهربائي للغاز وهو يحدث عند جهد الاشتعال U_i (جهد الانهيار). ويعطى شرط اشتعال التفريغ الذاتي في الغاز بين الكترودين مستويين، طبقا لنظرية تاونسند التقريبية:

$$\gamma\left(e^{\alpha d}-1\right)=1 \qquad (١-٣٢)$$

حيث d البعد بين الالكترودين، و α معامل التأين الحجمي للغاز بالالكترونات، وهو يساوي متوسط عدد التأينات التي يحدثها الالكترون الواحد أثناء قطعه مسافة قدرها وحدة الطول، و γ معامل التأين السطحي، وهو يساوي متوسط عدد الالكترونات المنبعثة من المهبط بفعل أيون موجب واحد. وتتحقق العلاقتين التاليتين لكل غاز ومهبط معين:

$$\frac{\alpha}{p}=f_1\left(\frac{U}{pd}\right); \qquad \gamma=f_2\left(\frac{U}{pd}\right) \qquad (١-٣٣)$$

حيث p ضغط الغاز، و U فرق الجهد بين الالكترودين. وبالتالي فإن جهد الاشعال U_i يعتمد على حاصل الضرب pd (وفق قانون باشين). ويوضح الشكل (١-٨) هذه العلاقة.



الشكل (١-٨)

ومع انخفاض جهد التأين وتابع عمل الكترونات المهبط – في ثبات الظروف الأخرى – تنخفض قيمة جهد الاشعال U_i . وتسمى العلاقة بين تيار التفريغ وبين الجهد المطبق على الالكترودين . بمنحني الفولط –أمبير التفريغ .

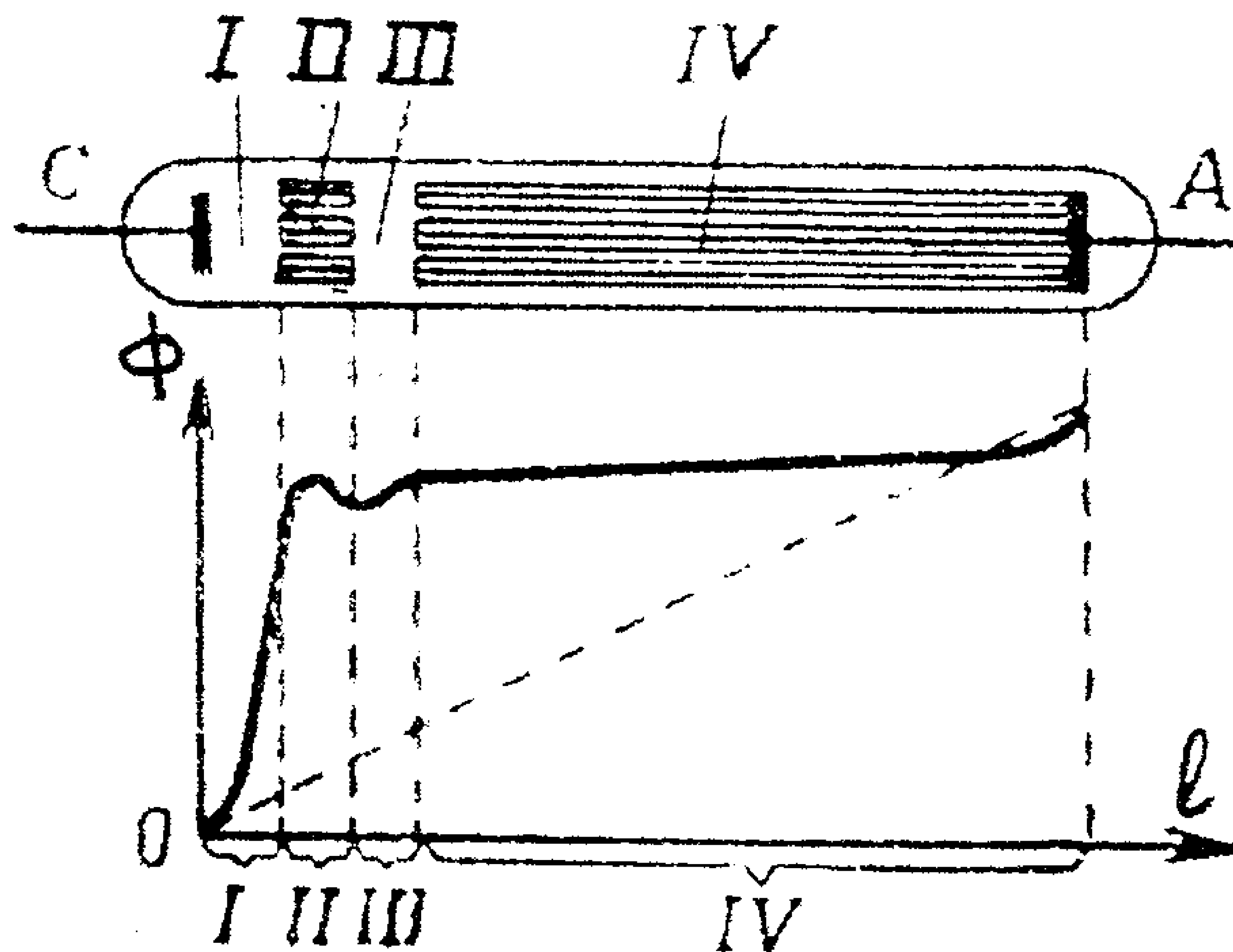
١-٦-٢-٣ عند الضغوط المنخفضة (عدة عشرات مم (**mm**) من عمود الزئبق) نحصل على التفريغ الذاتي المتوهج (Glow discharge) والمكون من :

I- المنطقة المهبطية المعتمة

II- التوهج السالب

III- منطقة فارادي المعتمة

IV- عمود التفريغ الموجب كما في الشكل (١-٩) :



الشكل (١-٩)

وتمثل المناطق I– III الجزء المهبطي (الكاثودي) من التفريغ .

نلاحظ قرب المهبط ، هبوط حاد في الجهد بسبب ارتفاع تركيز الأيونات الموجبة على حدود المنطقتين I-II . وفي المنطقة II تحدث الالكترونات المعجلة في المنطقة I تأينا تصادميا شديدا . ويحدث التوهج أساسا بسبب إعادة الاتحاد بين الالكترونات والأيونات التي تتكون بعدها ذرات وجزيئات متعادلة . ولهذا التوهج طيف متصل ، ويحتوي العمود الموجب على تركيز عال وثابت للإلكترونات والأيونات الموجبة (بلازما التفريغ الغازي) ، سببه الـتأين التصادمي لجزيئات الغاز بواسطة الالكترونات . ويلاحظ أن هبوط الجهد في نطاق العمود الموجب قليلا نسبيا ، لكنه يزداد كلما صغر قطر أنبوب التفريغ الغازي (مع ثبات سائر الظروف الأخرى) .

يرجع توهج العمود الموجب – الذي يحدد الخواص البصرية للانفراغ الوهاج – إلى إشعاع ذرات أو جزيئات الغاز المستثار . وتحدث إعادة الاتحاد بين الالكترونات والأيونات الموجبة غالبا على جدار الأنبوب مسببة تسخينه . وكثيرا ما يكون العمود الموجب متراصفا أي مكونا من طبقات مضيئة ، بينها فواصل معتمة . ودائما ما يتخذ العمود الموجب شكل الأنبوب الغازي . بغض النظر عن شكل ووضع كل من المهبط والمصعد . ويرجع هذا إلى وجود مجال كهربائي مستعرض نتيجة لترسب الالكترونات على جدار الأنبوب . ولا يظهر العمود الموجب في التفريغ الذاتي المتوهج (الانفراغ الوهاج) إذا كان الأنبوب قصيرا أو متسعا بدرجة ملحوظة .

والمنطقة الرئيسية في الانفراغ الوهاج التي يحدث فيها التأين الحجمي اللازم لمواصلة التفريغ ، هي المنطقة المهبطية المعتمة I . ويسمى البعد بين المهبط وبين نقطة النهاية القصوى أو الانقلاب من المنحني $\phi = \phi(\ell)$ (الشكل(١-٩)) بطول المنطقة المهبطية المعتمة ℓ_c ولا يمكن أن يحدث الانفراغ الوهاج إلا إذا تحقق الشرط :

$$d \geq \ell_c \qquad (١-٣٤)$$

حيث d المسافة بين الالكترودين . ويسمى تغير الجهد على مدى المنطقة المهبطية المعتمة Φ_c بالهبوط المهبطي .

يوجد نوعان مختلفان للانفراغ الوهاج : ١- النظام العادي ٢- النظام الشاذ .

(١) النظام العادي : وفيه لا تعتمد كثافة تيار التفريغ على مقدار هـذا التيـار ، إذا مـا تغـير بواسطة مقاومة حمل خارجية ، ويكون المهبط مغطى بالوهج السالب جزئيا ، وفـي هـذا النظـام تتناسب ℓ_c عكسيا مع ضغط الغاز ، وتتوقف $\Delta\Phi_c$ على نوع لغـاز وعلـى مـادة المهبط وحالة سطحه ، حيث تزداد مع زيادة تابع عمل خـروج الإلكـترون مـن المهبط ، ويقـل هبـوط الجهد على العمود الموجب مـع زيـادة تيـار التفريـغ . لـذا يكـون المنحني فولـط – أبـير للتفريـغ الوهجي العادي نازلا (بمعنى أن زيادة التيار تـؤدي إلـى انخفـاض الجهد علـى الالكـترودين) . وإذا كان الضغط في الأنبوب ذي تفريغ عـادي ضعيفـا إلـى درجـة كافيـة ، فـإن المنطقـة المهبطـة المعتمة I تملأ الأنبوب كله تقريبا . وفي هذه الحالة تتحك حزمة الألكترونات من النهبط إلى جدار الأنبـوب بحريـة ، آي بـدون تصـادم بجزيئـات الغـاز . وتعـرف مثـل هـذه الحـزم بالأشـعة المهبطية .

(٢) النظام الشـاذ : وفيـه تـؤدي زيـادة التيـار إلـى زيـادة كثافتـه ، ويكـون المهبط مغطـى بالوهج السالب كليا . وتؤدي زيادة التيار إلى انكماش ℓ_c وارتفاع $\Delta\Phi_c$ ويكون المنحني فولط – أمبير للتفريغ التوهجي صاعدا .

الأشعة القنوية : هي حزم من الأيونات الموجبة الحرة . ويمكن الحصول

عليها بواسطة الأنفراغ الوهاج ،إذا ثقبت في مهبط آنبوب التفريغ الغازي فتحـة صغـيرة (قناة) ، فإن الأيونات الموجبة تنفذ من هذه القناة إلى خلف المهيط على شكل حزمة من الأشـعة القنوية .

١-٦-٢-٤ عند الضغط المعتاد والعالي تظهر عدة أنماط من التفريغ الغازي ، هي :

التفريغ على شكل فرشاة ، والتفريغ الهالي ، والشراري ، والقوسي .

١-٦-٢-٥ التفريغ الهالي : يظـهر هـذا التفريـغ في الغـاز إذا كـان الغـاز واقعـا فـي مجـال غـير متجانس ، بصورة حادة ، آي آنـه يظـهر حـول الألكـترودات التـي لـها أنصـاف آقطـار انحنـاء صغـيرة (مثل الأطراف المدببة ، وآسلاك خطوط الضغط العالي – الجهود العالية – وما شابه ذلك . . .) .

في حالة التفريغ الهالي يحدث تأين الغاز وتوهجه فـي منطقـة صغـيرة نسـبيا ، هـي التـي تحيط بالإلكترود ذي نصف قطر الانحناء الصغـير . وتسـمى هـذه المنطقـة بالطبقـة الهاليـة كمـا

يسمى الإلكترود نفسه بالإلكترود الهالي . أما الجزء الباقي من الفاصل التفريغي الواقع خارج الطبقة الهالية (أو الطبقتين- إذا كان كل من الإلكترودين محاطا بهالة) ، فيعرف بالمنطقة الخارجية المعتمة للتفريغ الهالي .

في حال ظهور الهالة عند المهبط – الكاثود (الهالة السالبة) تبتعث الإلكترونات المسببة للتأين الحجمي من المهبط بواسطة الأيونات الموجبة . وإذا كانت الهالة عند المصعد (الأنود) (هالة موجبة) فإن الإلكترونات تظهر قرب المصعد نتيجة لتأين الغاز ضوئيا بتأثير إشعاع الهالة . وفي منطقة التفريغ الخارجية يكون التوصيل الكهربائي للغاز ضئيلا نسبيا ، حيث يتم فقط على حساب جسيمات مشحونة ذات إشارة واحدة ، ترد إليها من الطبقة الهالية . ولذا فإن شدة التيار في التفريغ الهالي – خلافا للأنماط الأخرى من التفريغ الذاتي- لا تتحدد وفقا لمقاومة الجزء الخارجي من الدائرة بل وفقا لمقاومة منطقة التفريغ الخارجية .

في حالة الجهود العالية ، يتخذ التفريغ الهالي على طرف مدبب شكل الفرشاة المضيئة – أي شكل مجموعة متحركة من الخطوط ، دقيقة مضيئة ملتوية ، تخرج من الطرف المدبب . ويسمى مثل هذا التفريغ بالتفريغ على صورة فرشاة .

إذا أصبح فرق الجهد بين الإلكترودين مساويا لجهد التغطية الشرارية U_s ، فإن التفريغ الهالي يتحول إلى شراري . وقيمة الجهد U_s أقل في حالة الهالة الموجبة عنها في الحالة السالبة . ويتوقف كل من الجهد U_s وجهد اشتعال التفريغ الهالي U_G على المسافة d بين الإلكترودين . ومع نقص المسافة d تتناقص U_s بصورة أسرع من U_G أي ينكمش فاصل الجهود من U_G إلى U_s الذي يصلح لظهور التفريغ الهالي . وعلى بعد قدره d_{cr} (البعد الحرج) تصبح U_s مساوية لـــ U_G . وفي حالة $d < d_{cr}$ تصبح $U_s > U_G$ ولا يمكن ظهور تفريغ هالي .

١-٦-٢-٦ يتخذ التفريغ الشراري صورة خيوط متوهجة متفرعة ، ذات أشكال متعرجة ومتقطعة . وهذه هي قنوات الغاز المتأين التي تتغلغل في فاصل التفريغ ثم تختفي ليظهر غيرها . وتتولد في حالة التفريغ الشراري كميات كبيرة من الحرارة فضلا عن وهجه الساطع .

وترجع الظواهر المميزة لمثل هذا التفريغ إلى الانهيارات الإلكترونية والأيونية التي تظهر في القنوات الشرارية حيث يرتفع الضغط إلى مئات أضعاف الضغط الجوي، ودرجة الحرارة إلى 10^4 درجة مئوية. ويمثل البرق نموذجا للتفريغ الشراري ويتراوح قطر القناة الرئيسية للبرق بين 10 و 25 cm ، بينما يصل طولها إلى عدة كيلومترات. كما تبلغ أقصى شدة تيار لنبض البرق، مئات الآلاف من الأمبيرات.

١-٦-٢-٧ يحدث التفريغ القوسي بكثافة تيار عالية بينما يكون فرق الجهدين الإلكترودين عدة عشرات من الفولطات. وينتج التفريغ القوسي عن ابتعاث كثيف للإلكترونات الحرارية من مهبط محمى. وتتسرع الإلكترونات بواسطة المجال الكهربائي وتؤين جزيئات الغاز تصادميا. لذلك لا تكون المقاومة الكهربائية للفاصل الغازي بين الكترودي القوس كبيرة. وعند زيادة شدة تيار القوس تزداد ناقلية الفاصل الغازي بدرجة تؤدي إلى انخفاض خرق الجهد بين الإلكترودين (منحني فولط – أمبير نازل). تصل درجة حرارة المهبط عند الضغط المعتاد إلى $3000c^{\circ}$. ويؤدي تصادم الإلكترونات بالمصعد إلى حدوث نقرة فيه (وهدة القوس)، درجة حرارتها حوالي $4000c^{\circ}$ (عند ضغط $760\,mm$ عمود زئبقي). وتبلغ درجة حرارة الغاز في قناة القوس الكهربائي $5000-6000c^{\circ}$. وإذا حدث التفريغ القوسي بينما درجة حرارة المهبط صغيرة نسبيا (في الصمام القوسي الزئبقي مثلا)، كان الابتعاث البارد للإلكترونات من المهبط هو صاحب الدور الأساسي في هذا التفريغ.

١-٦-٢-٨ يمكن إحداث الإنفراغات السابقة باستخدام التيار المستمر أو التيار المتناوب ذي الترددات العالية أو باستخدام أشعة الليزر. وقد تركزت الأبحاث في مجال الانفراغ حول دراسة السلوك المرئي للانفراغ التوهجي في أنابيب الانفراغ أو في غرف الخلاء (الفراغ) المعدة لتشكيل الأفلام الرقيقة.

وفي أثناء عملية الانفراغ تحدث ظواهر فيزيائية عديدة، ولهذه الدراسة العديد من التطبيقات فهي تدخل في الإنارة (مصابيح الإفراغ الغازي) وفي الهندسة الكهربائية (المقومات الزئبقية) وفي التعدين والعمليات التقنية (لحام المعادن وصهرها)، وفي الهندسة الكيميائية

حيث يمكن الحصول على العديد من المركبات التي لم تشاهدها في التفاعلات التقليدية وذلك لأن خصائص العناصر الكيميائية تتغير وهي في حالة البلازما عنها في درجة الحرارة العادية .
ويمكن تشخيص الإنفراغات التوهجية بإيجاد مختلف معاملات هذه الإنفراغات من كثافة إلكترونية وأيونية ودرجة حرارة ، وبعدها الاستفادة من هذه المعاملات وخاصة الكثافة الأيونية في معرفة المواد المقتلعة من الهدف إن أمكن ذلك ، وفي أهم طرق التشخيص تستخدم المجسات التي توضع في المكان المتوقع تواجد البلازما فيه بنتيجة الإنفراغ ومن ثم دراسة العلاقة بين التيار والجهد وبالتالي حساب المعاملات .

مسائل الوحدة الأولى

١ . أوجد كثافة البلازما باعتبارها غاز مثالي (في جملة الوحدات(cgs)) وذلك في الحالتين التاليتين :

a) عند الدرجة $0C^{\circ}$ وضغط $760Torr$ (الكثافة الناتجة تسمى عدد لوشميدت).

b) في الفراغ عند ضغط $10^{-3}Torr$ ودرجة حرارة المختبر $20C^{\circ}$.

٢ . استخرج قيمة الثابت A في توزع ماكسويل أحادي درجة الحرية :

$$f(v) = A\exp\left(-\frac{mv^2}{2\kappa T}\right)$$

وذلك انطلاقا من العلاقة :

$$\int^{\infty} f(v)dv = 1$$

٣ . احسب ضغط بلازما على جدار جهاز اندماج نووي حراري (بوحدة Atm)، وذلك بفرض

$$\kappa T_e = \kappa T_i = 20\,kev \;;\; n = 10^{15}\,cm^{-3} \;;\; p = n\,\kappa T \;\; ; T = T_i + T_e$$

٤ . عند حساب سماكة غمد ديباي ، نأخذ بعين الاعتبار أن توزع الإلكترونات والأيونات يخضع لتوزع بولتزمان

$$n_j = n_0\exp\left(-\frac{q\phi}{\kappa T_j}\right)$$

والمطلوب :

a) برهن أن مربع مقلوب سماكة ديباي ذو الجهد ϕ_0 تساوي تقريبا :

$$\lambda_D^{-2} = 4\pi ne^2\left(\frac{1}{\kappa T_e}+\frac{1}{\kappa T_i}\right)$$

b) ما هي سماكة غمد ديباي (نصف قطر ديباي) عندما $T_e >> T_i$ وفي الحالة المعاكسة.

٥. بفرض أن جهاز تفريغ غازي يحوي صفيحتين مستويتين متوازيتين متوضعتين في $x = \pm d$ وجهدهما $\phi = 0$ ويحوي الفراغ بينهما غاز كثافته n وشحنة جزيئاته q. والمطلوب:

a) برهن اعتمادا على معادلة بواسون أن توزع الجهدين الصفيحتين يعطى بالعلاقة:

$$\phi = 2\pi nq\left(d^2 - x^2\right)$$

b) برهن أنه عندما $d > \lambda_D$ تكون الطاقة اللازمة لنقل الجسيمات من إحدى الصفيحتين إلى منتصف المسافة بينهما $\left(|A| = q\,\Delta\phi\right)$ هي أكبر من الطاقة المتوسطة لهذه الجسيمات.

٦. ارسم بيانيا العلاقة n_e كتابع لـ κT_e (بعد إجراء الحسابات اللازمة) وذلك عندما تتحول n_e من ١ إلى $10^{19}\,cm^{-3}$ وتتحول κT_e من $0,01$ إلى $10^5\,ev$، ثم ارسم الخطوط التي توضح $\lambda_D = const$ و $N_D = const$ على نفس الشكل مع توضيح الحالات التالية:

a) مفاعل اندماج نووي حراري فيه $n = 10^{15}$ و $\kappa T = 10^4$.

b) تجربة اندماجية فيها $n = 10^{13}$ و $\kappa T = 100$ $(torus)$

$n = 10^{17}$ و $\kappa T = 1000$ $(pinch)$

c) الأيونوسفير وفيه $n = 10^5$ و $\kappa T = 0,05$

d) انفراغ وهاج وفيه $n = 10^{13}$ و $\kappa T = 2$

e) لهب فيه $n = 10^8$ و $\mathrm{K}T = 0,1$

f) بلازما ما بين النجوم وفيها $n = 1$ و $\kappa T = 0,01$ حيث

$[n] = cm^{-3}$ و $[\kappa T] = ev$.

٧. برهن أنه إذا كانت النسبة بين الطاقة الحركية الوسطى والطاقة الكامنة الوسطى أكبر من الواحد فإن :

a) عدد ديباي $$N_D = \frac{4\pi}{3} n\, \lambda_D^3 >> 1$$

b) احسب قيمة λ_D و N_D في الحالات التالية :

١- بلازما انفراغ غازي فيها $n = 10^{10} cm^{-3}$ و $\kappa T_e = 2ev$

٢- الأيونوسفير وفيه $n = 10^6 cm^{-3}$ و $\kappa T_e = 0,1ev$

٣- بلازما (θ Pinch-) وفيها $n = 10^{17} cm^{-3}$ و $\kappa T_e = 800ev$

الوحدة الثانية

حركة جسيم في مجال كهرومغناطيسي

٢-١ مقدمة:

إن ما يجعل البلازما صعبة التحليل هو كثافتها في منطقة بينية ما .

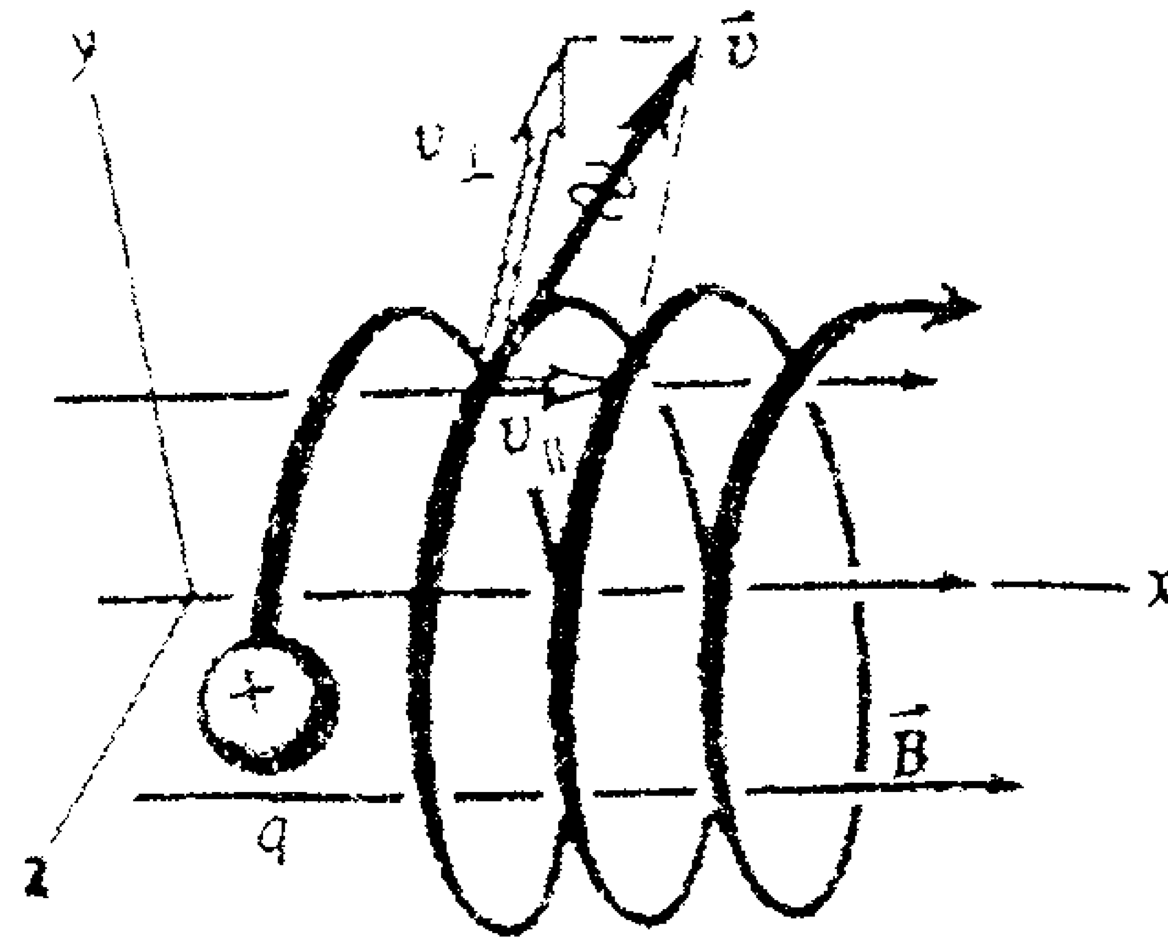
إن الموائع (السوائل + الغازات ، وهي تحوي قوة طفو) المماثلة للماء كثيفة إلى درجة أنه ليس من الضروري دراسة الجسيمات المفردة فيها ، حيث أن التصادمات تزداد وبالتالي يكفي استخدام المعادلات الهيدروديناميكية المبسطة للدراسة . أما في الحالة المعاكسة عندما تكون الكثافة قليلة فإننا ندرس الجسيمات المنفصلة حيث إن التأثيرات الجماعية هنا ليست على درجة كبيرة من الأهمية .

توجد البلازما أحياناً في وضع يشبه المائع وأحياناً أخرى في وضع أقرب إلى الجسيمات المستقلة . ولذلك سندرس هذه الحالة الأخيرة في هذه الوحدة والحالة الأولى في الوحدة القادمة . ولندرس وضع الجسيمات المستقلة في المجالات الكهربائية والمغناطيسية ، وذلك بفرض تطبيق هذه المجالات من خارج البلازما وليس بتأثير حركة الجسيمات المشحونة بعينها فقط .

٢-٢ المجالين المنتظمين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ (المجال الكهرومغناطيسي المنتظم):

٢-٢-١ عندما يكون $\vec{E}=0$

في هذه الحالة تتحرك الجسيمة المشحونة بحركة دورانية سكلترونية (بفرض أن المجال المغناطيسي المنتظم ذو اتجاه لايعامد اتجاه السرعة كما في الشكل (٢-١))



الشكل (٢-١)

وتكون معادلة الحركة :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{q}{c}\vec{v}\times\vec{B}\,(cgs)$$ (٢-١) أما في الجملة mks $$m\frac{d\vec{v}}{dt}=q\vec{v}\times\vec{B}$$

وباختيار المحور $\vec{Z}$ باتجاه المجال المغناطيسي $\left(\vec{B}=B\vec{Z}\right)$ يكون

(سوف نستخدم cgs) :

$$mv_x^{'}=\frac{qB}{c}v_y\ ;\ mv_y^{'}=-\frac{qB}{c}v_x\ ;mv_z^{'}=0 \quad (٢-٢)$$

وذلك من المعادلة (٢-١) . في الجملة cgs نقيس B بالغاوص ، حيث $(mks)\,1tesla=10^4G$ من المعادلات (٢-٢) نجد :

$$v_x^{''}=\frac{|q|B}{mc}v_y^{'}=-\left(\frac{|q|B}{mc}\right)^2v_x \quad (cgs) \quad (٢-٣)$$

$$v_y^{''}=-\frac{|q|B}{mc}v_x^{'}=-\left(\frac{|q|B}{mc}\right)^2v_y$$

تصف المعادلات (٢-٣) حركة مهتز توافقي بسيط تواتره السيكلتروني هو :

$$\omega_c=\frac{|q|B}{mc}$$ في (cgs) و $$\omega_c=\frac{|q|B}{m}$$ في(mks) (٢-٤)

وهو التواتر السيكلتروني للبلازما الممغنطة الذي آشرنا إليه في الوحدة السابقة (معادلة (١-٢٦)) نعتبر للسهولة آن ω_c موجب دوماً ($\omega_c > 0$).

تقبل المعادلات (٢-٣) حلاً من الشكل :

$$v_{x,y} = v_\perp \exp\left(\pm i\,\omega_c t + i\,\delta_{x,y}\right) \qquad (٢-٥)$$

حيث تدل إشارة $\pm$ على إشارة q, $\delta_{x,y}$ فرق معين في الطور.) يمكننا اختياره بحيث :

$$v_{x,y} = v_\perp e^{i\omega_c t} = x' \qquad (5\text{-}a)$$

وحيث $v_\perp$ ثابت موجب يمثل قيمة السرعة في مستوي عمود على $\overrightarrow{B}$. عندئذ :

$$v_y = \frac{mc}{|q|B} v_x' = \pm \frac{1}{\omega_c} v_x' = \pm i v_\perp e^{i\omega_c t} = y' \qquad (5\text{-}b)$$

بمكاملة (5-a) و (5-b) نحصل على :

$$x - x_0 = -i\frac{v_\perp}{\omega_c} e^{i\omega_c t} \;;\; y - y_0 = \pm\frac{v_\perp}{\omega_c} e^{i\omega_c t} \qquad (٢-٦)$$

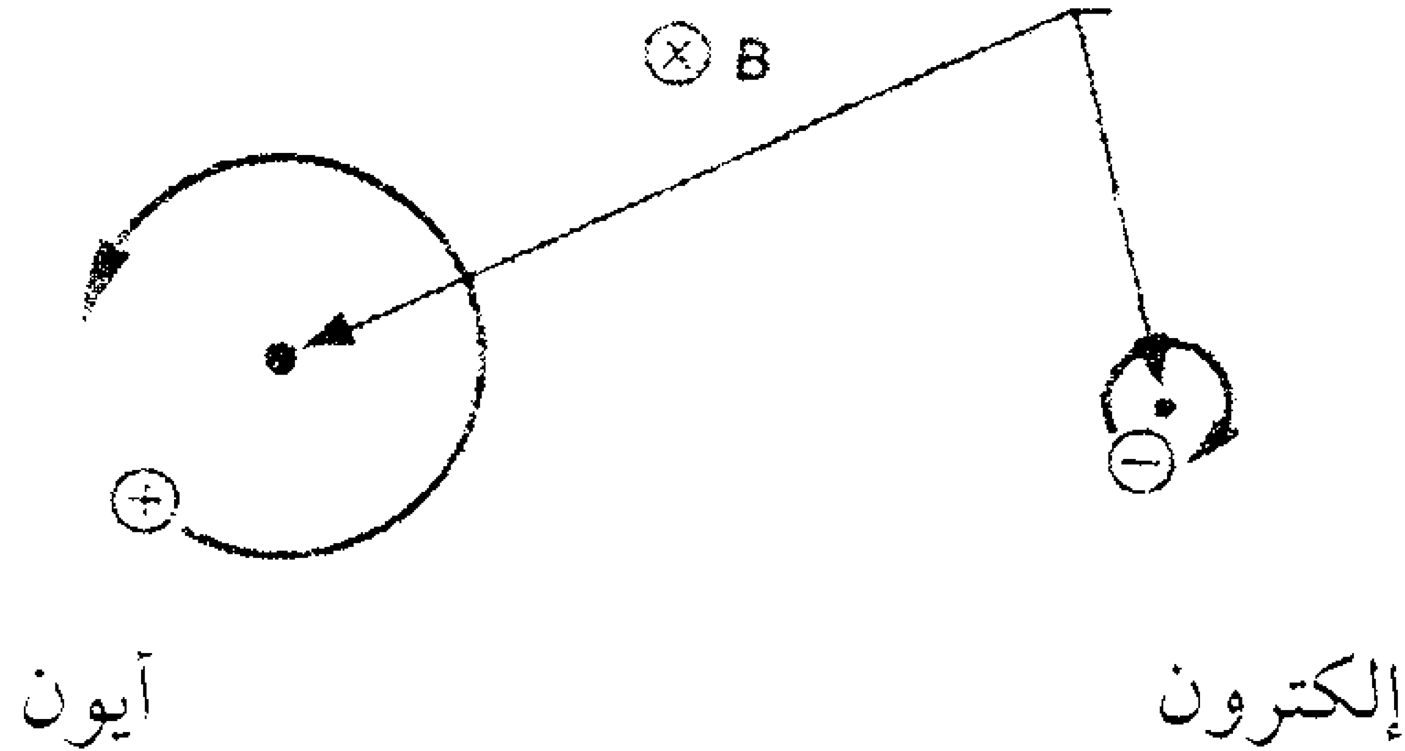
نسمي المقدار r_L نصف قطر لارمور :

$$r_L = \frac{mv_\perp}{|q|B} \text{ في (mks) و } r_L = \frac{v_\perp}{\omega_c} = \frac{mv_\perp c}{|q|B} \text{ في (cgs)} \qquad (٢-٧)$$

بأخذ القسم الحقيقي من المعادلتين (٦) نحصل على :

$$x - x_0 = r_L \,Sin\, \omega_c t \;;\; y - y_0 = \pm r_L \cos \omega_c t \qquad (٢-٨)$$

تصف المعادلات (٢-٨) مداراً دائرياً (مدار لارمور) حول مركز توجيه (x_0, y_0) وهو موضح في الشكل (٢-٢) التالي :



الشكل (٢-٢)

عادة نصطلح بالرمز ⊗ للمجال المغناطيسي الداخل إلى مستوى الورقة و بـ ⊙ للحالة المعاكسة .. أما جهة الدوران فهي دائماً بحيث يكون المجال المغناطيسي المتولد من الجسيمة المشحونة، معاكساً للمجال الخارجي المطبق، وبالتالي تميل جسيمات البلازما إلى أضعاف المجال المغناطيسي لهذا السبب فإن البلازما دايامغناطيسية أو لامغناطيسية (المواد الدايا مغناطيسية، يعمل التيار السطحي فيها على إحداث مجال يعاكس المجال الناتج عند تيار التوصيل، وهي ذات حساسية مغناطيسية X_m ونفاذية نسبية $\overline{\mu}$ سالبة :

حيث $X_m = \dfrac{M}{H} < 1 \; , \; \overline{\mu} = \dfrac{\mu}{\mu_0} < 1$ M التمغنط و H الشدة المغناطيسية $\overrightarrow{H} = \dfrac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} = -M$ ، وهي ليس لها عزم مغناطيسي عندما لا يؤثر عليها مجال مغناطيسي خارجي، ولكنها عندما توضع في مجال مغناطيسي فإن عزمها المغناطيسي يزداد في اتجاه معاكس لاتجاه المجال المؤثر وبالتالي فإن $1 > M$. بالإضافة إلى هذه الحركة توجد مركبة سرعة v_z في الاتجاه $\overrightarrow{B}$ ولا تتأثر بـ $\overrightarrow{B}$. ويكون منحى الجسيمة المشحونة في الحالة العامة سكلترون (لولب أو حلزون).

٢-٢-٢ عندما يكون $E = const \neq 0$:

في هذه الحالة تصبح الحركة مجموع حركتين الأولى حركة لارمور العادية، والثانية حركة جريّة لمركز التوجيه. ويمكن اختيار المجال الكهربائي $\overrightarrow{E}$ في الاتجاه x بحيث تكون

$E_y = 0$. كما في الحالة السابقة لا تتعلق مركبة السرعة v_z بالمركبات الأخرى v_x و v_y.

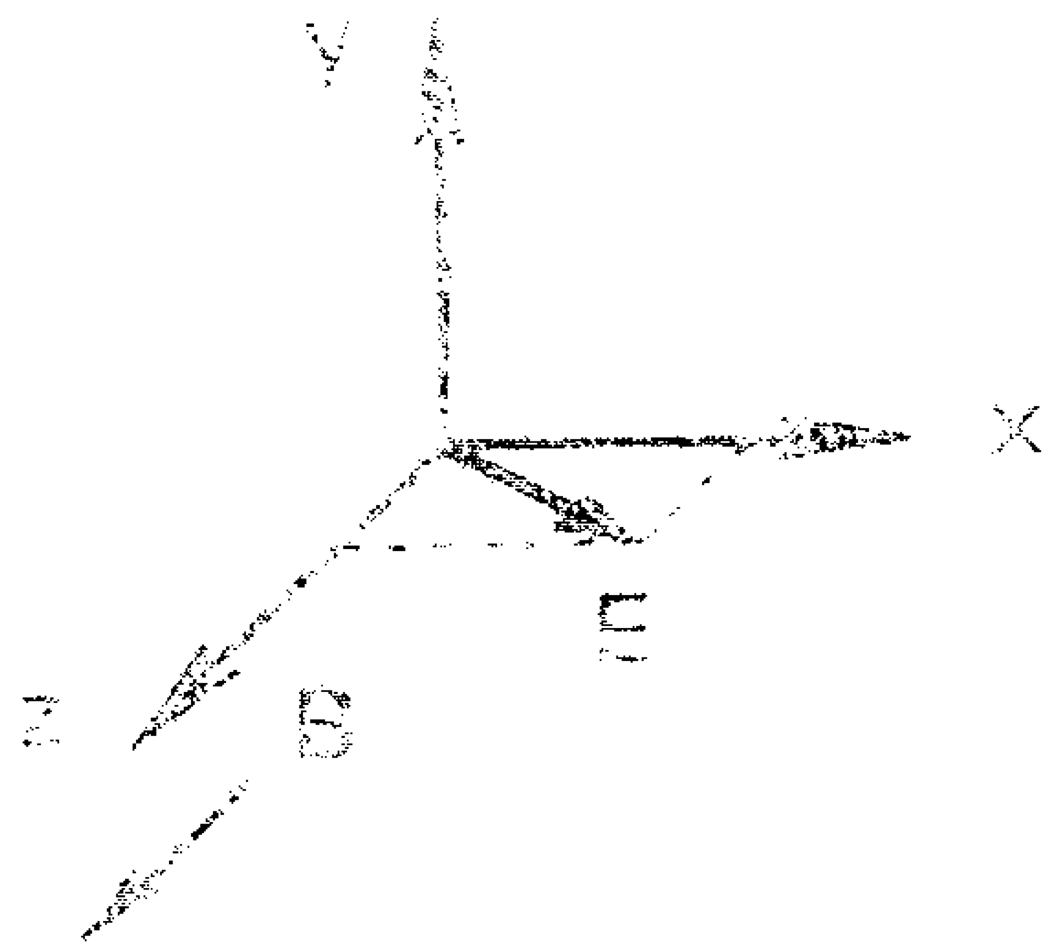
عندئذ تعطى معادلة الحركة بالشكل :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B}\right) \quad \text{(cgs) في الجملة} \qquad (٢-٩)$$

بناء على ما سبق تعطى المركبة Z بالشكل (الشكل (٢-٣)):

$$dv_z = \frac{q}{m}E_z dt \Rightarrow v_z = \frac{qE_z}{m}t + v_{0z} \qquad (٢-١٠)$$

وهي حركة متسارعة وفق الاتجاه $\vec{B}$.



الشكل(٢-٣)

المركبات الأخرى للسرعة هي :

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{q}{m}E_x \pm \omega_c v_y \;\; ; \;\; \frac{dv_y}{dt} = 0 \mp \omega_c v_x \qquad (٢-١١)$$

وبمفاضلة (٢-١١) (باعتبار $E = const \neq 0$) نحصل على :

$$v_x'' = -\omega_c^2 v_x \;\; ; \; v_y'' = \mp\omega_c\left(\frac{q}{m}E_x \pm \omega_c v_y\right) \qquad (٢-١٢)$$

$$= -\omega_c^2 \left(\frac{cE_x}{B} + v_y \right)$$ في (cgs)

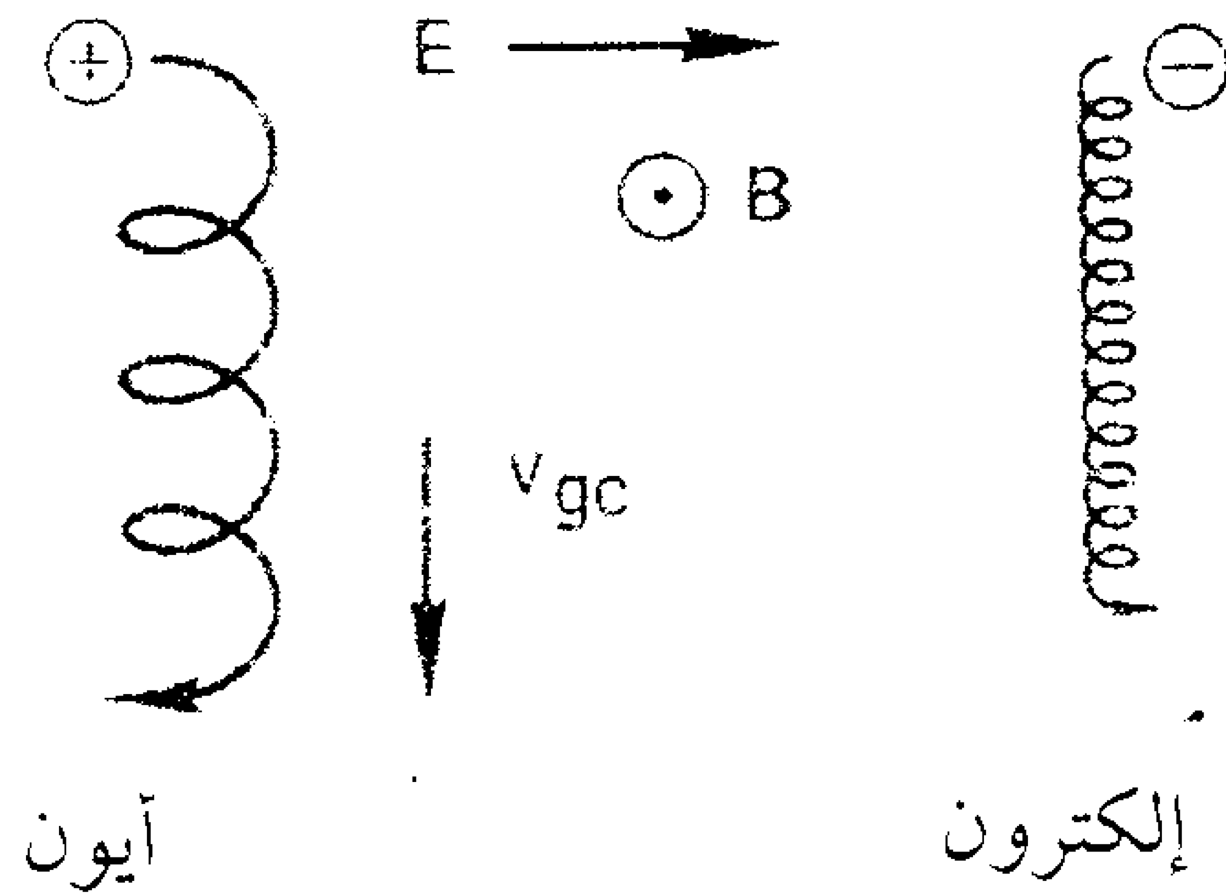
ويمكن كتابة المعادلة الأخيرة بالشكل :

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(v_y + \frac{cE_x}{B} \right) = -\omega_c^2 \left(v_y + \frac{cE_x}{B} \right) \quad (١٣-٢)$$

وهذه المعادلة لها شكل المعادلة (٢-٣) بعد تبديل v_y بـ $v_y + \frac{cE_x}{B}$ وبالتالي تصبح المعادلة (٢-٥) بالشكل :

$$v_x = v_\perp e^{i\omega_c t} \; ; v_y = \pm v_\perp e^{i\omega_c t} - \frac{cE_x}{B} \quad (١٤-٢)$$

أي أن حركة لارمور هي كما في الحالة السابقة وإنما هناك حركة جرية لمركز التوجيه وفق الاتجاه y كما في الشكل(٢-٤) التالي :



الشكل (٢-٤)

لإيجاد صيغة عامة لسرعة مركز التوجيه $\vec{v}_{gc}$ نحل المعادلة (٢-٩) بالشكل المتجهي .

يمكننا ترك الحد $m\frac{d\vec{v}}{dt}$ في هذه المعادلة مبدئياً لأنه يعطي الحركة الدائرية ذات التواتر ω_c والتي أصبحت معلومة لدينا ، عندئذ تصبح المعادلة (٢-٩) بالشكل :

$$\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v} \times \vec{B} = 0 \quad (١٥-٢)$$ (في cgs)

نضرب هذه العلاقة متجهيا بـ $\vec{B}$ فنجد :

$$\vec{E}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\frac{1}{c}\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$$

$$=-\left[\vec{v}\,\frac{B^{2}}{c}-\frac{1}{c}\vec{B}\left(\vec{B}.\vec{v}\right)\right] \qquad (٢-١٦)$$

وذلك من العلاقة : $\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\vec{B}\left(\vec{A}.\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A}.\vec{B}\right)$

المركبات العمودية لهذه المعادلة هي :

$$\vec{E}\times\vec{B}=v_{\perp gc}\,\frac{B^{2}}{c} \qquad (٢-١٧)$$

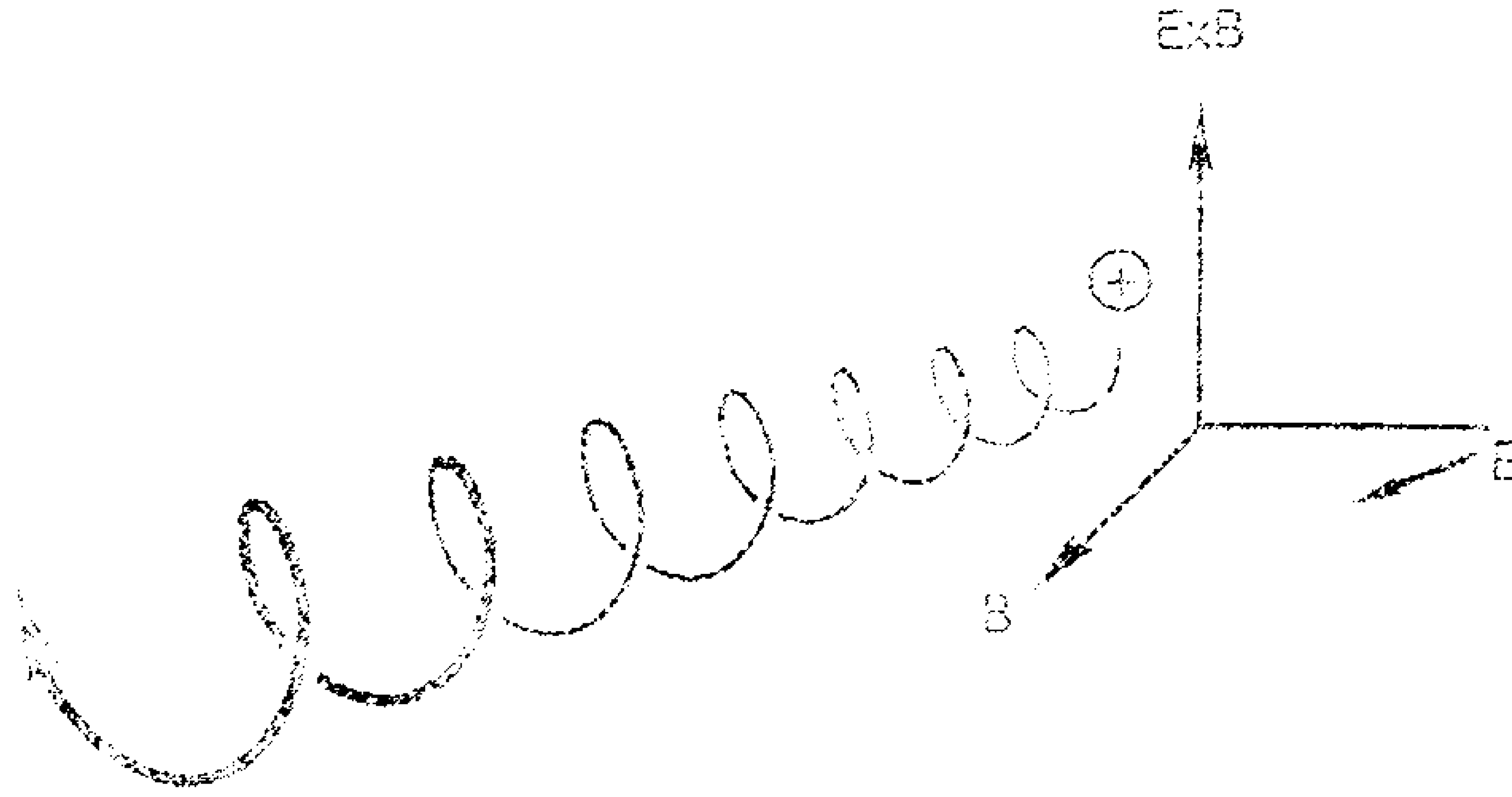
أو

$$\overrightarrow{v_{\perp gc}}=c\,\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^{2}}=\overrightarrow{v_{E}} \quad \text{حيث} \quad \overrightarrow{v_{\perp gc}}\perp\vec{B}$$

تسمى هذه السرعة بالسرعة الجرّية أو الانجرافية لمركز التوجيه، وهي ناتجة عن المجال الكهربائي الثابت (انجراف أو جرّ كهربائي). تجدر الإشارة إلى أن $\overrightarrow{v_{E}}$ مستقلة عن كل من m و q و $v_{\perp}$، ويمكن توضيح ذلك على النحو التالي: في نصف المدار الأول يكتسب الأيون طاقة من المجال الكهربائي (انظر الشكل(٢-٤)) وتزداد سرعته $v_{\perp}$ ويزداد r_{L}. وفي نصف المدار الثاني يفقد الأيون طاقة ويتناقص r_{L}. ويعود هذا الفرق في قيمة r_{L} إلى السرعة الجرّية v_{E}. أما الإلكترونات فإنها تدور في اتجاه معاكس وتكتسب طاقة في الحالات المعاكسة، ولذلك تنجر في نفس اتجاه الأيونات.

في حالة الجسيمات المتساوية الطاقة والمختلفة الكتلة، تملك الجسيمة الأخف نصف قطر لارمور r_{L} أصغر وبالتالي يكون جرها أقل دورة واحدة، ولكن يكون[تواتر]دورانها أكبر وبالتالي يلغي التأثيران كل منهما الآخر.

أما في حالة الجسيمات المتساوية الكتلة والمختلفة بالطاقة يكون لها نفس التواتر ω_{c}، وتملك الأبطأ منهما نصف قطر لارمور r_{L} أصغر وتكسب طاقة أقل من المجال الكهربائي $\vec{E}$ خلال نصف دورة. ويكون مدار جسيمة الثلاثي الأبعاد في الفراغ أيضاً بشكل حلزوني وبخطوات متغيرة كما في الشكل(٢-٥):



الشكل (٢-٥)

٢-٢-٣ مجال الجاذبية:

يمكن تطبيق النتيجة السابقة على قوى أخرى بتبديل $q\vec{E}$ في العلاقة (٢-٩) بقوة أعم $\vec{F}$. عندئذ يصبح جر مركز التوجيه الناتج عن $\vec{F}$ بالشكل:

$$\vec{v_f} = \frac{1}{q}\frac{\vec{F}\times\vec{B}}{B^2} \quad (mks); \quad \vec{v_f} = \frac{c}{q}\frac{\vec{F}\times\vec{B}}{B^2}; (cgs) \quad (٢-١٨)$$

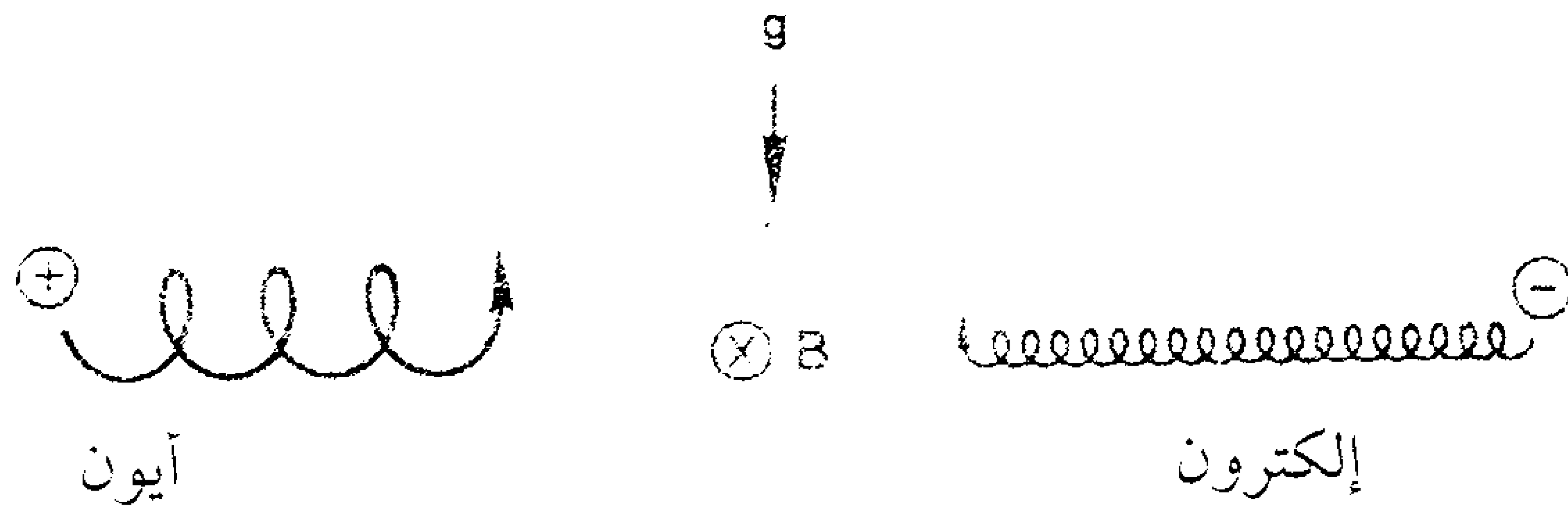
عندما تكون $\vec{F}$ هي قوة الثّقالة (الجاذبية) $m\vec{g}$ تنشأ سرعة جرّية:

$$\vec{v_g} = \frac{m}{q}\frac{\vec{g}\times\vec{B}}{B^2} \quad (mks); \quad \vec{v_g} = \frac{mc}{q}\frac{\vec{g}\times\vec{B}}{B^2}; (cgs) \quad (٢-١٩)$$

وهي مشابهة للسرعة الجرّية $\vec{v_E}$ بحيث أنها عمودية على كل من القوة و $\vec{B}$ ولكنها تختلف بشيء مهم هو أن السرعة $\vec{v_g}$ تتعلق بإشارة الشحنة q . تتحرك الإلكترونات والأيونات بتأثير قوة الجاذبية بحركة جرّية باتجاهين مختلفين وبالتالي ينشأ في البلازما تيار ذو كثافة:

$$(cgs) \quad \vec{j} = nc(M+m)\frac{\vec{g}\times\vec{B}}{B^2} \quad (٢-٢٠)$$

السبب الفيزيائي لهذه الحركة أيضاً هو التغير في نصف قطر لارمور r_L عندما تكتسب الجسيمة الطاقة أو تخسرها في مجال الجاذبية، تدور الإلكترونات باتجاه معاكس لدوران الأيونات، ولكن تكون القوة المطبقة عليهما ثابتة الجهة كما في الشكل (٢-٦):



الشكل(٢-٦)

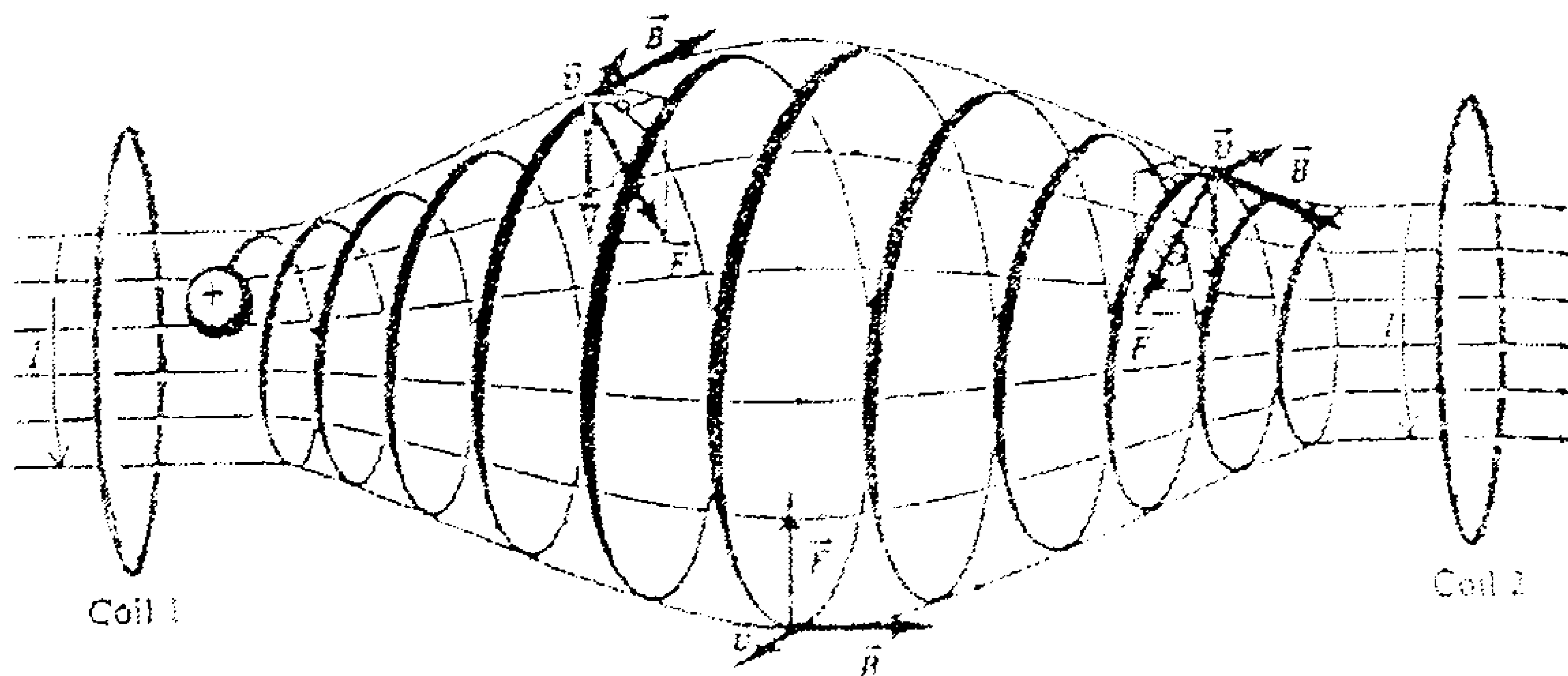
ولذلك تكون الحركة الجرّية في اتجاهين مختلفين. وتكون قيمة $\overline{v_g}$ عادة صغيرة يمكن إهمالها ولا تتعلق بالكتلة. ولكن عندما تكون خطوط القوة منحنية فإن هناك تأثير لقوة الجاذبية بسبب نشوء القوة المركزية، وعندها لا نهمل $\overline{v_g}$ وتكون هذه القوة غير مرتبطة بالكتلة m . وهذه القوة المركزية المشار إليها هي السبب في اللااستقرارات في البلازما وتدعى لا استقرارات الجاذبية وهي مستقلة عن مفهوم الجاذبية الأرضية.

٢-٣ المجال الكهرومغناطيسي غير المنتظم:

ونميز هنا حالات عديدة تتعلق بوضع كل من المجال الكهربائي $\vec{E}$ فيما إذا كان غير منتظم، وكذلك المجال المغناطيسي فيما إذا كان غير منتظم، وسندرس بعض الحالات المختلفة الممكنة.

٢-٣-١ المجال المغناطيسي $\vec{B}$ غير منتظم:

بشكل عام إذا كان المجال $\vec{B}$ غير منتظم فإن المسار اللولبي سيبقى لولبي ولكن بأنصاف أقطار مختلفة كما في الشكل(٢-٧):

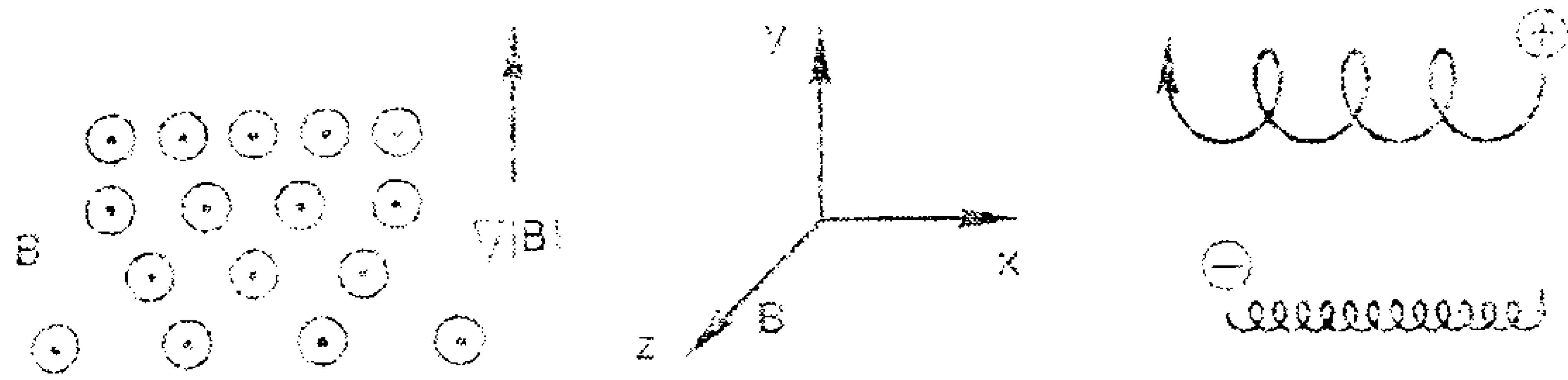


الشكل (٢-٧)

لقد حصلنا في حالة المجالات المتجانسة على عبارات واضحة للحركة الجرية لمركز التوجيه ، أما عندما ندرس المجالات غير المتجانسة فإن المسألة تصبح أصعب بكثير على الحل الدقيق ، حيث تتغير المجالات بتغير الزمان والمكان . وللحصول على حل تقريبي يمكن نشر سلسلة تحوي المقدار $\frac{r_L}{L}$ حيث L أبعاد عدم التجانس . ونسمي هذا النوع من النظريات بنظرية المدار . وسوف نأخذ أبسط الحالات باعتبار وجود لا تجانس واحد في لحظة معينة .

٢-٣-١-١ الحركة الجرية لتدرج $\mathrm{B} : \vec{\mathrm{B}} \perp \nabla \mathrm{B}$:

هنا خطوط $\vec{\mathrm{B}}$ هي خطوط مستقيمة ، ولكن كثافتها تتزايد ، وليكن في الاتجاه y كما في الشكل (٢-٨):



الشكل (٢-٨)

في هذه الحالة وبسبب تدرج المجال المغناطيسي $|\mathrm{B}|$ يصبح نصف قطر لارمور في الأسفل (المدار الأساسي) أكبر منه في الأعلى ، وهذا يؤدي بدوره إلى حركة جرية في اتجاهين متعاكسين لكل من الالكترونات والأيونات وهذه الحركة الجرية عمودية على كل من $\vec{\mathrm{B}}$ و $\vec{\nabla}|\mathrm{B}|$. وتكون السرعة الجرية متناسبة مع كل من $\mathrm{V}_{\perp}$ و $\frac{r_L}{L}$.

لندرس القوة المغناطيسية المؤثرة وسطيا خلال دورة واحدة $\vec{F} = \frac{q}{c}\vec{v} \times \vec{\mathrm{B}}$.

من الواضح أن $\bar{F}_x = 0$ لأن الجسيمة تستغرق وقتا للحركة نحو الأعلى مماثلا لوقت حركتها نحو الأدنى (أنظر الشكل (٢-٨)). لنحسب $\bar{F}_y$ بشكل تقريبي باستخدام مدار ثابت للجسيمة وذلك لإيجاد قيمة وسطى للقوة .

يحدد المدار الثابت من العلاقتين (٢-٥) و(٢-٨) في حالة مجال مغناطيسي منتظم $\vec{B}$.

لدينا من المعادلة (٢-٢): $mv'_y = -\frac{qB}{c}V_x$

وبأخذ القسم الحقيقي من المعادلة (٢-٥) نجد:

$$F_y = -\frac{q}{c}v_x B_Z(y) = -\frac{q}{c}v_\perp(\cos\omega_c t)B_Z(y) \quad (v_x = v_\perp \text{ هنا}) \qquad (٢-٢١)$$

باستخدام منشور تايلور(Taylor expansion) للمجال المغناطيسي $\vec{B}$ حول النقطة $x_0 = 0$ و $y_0 = 0$ وباستخدام المعادلة(٨) نحصل على:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + (\vec{r}.\vec{\nabla})\vec{B} + ...$$

$$B_Z = B_0 + y\left(\frac{\partial B_Z}{\partial y}\right) + ... \qquad (٢-٢٢)$$

وبالتالي تصبح المعادلة (٢-٢١) بالشكل:

$$F_y = -\frac{qv_\perp}{C}(\cos\omega_c t)\left[B_0 + y\left(\frac{\partial B_Z}{\partial y}\right)\right] =$$
$$= -\frac{qv_\perp}{C}(\cos\omega_c t)\left[B_0 \pm r_L(\cos\omega_c t)\left(\frac{\partial B_Z}{\partial y}\right)\right] \qquad (٢-٢٣)$$

المنشور(٢-٢٢) يجب أن يحقق $\frac{r_L}{L} << 1$ حيث L البعد المميز لـــ $\frac{\partial B_Z}{\partial y}$.

الحد الأول في F_y الصفر خلال دور كامل. والقيمة الوسطى لـــ $\cos^2\omega_c t$ هي $\frac{1}{2}$

وبالتالي:

$$\bar{F}_y = \pm\frac{v_\perp}{c}qr_L.\frac{1}{2}.\frac{\partial B_Z}{\partial y} \qquad (٢-٢٤)$$

وبالتالي تكون السرعة الجرية لمركز التوجيه هي:

$$\bar{v}_{gc} = \frac{c}{q}\frac{\vec{F}\times\vec{B}}{B^2} = \frac{c}{q}\frac{\bar{F}_y}{|\vec{B}|}\hat{x} = \pm\frac{v_\perp r_L}{B}.\frac{1}{2}\frac{\partial B_Z}{\partial y}\hat{x} \qquad (٢-٢٥)$$

وبما أن اختيار المحور y كان كيفيا (جهة تزايد كثافة خطوط $\vec{B}$)، لذلك يمكن تعميم هذه النتيجة بالشكل التالي :

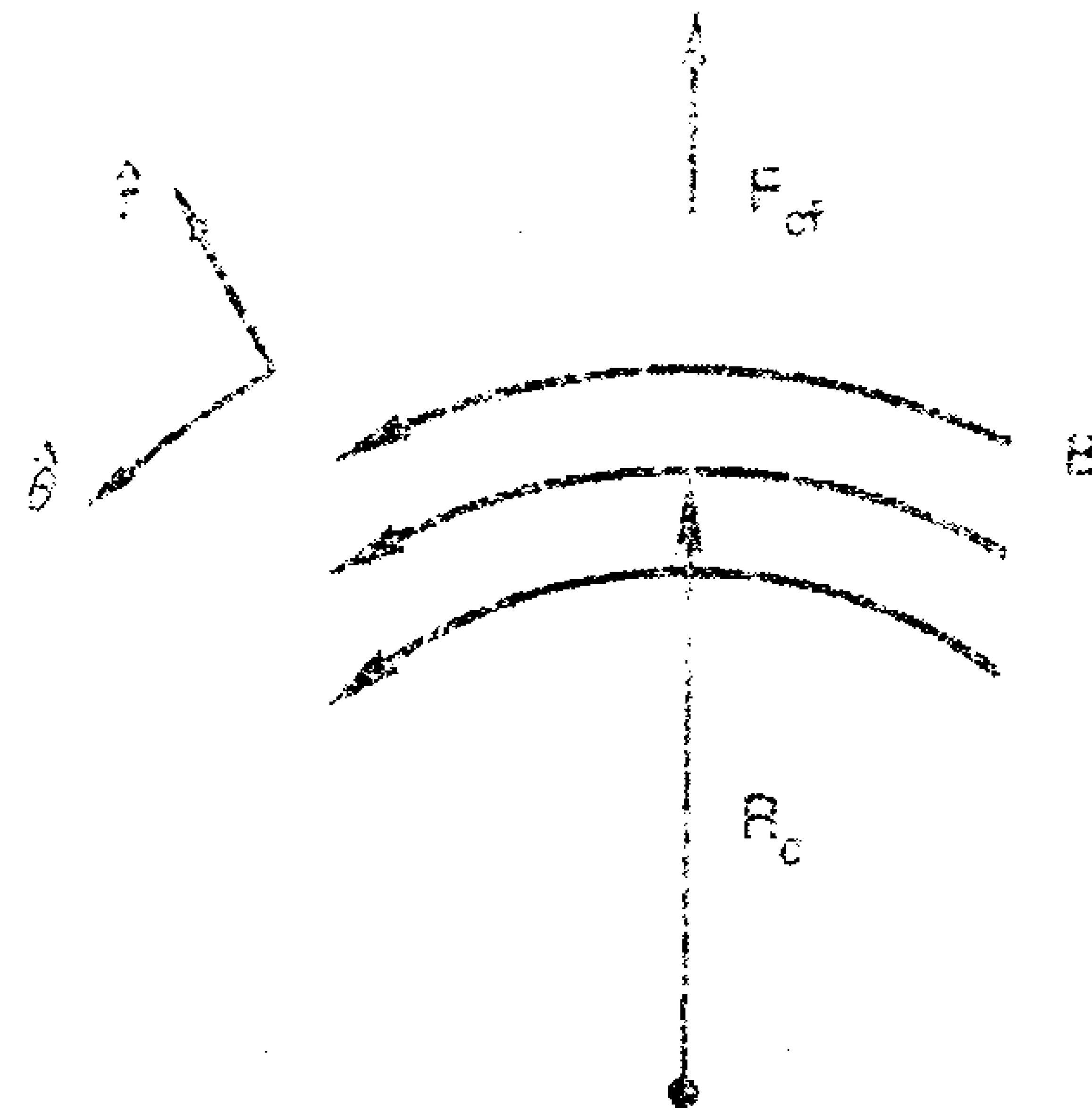
$$\vec{v}_{\nabla|B|} = \pm\frac{1}{2}v_{\perp}r_L\,\frac{\vec{B}\times\vec{\nabla}|B|}{B^2} \qquad (٢-٢٦)$$

تتضمن العلاقة (٢-٢٦) كل المقادير التي يمكن توقعها ، ما عدا الحد $\frac{1}{2}$ لم يكن متوقعا وهو ناتج عن عملية أخذ المتوسط .

نذكر أن $\pm$ تقابلان إشارة الشحنة ، أما القيمة $\vec{v}_{\nabla|B|}$ فتدعى جر تدرج $|B|$ ، وهي مختلفة بالإشارة في الالكترونات عن الأيونات ، وهذا يولد تيارا عموديا على $\vec{B}$. بالحساب الدقيق لـ $\vec{v}_{\nabla|B|}$ يمكن تحديد المدارات المستخدمة بدقة بما في ذلك الجر في حالة أخذ القيمة الوسطى .

٢-٣-١-٢ المجال المغناطيسي $\vec{B}$ المنحني – انسياق منحني الخطوط :

لنفرض الآن أن خطوط القوة للمجال $\vec{B}$ هي خطوط منحنية نصف قطر انحنائها R_C ثابت ، ولنفرض أن $|\vec{B}|$ ثابت كما في الشكل (٢-٩) :



الشكل (٢-٩)

مثل هذا المجال لا يحقق معادلات ماكسويل في الفراغ (الخلاء) لذلك يجب أخذ جر تدرج $|B|$ بعين الاعتبار . تنشأ الحركة الجرية لمركز التوجيه من القوة النابذة المركزية الناشئة

عن حركة الجسيمات الحرارية وفق خطوط المجال المغناطيسي (خطوط القوى).

إذا كانت $v_{\parallel}^{2}$ مربع القيمة الوسطى لمركبة السرعة العشوائية باتجاه $\vec{B}$ ، فإن القوة النابذة المركزية هي :

$$\vec{F}_{cf} = \frac{m v_{\parallel}^{2}}{R_c}\hat{r} = m v_{\parallel}^{2}\frac{\vec{R_c}}{R_c^{2}} \qquad (٢-٢٧)$$

بمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة (٢-١٨) نحصل على السرعة الجرية :

$$\vec{V}_R = \frac{c}{q}\frac{\vec{F}_{cf}\times\vec{B}}{B^{2}} = \frac{m v_{\parallel}^{2}}{qB^{2}}\frac{\vec{R_c}\times\vec{B}}{R_c^{2}} \qquad (٢-٢٨)$$

السرعة $\vec{V}_R$ تسمى سرعة جر الخطوط المنحنية .

لنحسب الآن جر – تدرج $|B|$ (grad - $|B|$ drift) في حالة جر الخطوط المنحنيـة ، وذلك بأخذ تناقص $|B|$ بتناقص نصف قطر الانحناء بعين الاعتبار .

لدينا في حالة الفراغ (الخلاء) $\vec{\nabla}\times\vec{B} = 0$ ، وفي الإحداثيات الاسطوانية للشكل السابق نجد أن للمقدار $\vec{\nabla}\times\vec{B}$ مركبة واحدة فقط (المركبة z) لأن المجال $\vec{B}$ له المركبة θ والتدرج $\nabla|B|$ له المركبة r فقط . وبالتالي نجد:

$$\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)_r = \frac{1}{r}\frac{\partial B_z}{\partial\theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z}$$

$$\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)_\theta = \frac{\partial B_r}{\partial\theta_z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \qquad (٢-٢٩)$$

$$\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)_z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rB_\theta\right) - \frac{1}{r}\frac{\partial B_r}{\partial\theta}$$

وبما أن $\vec{\nabla}\left(\frac{\partial}{\partial r},0,0\right)$ و $\vec{B}\left(0,B_\theta(r),0\right)$ نجد :

$$\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)_z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rB_\theta\right) = 0$$

وبالتالي : $rB_\theta = const$

ونجد أن :

$$B_\theta \propto \frac{1}{r} \Rightarrow |B| \propto \frac{1}{R_c} \quad ; \quad \frac{\nabla|B|}{|B|} = -\frac{\overrightarrow{R_c}}{R_c^2} \qquad (٢-٣٠)$$

وباستخدام المعادلة (٢-٢٦) نجد :

$$\overrightarrow{v_{\nabla|B|}} = \mp\frac{1}{2}\frac{v_\perp r_L}{B^2}\overrightarrow{B}\times|B|\frac{\overrightarrow{R_c}}{R_c^2} = \pm\frac{1}{2}\frac{v_\perp^2}{\omega_c} \cdot \frac{\overrightarrow{R_c}\times\overrightarrow{B}}{R_c^2|B|} = \frac{1}{2}\frac{mc}{q}v_\perp^2\frac{\overrightarrow{R_c}\times\overrightarrow{B}}{R_c^2 B^2} \quad (٢-٣١)$$

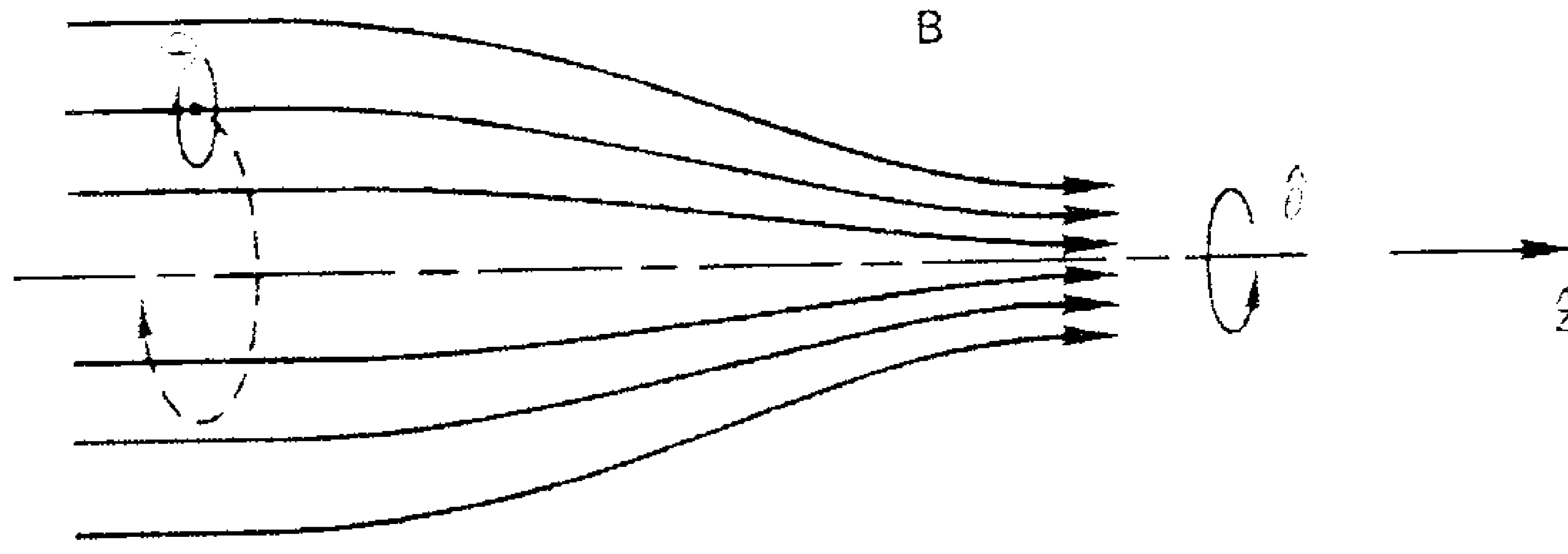
بإضافة هذا الحد إلى $\overrightarrow{V_R}$ نحصل على السرعة الجرّية المجموعية في المجال المغناطيسي ذو الخطوط المنحنية :

$$\vec{v}_{\nabla|B|} + \vec{V}_R = \frac{mc}{q}\frac{\overrightarrow{R_c}\times\overrightarrow{B}}{R_c^2 B^2}\left(v_\parallel^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2\right) \qquad (٢-٣٢)$$

لسوء الحظ أنه يمكن جمع هذه السرعة الجرّية ، لأن هذا يعني أنه إذا انحنى مجال مغناطيسي ما بشكل إطار بهدف اختزان بلازما اندماج نووي حراري ، فإن الجسيمات سوف تنجر خارج الإطار ، بغض النظر كيف تم اختيار المجال المغناطيسي والحرارة .

٢-٣-١-٣ المرايا المغناطيسية $\nabla|B| \parallel \overrightarrow{B}$:

لندرس مجالاً مغناطيسياً موجه بشكل أساسي وفق المحور z . بفرض أن هذا المجال متناظر حول $B_\theta = 0$ و $\frac{\partial}{\partial\theta} = 0$ ، بما أن خطوط المجال $\overrightarrow{B}$ تتجمع وتتفرق ، من الضروري أن تكون لدينا مركبة B_r (شكل (٢-١٠)) . ولنبين أن هذا يؤدي إلى نشوء القوة التي يمكنها وضع جزيئة ما في مجال مغناطيسي .



شكل(٢-١٠) انجراف جزيئه ما في مجال مرآة مغناطيسية

يمكننا حساب قيمة B_r من $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{\partial B_z}{\partial_z} = 0 \qquad (٢-٣٣)$$

حيث :
$$\left(\left(\vec{\nabla}.\vec{B}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial B_\theta}{\partial_\theta} + \frac{\partial B_z}{\partial_z}\right)$$

إذا كانت قيمة $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ معطاة في حالة $r = 0$ ولا تتغير كثيراً بتغير r يكون لدينا بشكل تقريبي :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) = -\frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) - r\ \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$rB_r = -\int_0^r r\frac{\partial B_z}{\partial z}dr = -\frac{1}{2}r^2\left[\frac{\partial B_z}{\partial z}\right]_{r=0}$$

$$B_r = -\frac{1}{2}r\left[\frac{\partial B_z}{\partial z}\right]_{r=0} \qquad (٢-٣٤)$$

إن تغير $|\mathrm{B}|$ حول مركز التوجيه بتغير r يسبب انجراف التدرج (Grad - $\vec{B}$ Drift) لمركز التوجيه حول محور التناظر ولكن لا يحصل انجراف تدرج متجهي لأن $\frac{\partial B}{\partial \theta} = 0$.

إن مركبات القوة المغناطيسية هي :

$$\overline{F} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \overline{B} \qquad F_r = \frac{q}{c}\left(v_\theta B_z - v_z B_\theta\right)$$

(٣٥-٢) (١)

$$\begin{vmatrix} v_r & v_\theta & v_z \\ B_r & B_\theta & B_z \end{vmatrix} \begin{matrix} v_r \\ B_r \end{matrix} \qquad F_\theta = \frac{q}{c}\left(-v_r B_z + v_z B_r\right)$$

(٢) (٣)

$$F_z = \frac{q}{c}\left(v_r B_\theta - v_\theta B_r\right)$$

(٤)

الحدين المشطوبين مساويين للصفر عندما $B_\theta = 0$ ، والحدين (١) و (٢) يعطيان دوران لارمور العادي (يعطيان حركة في مستوي متعامد مع B_z). الحد (٣) ينعدم فوق المحور؛ آما عندما لا ينعدم فإن القوة السمتية تسبب حركة انجراف باتجاه نصف القطر. وحركة الانجراف هذه تؤدي ببساطة إلى جعل مراكز التوجيه (guiding centers) تتبع خطوط القوة.

الحد (٤) هو الحد الذي يهمنا. باستخدام المعادلة (٢-٣٤) نحصل على:

$$(mks)\ F_z = \frac{1}{2} q v_\theta r\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right); \quad (cgs) F_z = \frac{1}{2}\frac{q}{c} v_\theta r\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right) \qquad (٣٦-٢)$$

يجب أخذ القيمة الوسطى لهذه القوة من أجل دورة كاملة. للسهولة نأخذ الجزيئات التي مركز توجيهها يقع على المحور. عندئذ تصبح $v_\theta = const$. خلال دورة كاملة وبالاعتماد على أن إشارة q ، V_θ هي $\pm V_\perp$ (دوران متوازن حول المحيط) وبما أن $r = r_L$ فإن القيمة الوسطى للقوة F_z هي:

$$(mks)\ \overline{F}_z = \mp \frac{1}{2} q\, v_\perp r_L \frac{\partial B_z}{\partial z} = \mp \frac{1}{2} q \frac{v_\perp^2}{\omega_c}\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{1}{2}\frac{m v_\perp^2}{B}\frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$(cgs)\ \overline{F}_z = \mp \frac{1}{2}\frac{q}{c} v_\perp r_L \frac{\partial B_z}{\partial z} = \mp \frac{1}{2}\frac{q}{c}\frac{v_\perp^2}{\omega_c}\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{1}{2}\frac{m v_\perp^2}{B}\frac{\partial B_z}{\partial z} \qquad (٣٧-٢)$$

سوف ندعو المقدار التالي العزم المغناطيسي لدوران الجسيمة:

$$\mu = \frac{1}{2} m v_{\perp}^{2} / B \qquad (٢-٣٨)$$

وبالتالي :

$$\overline{F}_z = -\mu \frac{\partial B_z}{\partial z} \qquad (٢-٣٩)$$

وهذه حالة مميزة لقوة مؤثرة على جزيئة دايامغناطيسية والتي يمكن كتابتها بشكل عام كما يلي :

$$\overrightarrow{F}_{\parallel} = -\mu \frac{\partial B}{\partial \vec{s}} = -\mu \overrightarrow{\nabla}_{\parallel} B \qquad (٢-٤٠)$$

حيث $d\vec{s}$ عنصر خطي موجه وفق المجال المغناطيسي $\vec{B}$. سوف نشير إلى أن التعريف (٢-٣٨) هو نفسه تعريف العزم المغناطيسي لحلقة تيار مساحتها A وشدة التيار المار فيها I :

$$\mu = \frac{1}{c} I S \qquad (\mu = I A)$$

في حالة أيون مشحون ومنفرد . يتولد I من الشحنة e التي تدور $\frac{\omega_c}{2\pi}$ دورة في الثانية : $I = {}^{e\,\omega_c}/_{2\pi}$ ، المساحة A هي $\pi r_L^2 = \pi \frac{v_{\perp}^2}{\omega_c^2}$ وعندئذ :

$$\mu = \frac{\pi v_{\perp}^2}{\omega_c^2} \cdot \frac{e\,\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2} \frac{v_{\perp}^2 e}{\omega_c} = \frac{1}{2} \frac{m v_{\perp}^2}{B}$$

عندما تتحرك الجزيئة في مناطق يكون فيها المجال المغناطيسي أقوى أو أضعف ، فإن نصف قطر لارمور لهذه الجزيئة يتغير ، ولكن μ يبقى ثابتا . لإثبات ذلك ، سندرس مركبة معادلة الحركة وفق الاتجاه $\vec{B}$:

$$m \frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\mu \frac{\partial B}{\partial s} \qquad (٢-٤١)$$

نضرب بـ $v_{\parallel}$ من اليسار، ومن اليمين بمساواتها $\frac{ds}{dt}$ نحصل على:

$$mv_{\parallel}\frac{dv_{\parallel}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^{2}\right)=-\mu\frac{\partial B}{\partial s}\frac{ds}{dt}=-\mu\frac{dB}{dt} \quad (٢-٤٢)$$

هنا $\frac{dB}{dt}$ هو تغير B كما يظهر من الجزيئة، $\vec{B}$ بحد ذاته ثابت مع الزمن. طاقة الجزيئة يجب أن تبقى محفوظة وبالتالي:

$$\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^{2}+\frac{1}{2}mv_{\perp}^{2}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^{2}+\mu B\right)=0 \quad (٢-٤٣)$$

باستخدام المعادلة (٢-٤٢) نحصل على:

$$-\mu\frac{dB}{dt}+\frac{d}{dt}(\mu B)=0$$

$$-\mu\frac{dB}{dt}+\mu\frac{dB}{dt}+B\frac{d\mu}{dt}=0$$

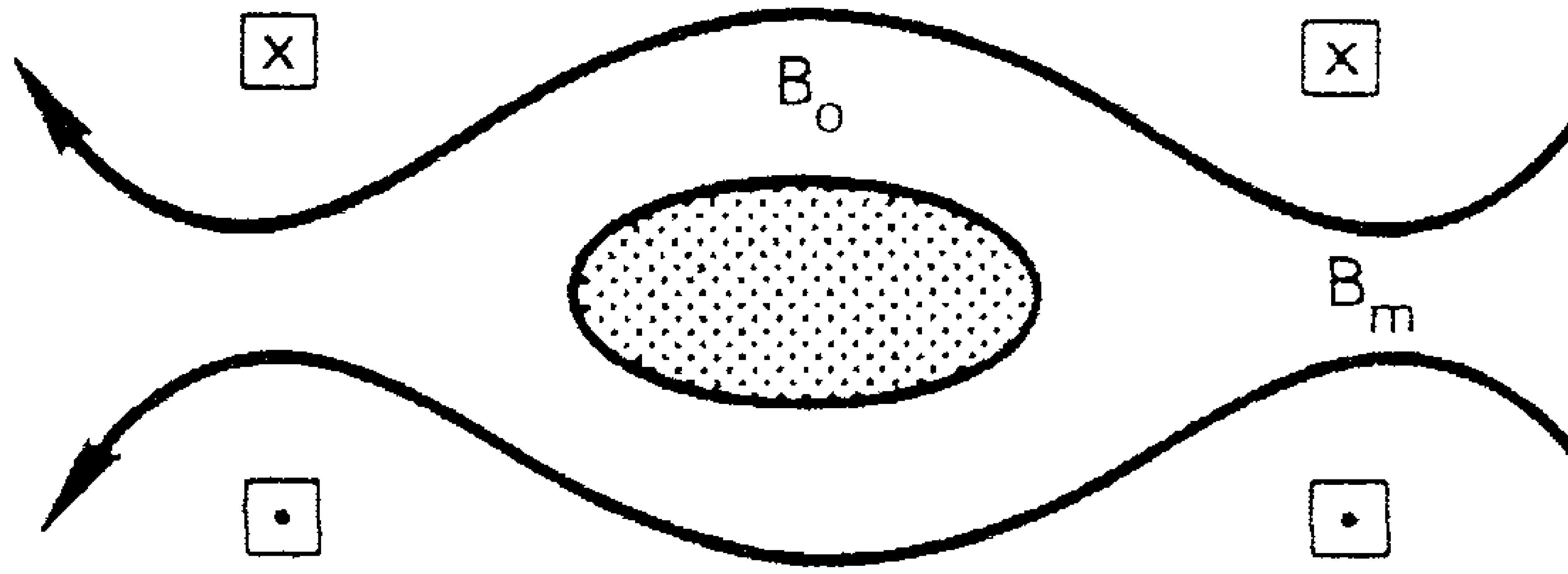
وبالتالي:

$$\frac{d\mu}{dt}=0 \qquad \mu=\left(\frac{1}{2}mv_{\perp}^{2}\right)/B \quad (٢-٤٤)$$

إن عدم تغير μ هو الفكرة الأساسية في اختزان البلازما (حصر البلازما):

المرآة المغناطيسية. عندما تتحرك جزيئة ما بفضل حركتها الحرارية من منطقة ذات مجال ضعيف إلى منطقة ذات مجال أقوى، تتزايد سرعتها $v_{\perp}$ بتزايد B لكي يبقى μ ثابتاً.

وبما أن الطاقة الكلية للجزيئة يجب أن تبقى ثابتة فإن $v_{\parallel}$ يجب أن تتناقص. إذا كان المجال $\vec{B}$ كبير بشكل كاف في عنق المرآة، فإن $v_{\parallel}$ يمكن أن تصبح مساوية للصفر وبالتالي ترتد الجزيئة بشكل معاكس نحو المجال الأضعف بالطبع هذا الارتداد ناتج عن قوة $\vec{F}_{\parallel}$. إن المجال غير المنتظم لثنائية وشائع يكون مرآتين مغناطيسيتين، يمكن للبلازما بينها أن تكون محصورة. وهذا ساري المفعول على الإلكترونات والأيونات، وهذا الحصر يكون مثالياً. (الشكل (٢-١١)).



شكل (٢-١١) - تخزين (حصر) البلازما بين مرآتين مغناطيسيتين

مثلاً: إن جزيئة ما معطاة ذو سرعة $v_{\perp} = 0$ لن يكون لها عزم مغناطيسي ولن تتأثر بأي قوة وفق اتجاه $\vec{B}$. أما جزيئة ذو سرعة $v_{\perp} // v_{\parallel}$ صغيرة. في مستوى التناظر $(B = B_0)$ سوف تفلت أيضاً إذا لم يكن المجال الأعظمي B_m كبيراً بشكل كاف.

إذاً من أجل مجالين معطيين B_0 و B_m أي الجزيئات ستفلت؟

إن جزيئة ما ذات سرعة $v_{\perp} = v_{\perp 0}$ و $v_{\parallel} = v_{\parallel 0}$ في مستوى التناظر سوف يكون لها سرعة $v_{\perp} = v'_{\perp}$ و $v_{\parallel} = 0$ في نقطة الانعكاس، ليكن المجال هناك B' ، في هذه الحالة عدم تغير μ يعطي:

$$\frac{1}{2}\frac{mv_{\perp 0}^2}{B_0} = \frac{1}{2}\frac{mv_{\perp}'^2}{B'} \qquad (٢-٤٥)$$

إن انحفاظ الطاقة يتطلب:

$$v_{\perp}'^2 = v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2 = v_0^2 \qquad (٢-٤٦)$$

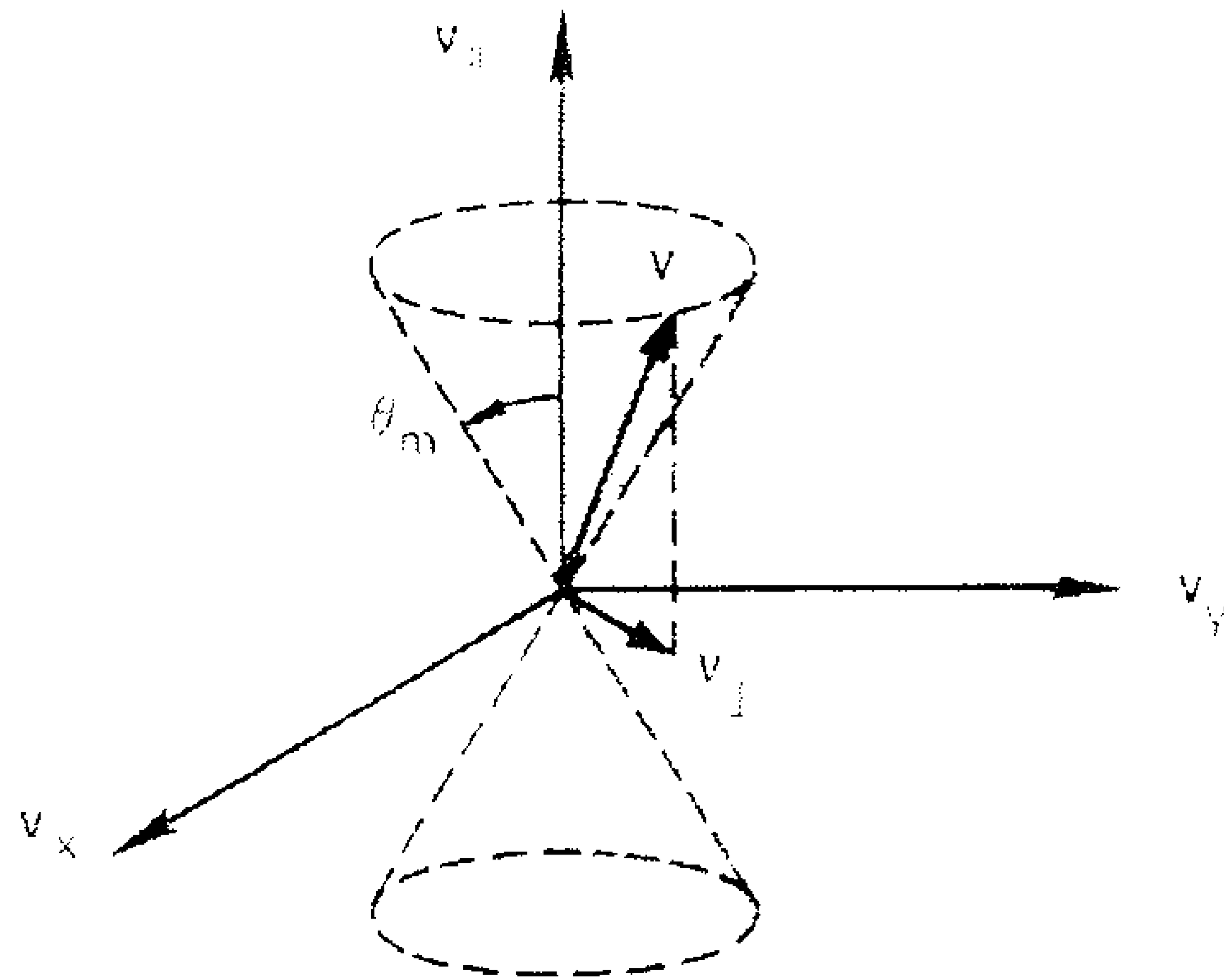
بدمج (٢-٤٥) و (٢-٤٦) نجد:

$$\frac{B_0}{B'} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_{\perp}'^2} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_0^2} = Sin^2\theta \qquad \left(\theta = \left(\vec{v}, B_0\right)\right) \qquad (٢-٤٧)$$

حيث θ هي الزاوية بين $\vec{v}$ و $\vec{B}$ في منطقة المجال الضعيف إذا كانت θ صغيرة جداً وبالتالي B' يفوق B_m ، لن تنعكس ولا جزيئة واحدة. بتبديل B' بـــ B_m في (٢-٤٧)، نجد أن أصغر زاوية لحصر الجزيئة هي:

$$Sin^2\theta_{\min} = \frac{B_0}{B_m} = \frac{1}{R_m} \qquad (٢-٤٨)$$

حيث R_m نسبة المرآة (نسبة الانعكاس). تحدد المعادلة (٢-٤٨) حدود منطقة من الفضاء للسرعات تشبه المخروط، تدعى مخروط الضياع (شكل(٢-١٢)).

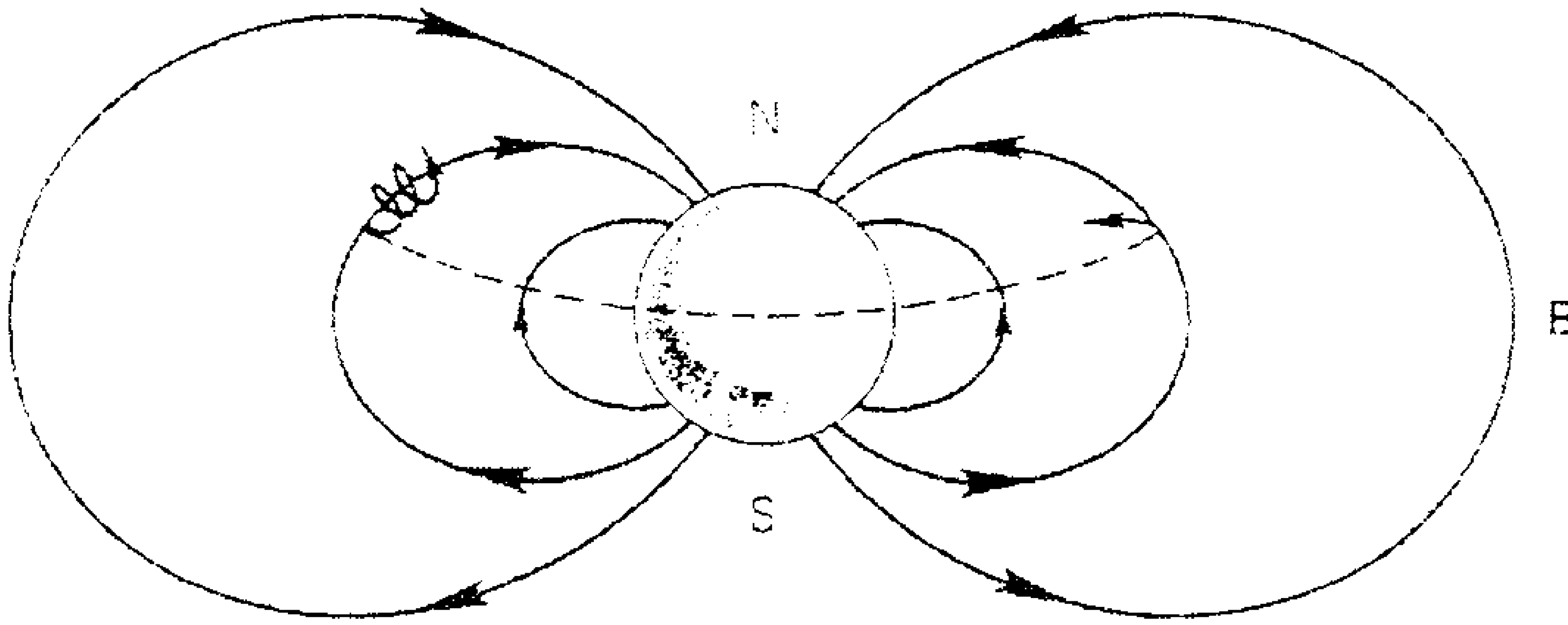


شكل (٢-١٢) - مخروط الضياع (الخسارة)

إن الجزيئات الواقعة داخل المخروط لا تختزن وبالتالي فإن البلازما المحصورة بمرآة مغناطيسية لا يمكن أن تكون متساوية الاتجاه (Isotropic). من الجدير بالذكر أن هذا المخروط لا يتعلق لا بـــ q ولا بـــ m . إن الإلكترونات والأيونات تختزن جيداً بنسبة واحدة في حال عدم وجود صدمات. أما عندما توجد صدمات، فإن الجزيئات التي تغير زاويتها بنتيجة الصدمات وتقع داخل المخروط تكون مفقودة. بشكل عام تكون الإلكترونات أسهل إفلاتاً لأنها تملك تواتر صدمات أكبر.

إن أول من درس المرآة المغناطيسية هو إنريكو فرمي (Enrico Fermi) كآلية لتسريع الأشعة الكونية. حيث أن البروتونات تكتسب طاقة كل مرة عند ارتدادها بين مرآتين

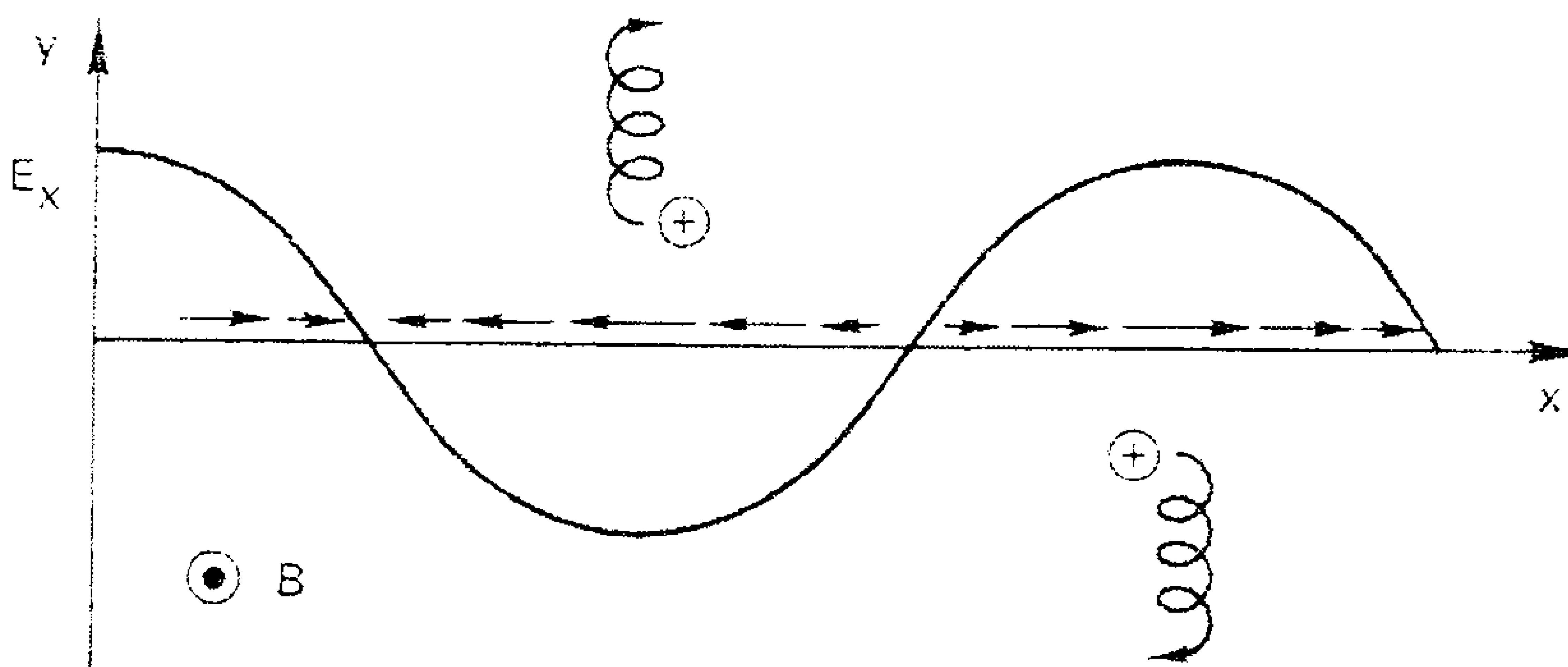
مغناطيسيتين عندما تتحركان نحو بعضهما بسرعة كبيرة. كيف تنشأ مثل هذه المرايا؟، هذا سؤال آخر! كمثال آخر يمكن أن نأخذ حزام فان آلن (Van Allen belts)، حيث أن المجال المغناطيسي الأرضي يكون قويا عند القطبين وضعيفا عند خط الاستواء، وهو يشكل مرآة مغناطيسية ذو R_m كبيرة بشكل كاف (أنظر الشكل (٢-١٣)).



الشكل (٢-١٣) حركة جسيمة مشحونة في المجال المغناطيسي الأرضي

٢-٤ المجال $\overrightarrow{E}$ غير المنتظم:

لنفرض الآن أن المجال المغناطيسي منتظم، والكهربائي غير منتظم. للسهولة سوف نفرض أن $\overrightarrow{E}$ موجه وفق المحور $\overrightarrow{x}$ وهو متغير بشكل جيبي (Sinusoidally) وفق المحور $\overrightarrow{y}$ (شكل (٢-١٤)).



شكل(٢-١٤) انجراف مدار الجسيمة في مجال كهربائي غير منتظم

$$\overrightarrow{E} = E_0(\cos ky)\overrightarrow{x} \qquad (٢-٤٩)$$

هذا التوزع للمجال له طول موجة $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ وهو نتيجة التوزع الجيبي للشحنات التي يجب تعيينها الآن. عملياً مثل هذا التوزع ينشأ في البلازما أثناء الحركة الموجية. معادلة الحركة هي:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left[\vec{E}(y) + \frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B}\right] \quad \text{(cgs)} \qquad (٢-٥٠)$$

والتي لها المركبات المتعامدة التالية:

$$\text{(cgs)} \quad v_x' = \frac{qB}{mc}v_y + \frac{q}{m}E_x(y) \;;\; E' = i\omega E_x \qquad (٢-٥١)$$

$$v_y' = -\frac{qB}{mc}v_x$$

$$\text{(cgs)} \quad v_x'' = -\omega_c^2 v_x \pm \omega_c \frac{E_x'}{B}c = -\omega_c^2\left(v_x \mp i\frac{\omega}{\omega_c}\frac{\tilde{E}_x'}{B}c\right) \qquad (٢-٥٢)$$

$$\text{(cgs)} \quad v_y'' = -\omega_c^2 v_y - \omega_c^2\frac{E_x(y)}{B}c = \omega_c^2\left(v_y + \frac{\tilde{E}_x}{B}c\right) \qquad (٢-٥٣)$$

هنا $E(y)$ المجال الكهربائي في النقطة التي توجد فيها الجريئة.

لإيجاد قيمة هذا المجال، يجب أن نعرف مدار الجزيئة، الذي نسعى لمعرفته بالدرجة الأولى. إذا كان المجال الكهربائي ضعيفاً، يمكن أن نستخدم تقريب المدار غير القلق وذلك بغية معرفة $E_x(y)$. يعطى مدار الجزيئة في غياب المجال E من العلاقة (٢-٨):

$$y = y_0 \pm r_L \cos\omega_c t \qquad (٢-٥٤)$$

من المعادلتين (٢-٥٣) و (٢-٤٩) لدينا:

$$v_y'' = -\omega_c^2 v_y - \omega_c^2 e\frac{E_0}{B}\cos k(y_0 \pm r_L\cos\omega_c t) \qquad (٢-٥٥)$$

نحن نبحث عن حل على شكل مجموع التدوير (التدويم) عند ω_c وانجراف ثابت (steady drift) v_E. بما أن إيجاد عبارة لـــ v_E هو الذي يهمنا سنهمل الحركة

الدوامية وذلك بأخذ القيمة الوسطى لدورة واحدة . المعادلة (٢-٥٢) تعطي عندئذ $\overline{v}_x = 0$. من الواضح أن للحد المهتز v''_y في المعادلة (٢-٥٥) قيمة وسطى هي الصفر، وبالتالي :

$$\overline{v''_y} = 0 = -\omega_c^2 \overline{v}_y - \omega_c^2 c \frac{E_0}{B} \overline{\cos k\,(y_0 \pm \sqrt{L}\cos \omega_c t)} \quad (٢-٥٦)$$

بنشر تابع التجيب (cosine) نجد :

$$\cos(y_0 \pm r_L \cos \omega_c t) = \cos(ky_0)(\cos k\, r_L \cos \omega_c t) \mp \sin(ky_0)(\sin k\, r_L \cos \omega_c t) \quad (٢-٥٧)$$

تكفي دراسة حالة نصف قطر لارمور صغير، عندما $k\, r_L << 1$. منشوري تايلور :

$$\cos\varepsilon = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} + ... \quad (٢-٥٨)$$
$$\sin\varepsilon = \varepsilon + ...$$

يسمحان لنا أن نكتب :

$$\cos k\,(y_0 \pm r_L \cos\omega_c t) \simeq \cos(ky_0)\left[1 - \frac{1}{2}k^2 r_L^2 \cos^2 \omega_c t\right] \mp$$
$$\pm \sin(ky_0)\, k r_L \cos\omega_c t$$

الحد الأخير ينعدم بأخذ القيمة الوسطى للزمن، والمعادلة (٢-٥٦) تعطي :

$$(cgs) \qquad \overline{v}_y = -c\frac{E_0}{B}\cos(ky_0)\left(1 - \frac{1}{4}k^2 r_L^2\right)$$
$$= -c\frac{E_x(y_0)}{B}\left(1 - \frac{1}{4}k^2 r_L^2\right) \quad (٢-٥٩)$$

وفي هذه الحالة يعدل الانحراف العادي $\vec{E} \times \vec{B}$ يعدل بتأثير عدم التجانس إلى الشكل :

$$\overrightarrow{v_E} = c\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}\left(1 - \frac{1}{4}k^2 r_L^2\right) \quad (٢-٦٠)$$

يمكن إيجاد السبب الفيزيائي لذلك بسهولة .

إن أيوناً واقعاً مع مركزه التوجيهي عند القيمة العظمى لـ $\vec{E}$ يقوم بعمل جيد أثناء وجوده في منطقة يكون فيها المجال $\vec{E}$ ضعيفاً. وتكون سرعة انجرافه الوسطى أصغر من $c\frac{E}{B}$ والمقاسة عند مركز التوجيه. وفي حالة تغير $\vec{E}$ بشكل خطي، يكون الأيون واقعاً في مجال أقوى في إحدى جهتي المدار، ويكون واقعاً في مجال أضعف بنفس القدر على الجهة الأخرى للمدار، وبالتالي يزول تأثير v_E. ويتضح من هنا أن حد التصحيح يعتمد على المشتق الثاني لـ $\vec{E}$. ونعتبر المشتق الثاني في حالة التوزع الجيبي (sinusoidal Distribution) سالباً بالنسبة لـ $\vec{E}$. وعند التغير الكيفي لـ $\vec{E}$، نقوم فقط بتبديل ik بـ ∇ ونكتب المعادلة (٢-٦٠) بشكل:

$$\overrightarrow{v_E} = c\left(1+\frac{1}{4}r_L^2\nabla^2\right)\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2} \qquad \text{(cgs)} \qquad (٢-٦١)$$

يدعى الحد الثاني تأثير نصف قطر لارمور المحدود. الآن ما هو معنى هذا التعديل؟ بما أن r_L للأيونات أكبر بكثير منها للإلكترونات، فإن $\overline{v_E}$ لم تعد مستقلة عن نوع الجزيئات. إذا نشأ في البلازما تكوم للشحنات، فإن المجال الكهربائي يمكن أن يقود الإلكترونات والأيونات إلى الانفصال مشكلة مجال كهربائي آخر. إذا نشأت آلية ما للصلة المعاكسة، تجعل المجال الكهربائي الثاني يقوي المجال الأول، فإن $\vec{E}$ سوف تزداد بلا حدود وتكون البلازما غير مستقرة، ويدعى عدم الاستقرارهذا بعدم الاستقرار الانجرافي، وسوف ندرسه في وقت لاحق.

إن انجراف تدرج المجال المغناطيسي (Grad B-Drift) هو بالطبع يتعلق بنصف قطر لارمور المحدود، ويصبح أيضاً سبباً في انفصال الشحنات. ولكن وفقاً للمعادلة (٢-٢٦)، $\overrightarrow{v_{\nabla B}}$ متناسب مع kr_L بينما نلاحظ أن التعديل (سرعة الانجراف) المبين في المعادلة (٢-٦٠) يتناسب مع $k^2r_L^2$.

وبالتالي فإن تأثير المجال غير المنتظم $\vec{E}$ مهم بوجود k كبير نسبيا أو بوجود عدم تجانس ضعيف. لهذا السبب فإن اللاإستقرارت الإنجرافية (drift instability) تنتج بشكل عم مما يسمى اللاإستقرارت الدقيقة (micro instabilities)

٢-٥ المجال $\vec{E}$ متغير بالنسبة للزمن:

لنفرض الآن أن المجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ منتظمين في الفراغ ولكنهما متغيرين بالنسبة للزمن.

ندرس أولا حالة عندما $\vec{E}$ يتغير لوحده جيبيا مع الزمن ومنطبق على المحور x:

$$\vec{E} = E_0 e^{i\omega t} . \vec{x} \qquad (٦٢-٢)$$

بما أن $E_x^{'} = i\omega E_x$ يمكن كتابة المعادلة (٢-٥٢) بالشكل:

$$v_x^{''} = -\omega_c^2 \left(v_x \mp \frac{i\omega}{\omega_c} \frac{\widetilde{E_x}}{B} c \right) \qquad (٦٣-٢)$$

بفرض

$$(cgs) \qquad \widetilde{v_p} = \pm \frac{i\omega}{\omega_c} \frac{\widetilde{E}_x}{B} c$$

$$(cgs) \qquad \widetilde{v_E} = -\frac{\widetilde{E}_x}{B} c \qquad (٦٤-٢)$$

حيث وضعنا الخط $\sim$ نشير إلى أن الانجراف مضطرب. إشارة $\pm$ كالعادة تشير إلى الشحنة q. الآن المعادلتين (٢-٥٢) و(٢-٥٣) تصبحان:

$$v_x^{''} = -\omega_c^2 \left(v_x - \tilde{v}_p \right)$$
$$v_y^{''} = -\omega_c^2 \left(v_y - \tilde{v}_E \right) \qquad (٦٥-٢)$$

وبشكل مشابه للمعادلة (٢-١٤) نفرض حلا على شكل مجموع حركة إنجرافية وحركة دوامية:

$$v_x = v_\perp e^{i\omega_c t} + \tilde{v}_p$$
$$v_y = \pm v_\perp e^{i\omega_c t} + \tilde{v}_E \qquad (٢-٦٦)$$

بمفاضلة هاتين العلاقتين مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$v_x'' = -\omega_c^2 v_\perp e^{i\omega_c t} - \omega_c^2 \tilde{v}_p \equiv -\omega_c^2 v_x + \left(\omega_c^2 - \omega^2\right)\tilde{v}_p$$
$$v_y'' = \mp i\,\omega_c^2 v_\perp e^{i\omega_c t} - \omega_c^2\, \tilde{v}_E \equiv -\omega_c^2 v_y + \left(\omega_c^2 - \omega^2\right)\tilde{v}_E \qquad (٢-٦٧)$$

إذا كان $\omega^2 << \omega_c^2$ فإن المعادلة (٢-٦٧) تتطابق مع المعادلة (٢-٦٥).

إذا افترضنا أن $\vec{E}$ يتغير ببطء، وبالتالي $\omega^2 << \omega_c^2$، عندئذ المعادلة (٢-٦٦) تصبح حلا تقريبيا لـــ (٢-٦٥).

يلاحظ من المعادلة (٢-٦٦) أن لحركة مركز التوجيه مركبتين:

الأولى: عمودية على $\vec{\mathrm{B}}$ و $\vec{E}$ وهي الحركة الانجرافية العادية $\vec{E} \times \vec{\mathrm{B}}\, drif$ باستثناء أنه الآن v_E تهتز ببطء بتواتر ω.

الثانية: انجراف جديد وفق اتجاه المجال $\vec{E}$، يدعى انجراف الاستقطاب.

بتبديل $i\,\omega$ بـــ $\frac{\partial}{\partial t}$ يمكننا أن نعمم المعادلة (٢-٦٤) ونحدد جر الاستقطاب بالشكل التالي:

$$(cgs) \qquad \vec{v}_p = \pm \frac{c}{\omega_c B}\frac{d\vec{E}}{dt} \qquad (٢-٦٨)$$

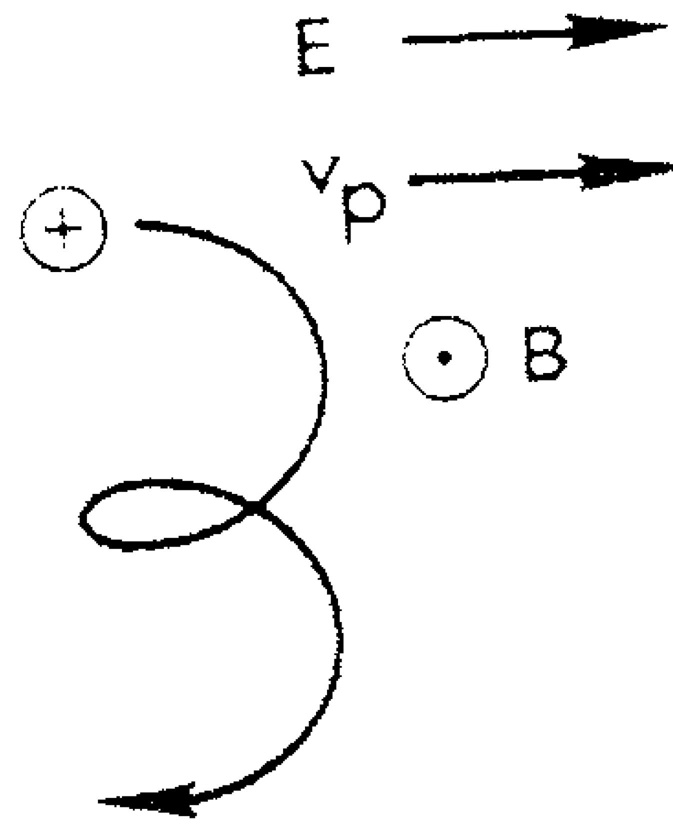
بما أن $\vec{v}_p$ باتجاه معاكس للالكترونات والأيونات، ينشأ تيار استقطاب:

من أجل $Z = 1$ قيمته:

$$(cgs) \quad \vec{j}_p = ne\left(\vec{v}_{ip} - \vec{v}_{ep}\right) = \frac{\not{e}\, nc^2}{\not{e}\, B^2}\left(m + M\right)\frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{\rho c^2}{B^2}\frac{d\vec{E}}{dt} \qquad (٢-٦٩)$$

حيث ρ كثافة الكتلة.

إن السبب الفيزيائي في نشوء تيار الاستقطاب بسيط (شكل (٢-١٥)).



الشكل (٢-١٥) انجراف الاستقطاب

لنأخذ أيونا ما غير متحرك في المجال المغناطيسي. إذا ظهر مجال كهربائي $\vec{E}$ فجأة، فإن هذا المجال أول ما يقود الأيون لأن يتحرك باتجاهه (باتجاه $\vec{E}$). ولكن مع بلوغه سرعة معينة $\vec{v}$، فإنه يخضع لقوة مغناطيسية $\frac{e}{c}\vec{v}\times\vec{B}$ فيبدأ بعدها بالحركة نحو الأسفل (شكل (٢-١٥)) إذا بقي المجال $\vec{E}$ ثابتا، فإن السرعة الانجرافية الاستقطابية $\vec{v}_p$ تزول وتبقى السرعة الانجرافية $\vec{v}_E$. أما إذا انعكس المجال $\vec{E}$ فإنه ينشأ من جديد انجراف لحظي، وهو هذه المرة نحو اليسار. وبالتالي $\vec{v}_p$ هي انجراف القصور الذاتي (العطالة) ويحدث في نصف الدور الأول لكل دورة دوامية، وذلك في الوقت الذي يتغير فيه المجال $\vec{E}$. ولهذا السبب تؤول $\vec{v}_p$ إلى الصفر بنقصان $\frac{\omega}{\omega_c}$.

إن مؤثر الاستقطاب في البلازما يشابه الاستقطاب في العوازل الصلبة حيث، $\vec{D}=\vec{E}+4\pi\vec{p}$. في الجملة (cgs). و $(mks)\,\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{p}$

إن ثنائيات الأقطاب في البلازما هي الالكترونات والأيونات بينهما مسافة بعد r_L ولكن بما أن الالكترونات والأيونات يمكنها التحرك لتحافظ على شبه الاعتدال في البلازما، فإن

المجال الكهربائي E الثابت ليس نتيجة للاستقطاب P . أما إذا كان المجال $\vec{E}$ مهتزا فإنه ينشأ تيار مهتز $\vec{j}_p$ يختلف بالطور عن $\vec{E}$ وهذا ناتج عن القصور الذاتي للأيونات .

٢-٦ المجال $\vec{B}$ متغير مع الزمن:

في النهاية لندرس حالة عندما يتغير المجال $\vec{B}$ مع الزمن . بما أن قوة لورنتز عمودية دوما على $\vec{v}$ ، فإن المجال المغناطيسي بمفرده لا يمكنه إعطاء طاقة للجزيئات المشحونة . وإنما يمكن أن يسرع الجزيئات بالمشاركة مع المجال الكهربائي من خلال العلاقة :

$$(mks) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}; \qquad (cgs) \quad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (٢-٧٠)$$

من الممكن من الآن فصاعدا أن تفرض أن المجالين غير منتظمين .

بفرض $v_\perp = \frac{d\vec{l}}{dt}$ مركبة السرعة العمودية ، حيث $\vec{l}$ جزء من مسار الجزيئة ($v_\parallel$ مهملة) . بأخذ الجزء العددي من معادلة الحركة (٢-٩) والمتعلق بـ $\vec{v}_\perp$ نجد :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_\perp^2\right) = q\vec{E}.\vec{v}_\perp = q\vec{E}.\frac{d\vec{l}}{dt} \qquad (٢-٧١)$$

يحسب التغير خلال دورة واحدة ، بالمكاملة خلال دور واحد :

$$\delta\left(\frac{1}{2}mv_\perp^2\right) = \int_0^{2\pi/\omega_c} q\vec{E}.\frac{d\vec{l}}{dt}.dt$$

إذا تغير المجال ببطء ، يمكن تبديل التكامل على الزمن بتكامل خطي على المدار الثابت

$$(\text{cgs}) \ \delta\left(\frac{1}{2}mv_\perp^2\right) = \oint q\vec{E}.d\vec{l} = q\int_s\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right).d\vec{s} = -\frac{q}{c}\int_s \dot{\vec{B}}.ds \quad (٢-٧٢)$$

حيث S هو السطح المحدد بمدار لارمور وهو متجه بحسب قاعدة اليد اليمنى ، عندما تتجه الأصابع بجهة $\vec{v}$.

بما أن البلازما دايامغناطيسية، يكون لدينا $\vec{B}.d\vec{s} < 0$ في حالة الأيونات و $\vec{B}.d\vec{s} > 0$ في حالة الإلكترونات. عندئذ تصبح المعادلة (٢-٧٢):

$$(cgs)\quad \delta\left(\frac{1}{2}mv_{\perp}^{2}\right) = \pm\frac{qB'}{c}\pi r_L^2 = \pm\frac{q\pi B'}{c}\frac{v_{\perp}^{2}}{\omega_c}\frac{m_c}{\pm qB} = \frac{\frac{1}{2}mv_{\perp}^{2}}{B}.\frac{2\pi B'}{\omega_c} \quad (٢-٧٣)$$

إن المقدار $\frac{2\pi B'}{\omega_c} = \frac{B'}{f_c}$ هو التغير الدقيق δB خلال دور واحد للدوران.

عندئذ:

$$\delta\left(\frac{1}{2}mv_{\perp}^{2}\right) = \mu\delta B \qquad (٢-٧٤)$$

بما أن الطرف الأيسر هو $\delta(\mu B) \Leftarrow$

$$\delta\mu = 0 \qquad (٢-٧٥)$$

أي أن العزم المغناطيسي ثابت في مجال مغناطيسي متغير ببطء.

عندما يتغير المجال $\vec{B}$ بالطول، فإن مدارات لارمور تتوسع وتضيق وبالتالي فإن الجزيئات تربح وتخسر طاقة عرضية. يمكن التعبير عن هذا التبادل في الطاقة بين الجزيئات و المجال بسهولة من المعادلة (٢-٧٥).

إن ثبوت μ يسمح لنا بسهولة أن نبرهن النظرية المعروفة التالية:

التيار المغناطيسي المار خلال مدار لارمور معطى مقدار ثابت.

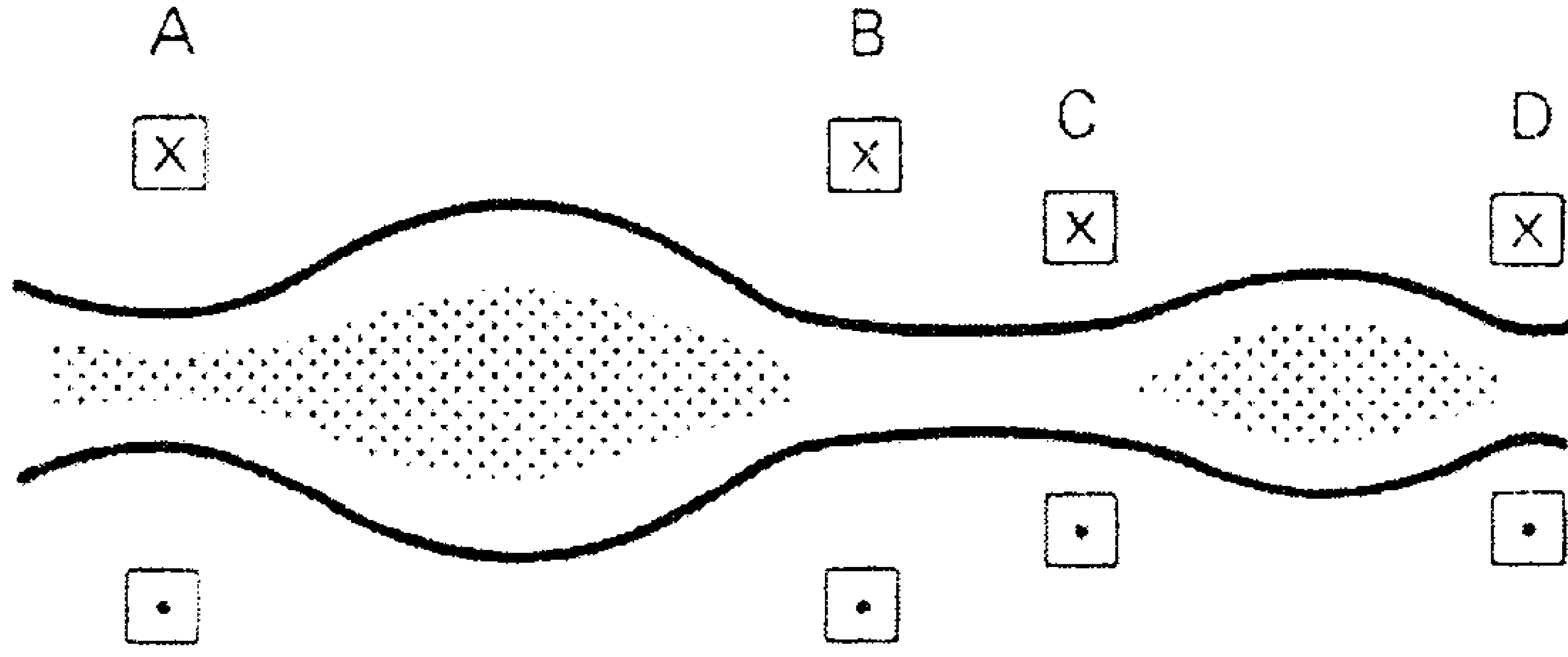
يعطى التدفق Φ بالعلاقة $\Phi = BS$ حيث $S = \pi r_L^2$ عندئذ:

$$(cgs)\quad \Phi = B\pi\frac{v_{\perp}^{2}}{\omega_c^2} = B\pi\frac{v_{\perp}^{2}m^2c^2}{q^2B^2} = \frac{2\pi mc^2}{q^2}.\frac{\frac{1}{2}mv_{\perp}^{2}}{B} = \frac{2\pi mc^2}{q^2}\mu \quad (٢-٧٦)$$

وبالتالي يكون التدفق Φ ثابتا عندما تكون μ ثابتة.

تستخدم هذه الخاصة كطريقة لتسخين البلازما وهي معروفة باسم الانضغاط المكظوم حراريا. (الشكل (٢-١٦)). حيث تحقن البلازما في المنطقة الواقعة بين المرآتين A و B ، ويمرر تيار نبضي خلال الملفين A و B لتقوية المجال المغناطيسي $\vec{B}$ وبالتالي $v_{\perp}^{2}$. عندها

تنطلق البلازما المسخنة إلى المنطقة D - C من خلال نبضة جديـدة فـي A ، والتـي تزيـد النسبة المرآتية هناك . بعد ذلك تمرر تيارات نبضية في الملفـين C و D للانضغـاط والتسـخين التاليين للبلازما .



الشكل (٢-١٦)- مرحلتي (طوري) انضغاط مكظوم للبلازما

٢-٧ ملخص السرع الجرية لمركز التوجيه- في الجملة(cgs) :

القوة المعممة $\vec{F}$:

$$\vec{v}_F = \frac{c}{q}\frac{\vec{F}\times\vec{B}}{B^2} \qquad (٢-٧٧)$$

المجال الكهربائي $\vec{E}$

$$\vec{v}_E = c\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2} \qquad (٢-٧٨)$$

مجال الجاذبية $\vec{g}$

$$\vec{v}_g = \frac{mc}{q}\frac{\vec{g}\times\vec{B}}{B^2} \qquad (٢-٧٩)$$

المجال الكهربائي غير المنتظم

$$\vec{v}_E = c\left(1+\frac{1}{4}r_L^2\nabla^2\right)\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2} \qquad (٢-٨٠)$$

المجال $\vec{B}$ غير المنتظم :

انجراف تدرج المجال المغناطيسي Grad B-Drift

$$\overrightarrow{v_{\nabla B}} = \pm \frac{1}{2} v_{\perp} r_L \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} \vec{B}}{B^2} \qquad (٢-٨١)$$

الانجراف المنحني

$$\overrightarrow{v_R} = \frac{mc v_{\parallel}^2}{q} \frac{\overrightarrow{R_c} \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} \qquad (٢-٨٢)$$

مجال الفراغ المنحني (curved vacuum field)

$$\overrightarrow{v_R} + \overrightarrow{v_{\nabla B}} = \frac{mc}{q} \frac{\overrightarrow{R_c} \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} \left(v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right) \qquad (٢-٨٣)$$

انجراف الاستقطاب

$$\overrightarrow{v_P} = \pm \frac{c}{\omega_c B} \frac{d\vec{E}}{dt} \qquad (٢-٨٤)$$

٢-٨ الثوابت المكظومة حراريا:

معروف من الميكانيك الكلاسيكي، أنه عندما تتحرك جملة ما حركة دورية فإن تكامل الحركة $\oint pdq$ محسوبا من آجل دور واحد هو ثابت الحركة. هنا P و q هما العزم الزاوي المعمم والإحداثي المعمم الذين يتكرران خلال زمن الحركة. إذا حدث تغير بطيء في الجملة بحيث تصبح الحركة غير دورية تماما، ولم يتغير ثابت الحركة فإنه يسمى عندئذ الثابت المكظوم حراريا. نقصد هنا بعبارة التغير البطيء، أن التغير بطيء بالنسبة لدورة الحركة، وبالتالي فإن التكامل $\int pdq$ معرف حتى لو لم يكن التكامل على مسار مغلق. تلعب الثوابت المكظومة حراريا دورا هاما في فيزياء البلازما، إنها تسمح لنا أن نصل إلى أجوبة مبسطة في كثير من الحالات التي تتضمن حركات معقدة. توجد ثلاث ثوابت مكظومة حراريا يقابل كل منها أحد أنواع الحركات الدورية.

٢-٨-١ الثابت الأول المكظوم حراريا μ :

لقد مرت معنا القيمة :

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^{2}}{2B}$$

وبرهنا على قيمتها الثابتة في الفراغ والزمن المتغيرين في المجال $\vec{B}$. الحركة الدورية هنا بالطبع هي دوران لارمور.

بفرض أن P العزم الزاوي المعطى بالشكل $mv_{\perp}r$ ، و dq معطى بالإحداثي $d\theta$ عندئذ يصبح التكامل :

$$(\text{cgs})\quad \oint p\,dq = \oint mv_{\perp} r\, d\theta = 2\pi r_L mv_{\perp} = 2\pi \frac{mv_{\perp}^{2}}{\omega_c} = 4\pi c \frac{m}{|q|}\mu \quad (٢-٨٥)$$

وفي هذه الحالة يكون μ ثابت الحركة ، بشرط أن q/m لا يتغير.

نحن برهنا ثبوت μ فقط بفرض أن $\omega/\omega_c \ll 1$ ، حيث ω التواتر المميز لسرعة تغير المجال $\vec{B}$ كما يظهر للجزيئات . ولكن هناك إثبات آخر أن μ لا متغير عندما $\omega \le \omega_c$. نظريا μ لا متغير ((مهما تكن ω/ω_c)). وهذا يعني عمليا أن μ تبقى أكثر ثبوتية من B خلال دورة كاملة.

ولذلك ، وعلى نفس مستوى الأهمية معرفة متى يوجد لا متغير مكظوم حراريا ومتى لا يوجد؟ إن اللاتغير المكظوم حراريا لـ μ لا يتحقق عندما ω ليست صغيرة جدا بالنسبة لـ ω_c . لنعط ثلاثة آمثلة على ذلك :

a) <u>الضخ المغناطيسي :</u>

إذا كانت قيمة المجال $\vec{B}$ في مرآة احتواء للبلازما تتغير كتابع جيبي (sinusoidal) للزمن ، فإن سرعات الجزيئات $v_{\perp}$ سوف تصبح مهتزة ، ولا تحدث في نهاية العملية زيادة في الطاقة . ولكن إذا اصطدمت الجزيئات فيما بينها ، فإن μ لا تتغير وبالتالي تسخن البلازما .

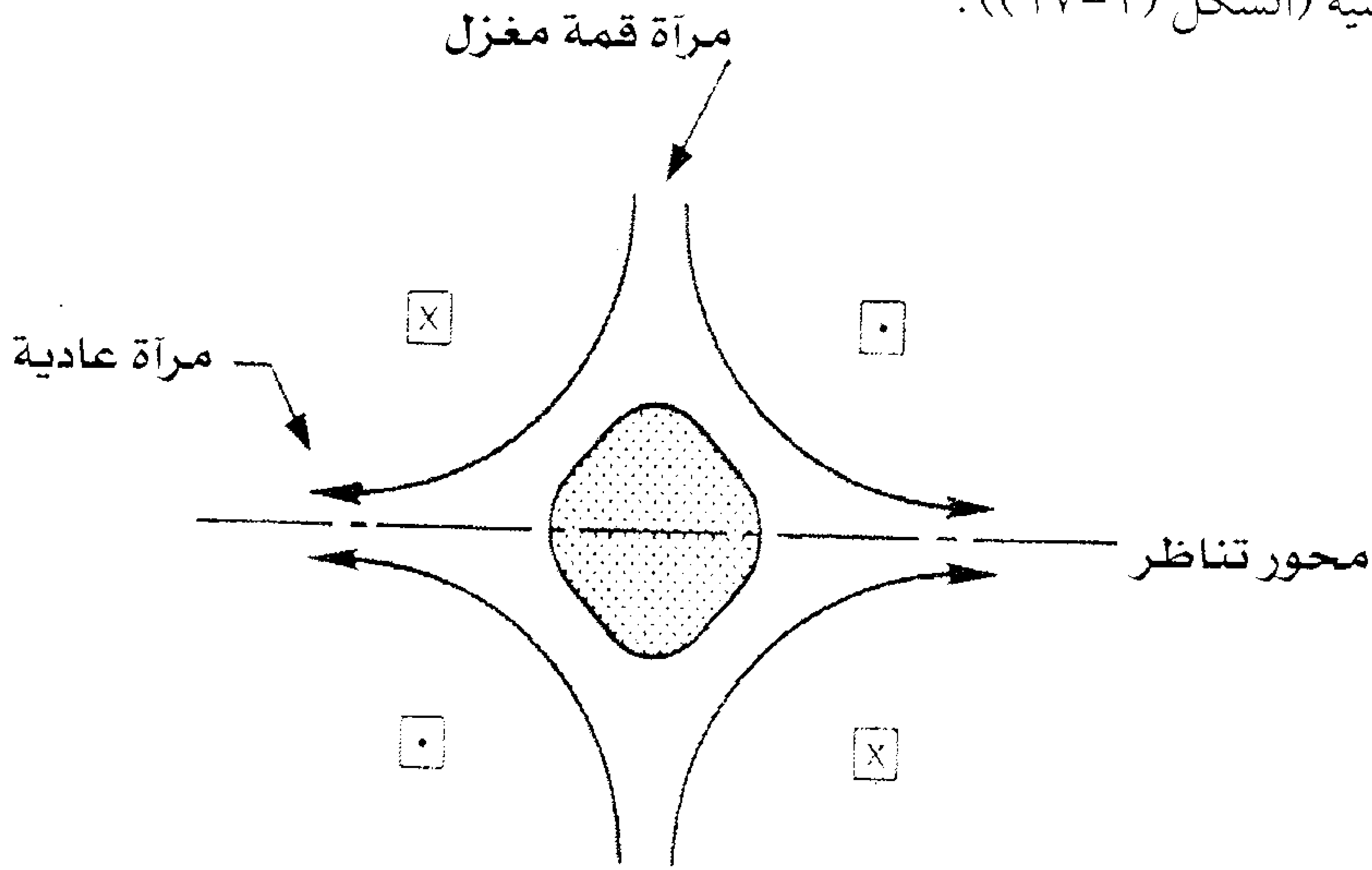
في الحقيقة تصطدم الجزيئة عند طور الانضغاط، وتفقد جزء من طاقتها لـ $v_{\parallel}$ وهذا لا يمكن تعويضه في طور التوسع.

b) التسخين الناتج عن الدوران السيكلتروني:

لنفرض أن المجال $\vec{B}$ يهتز بتواتر ω_c . عندئذ سيدور المجال الكهربائي الناتج بطور بعض الجزيئات وسوف يسرع حركة لارمور لهذه الجزيئات باستمرار. وبالتالي يصبح الشرط $\omega << \omega_c$ غير محقق، و μ لا تحافظ على ثبوتيتها وبالتالي فإن البلازما يمكن أن تسخن.

C) القمم المغناطيسية:

إذا مررنا تيار في أحد ملفات جملة مرآتيه مغناطيسية باتجاه معاكس نحصل على قمة مغناطيسية (الشكل (٢-١٧)).



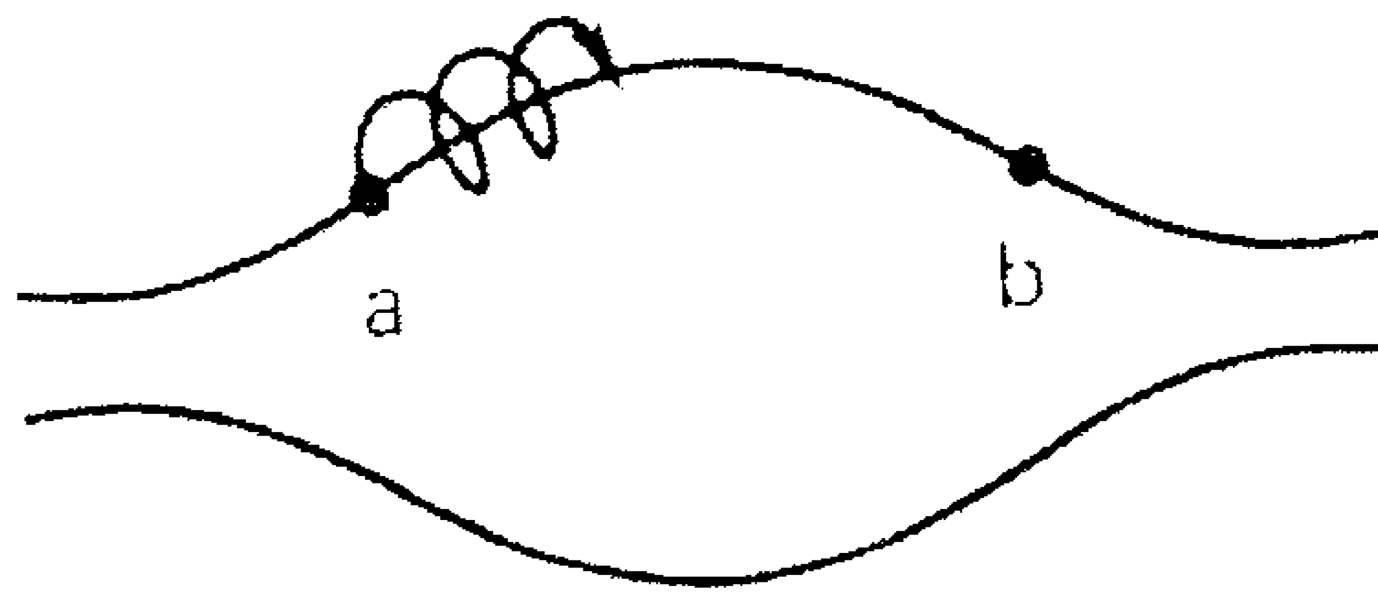
الشكل (٢-١٧) اختزان البلازما في مجال قمة احتواء مغناطيسية

هذا الشكل يحوي بالإضافة إلى المرايا العادية، مرآة قمة مغزل تغطي زاوية سمتيه 360° . إن بلازما مختزنة في مجال قمة احتواء مغناطيسية تملك خواص استقرار أفضل من اختزانها في جملة مرايا عادية. لسوء الحظ، فإن الفقدان المخروط (أي بعدم اعتبار الجزيئات) أكبر بنتيجة منطقة الفقدان الإضافية، وبسبب عدم كون حركة الجسيمة مكظومة حرارياً. وبما أن المجال $\vec{B}$ يختفي في مركز التناظر، فإن ω_c تكون مساوية للصفر هناك

و $p_\theta = mrv_\theta - erA_\theta$ غير محفوظة. أما نصف قطر لارمور الموضعي حول المركز أكبر من الجهاز ذاته. وبسبب ذلك، فإن الثابت μ لا يضمن بقاء الجسيمات خارج مخروط الضياع بعد عبورها المنطقة غير المكظومة. ولحسن الحظ، يوجد في هذه الحالة متغير آخر هو العزم الزاوي القانوني ($p_\theta = mrv_\theta - erA_\theta$). وهو يكفل وجود عدد من الجسيمات تقفز بشكل غير محدد إلى أن يحصل التصادم فيما بينها.

٢-٨-٢ الثابت الثاني المكظوم حرارياً J:

لندرس جزيئة تقفز بين مرآتين مغناطيسيتين: إنها تسبح بينهما وبالتالي تتحرك حركة دورية تواترها هو (تواتر الوثب أو القفز). يعطى ثابت هذه الحركة بـ $\oint mv_\parallel ds$ حيث ds عنصر من مسار مركز التوجيه على طول خط مغناطيسي. على أية حال، فإن الحركة ليست دورية تماماً منذ بدء انجراف مركز التوجيه بشكل عمودي على خطوط المجال، وبالتالي ثابت الحركة يصبح لا متغير مكظوم حرارياً، وهو يسمى اللامتغير الطولي J ويعرف خلال نصف دورة بين نقطتي وثب (شكل (٢-١٨)) بالعلاقة:



الشكل(٢-١٨) وثب الجسيمة بين نقطتي الانعطاف a و b في مجال مغناطيسي

$$J = \int_a^b v_\parallel ds \qquad (٢-٨٦)$$

سوف نثبت أن J لامتغير في المجال الساكن غير المنتظم $\vec{B}$، وأن هذا محقق أيضاً في المجال $\vec{B}$ المتغير ببطء مع الزمن.

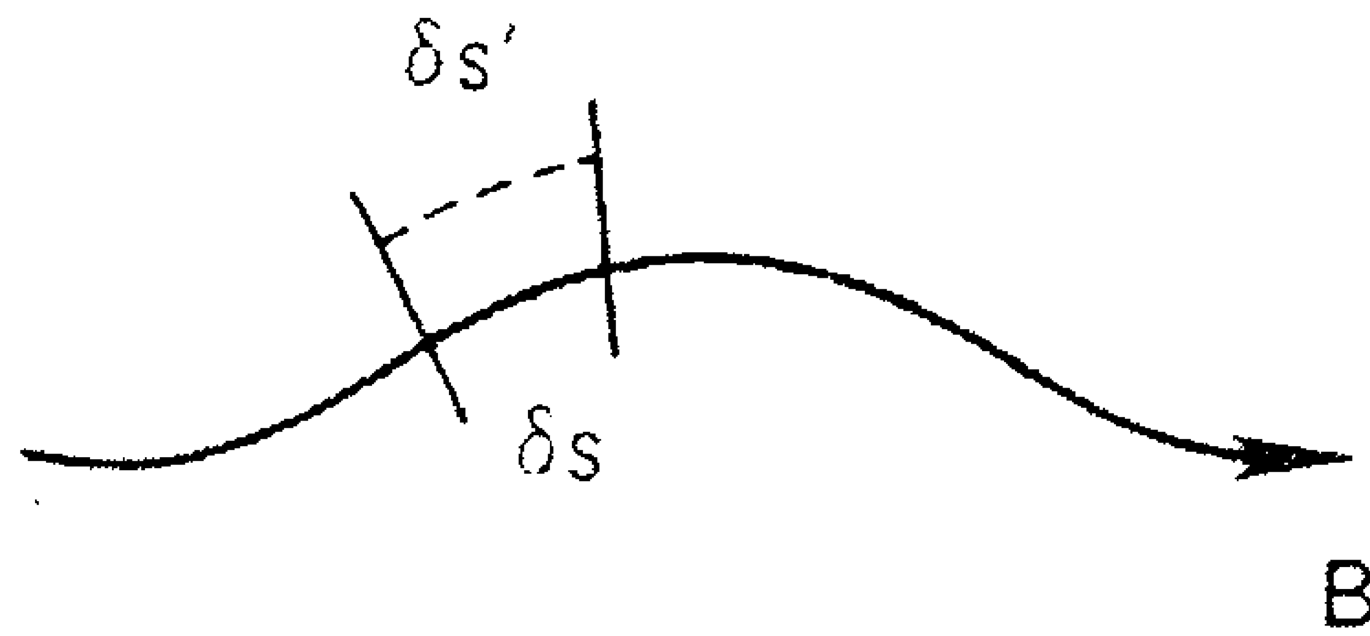
قبل ذلك، لندرس مثالاً من الأمثلة التي فيها نظرية اللاتغير في J مفيدة.

كما وجدنا فإن المجال المغناطيسي الأرضي يحوي جسيمات مشحونة تنجرف ببطء بشكل طولي حول الأرض (أنظر الشكل (٢-١٣)). إذا كان المجال المغناطيسي متناظر تماماً، فإن

الجسيمة سوف تنجرف معاكسة وفق نفس خط القوة $\vec{B}$. على آية حال فإن المجال الحقيقي مضطرب(مشوه) بنتيجة عدة تأثيرات كالرياح الشمسية مثلاً. فهل تعود الجزيئة بنفس الطريق في هذه الحالة؟ أي هل ستعود وفق خط القوة $\vec{B}$ ؟

بما أن طاقة الجسيمات محفوظة وهي تساوي إلى $\frac{1}{2}mv_{\perp}^{2}$ عند نقطة انعكاس، فإن لا تغير μ يدل على أن $|B|$ يبقى نفسه أيضاً عند هذه النقطة. على آية حال عند الانجراف المعاكس وفق نفس الطول، قد تجد الجسيمة نفسها على خط قوة آخر عند ارتفاع مختلف. وهذا لا يمكن حدوثه إذا كانت J مصونة. إن J تعين طول خط القوة بين نقطتي انعكاس، حيث لا يوجد خطين لهما نفس القيمة لـ $|B|$ ونفس الطول. وبالتالي فإن الجسيمة تعود وفق نفس خط القوة (خط $|B|$) حتى في حالة مجال ضعيف التناظر.

لإثبات عدم تغير J ، سوف ندرس أولاً عدم تغير $v_{\parallel}\delta s$، حيث δs عنصر من المسار على طول $\vec{B}$ (شكل (٢-١٩)).



الشكل (٢-١٩) إثبات عدم تغير J

وبسبب انجراف مركز التوجيه، فإن جسيمة ما واقعة على s سوف تنتقل بعد زمن Δt إلى خط القوة $\delta s'$. طول $\delta s'$ يعين من تقاطع مستويين عموديين على $\vec{B}$ عند نهايتي δs . وهو يتناسب مع نصف قطر الانحناء وبالتالي:

$$\frac{\delta s}{R_c}=\frac{\delta s'}{R'_c}\Rightarrow \delta s'-\delta s=\delta s\,\frac{R'_c}{R_c}-\delta s$$

أو التغير النسبي لـــ δs خلال الزمن Δt هو :

$$\frac{\delta s' - \delta s}{\Delta t\,\delta s} = \frac{R_c' - R_c}{\Delta t\,R_c} \qquad (٨٧-٢)$$

من جهة أخرى فإن المركبة القطرية لـــ $\vec{v}_{gc}$ هي :

$$\vec{v}_{gc} \cdot \frac{\vec{R_c}}{R_c} = \frac{R_c' - R_c}{\Delta t} \qquad (٨٨-٢)$$

من المعادلتين(٢-٢٦) و(٢-٢٨) لدينا :

$$\overrightarrow{v_{gc}} = \vec{v}_{\nabla B} + \vec{v}_R = \pm v_\perp r_L \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} \mathrm{B}}{B^2} + \frac{mcv_\parallel^2}{q} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} \qquad (٨٩-٢)$$

الحد الأخير ليس له مركبة وفق $\vec{R}_c$.

باستخدام المعادلتين (٢-٨٨) و(٢-٨٧) يمكن أن نكتب المعادلة (٢-٨٧) بالشكل :

$$\frac{1}{\delta s}\frac{d}{dt}\delta s = \overrightarrow{v}_{gc} \cdot \frac{\overrightarrow{R_c}}{R_c^2} = \frac{1}{2}\frac{mc}{q}\frac{v_\perp^2}{B^3}\left(\vec{B} \times \vec{\nabla} B\right) \cdot \frac{\overrightarrow{R_c}}{R_c^2} \quad \text{(cgs)} \qquad (٩٠-٢)$$

هذا هو معدل تغير δs الذي تعانيه الجسيمة . من الضروري الآن إيجاد معدل تغير $v_\parallel$ الذي تعانيه الجسيمة . تعطى الطاقتان العمودية والموازية بالشكل :

$$W = \frac{1}{2}mv_\parallel^2 + \frac{1}{2}mv_\perp^2 = \frac{1}{2}mv_\parallel^2 + \mu B \equiv W_\parallel + W_\perp \qquad (٩١-٢)$$

وبالتالي يمكن كتابة $v_\parallel$ بالشكل :

$$v_\parallel = \left[\left(\frac{2}{m}\right)(W - \mu B)\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (٩٢-٢)$$

هنا W و μ ثوابت ، B متغير بالطبع . وبالتالي :

$$\frac{v_{\parallel}'}{v_{\parallel}} = -\frac{1}{2}\frac{\mu B'}{W - \mu B} = -\frac{1}{2}\frac{\mu B'}{W_{\parallel}} = -\frac{\mu B'}{mv_{\parallel}^{2}} \qquad (٢-٩٣)$$

بما أننا نفرض أن المجال $\vec{B}$ ساكن، فإن B' لا يساوي الصفر بسبب حركة مركز التوجيه:

$$B' = \frac{dB}{d\vec{r}}.\frac{d\vec{r}}{dt} = \overrightarrow{v_{gc}}.\frac{dB}{d\vec{r}} = \overrightarrow{v_{gc}}.\vec{\nabla}B = \frac{mcv_{\parallel}^{2}}{q}.\frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2}.\vec{\nabla}B \qquad (٢-٩٤)$$

الآن لدينا: $\left(\vec{A}\times\vec{B}\right).\vec{C} = \left(\vec{B}\times\vec{C}\right).\vec{A}$

$$(cgs) \quad \frac{v_{\parallel}'}{v_{\parallel}} = -\frac{\mu}{mv_{\parallel}^{2}}.\frac{mcv_{\parallel}^{2}}{q}.\frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2}.\vec{\nabla}B = -\frac{1}{2}\frac{mc}{q}\frac{v_{\perp}^{2}}{B^{3}}\frac{\left(\vec{B}\times\vec{\nabla}B\right)\vec{R}_c}{R_c^2} \qquad (٢-٩٥)$$

التغير النسبي لـ $v_{\parallel}\delta s$ هو:

$$\frac{1}{v_{\parallel}\delta s}\frac{d}{dt}\left(v_{\parallel}\delta s\right) = \frac{1}{\delta s}\frac{d}{dt}\delta s + \frac{1}{v_{\parallel}}\frac{d}{dt}v_{\parallel} \qquad (٢-٩٦)$$

من المعادلتين (٢-٩٠) و(٢-٩٥) نجد أن هذين الحدين يختصران وبالتالي:

$$v_{\parallel}\delta s = const \qquad (٢-٩٧)$$

ولكن هذا لا يطابق أن نقول بأن J ثابت. على أية حال بمكاملة $v_{\parallel}\delta s$ بين نقطتي الانعكاس، يمكن أن نجد أن نقطتي الانعكاس على $\delta s'$ لا تتطابقان مع نقطتي تقاطع المستويين المتعامدين (انظر الشكل (٢-١٩)). على أية حال يمكن إهمال أي خطأ في J، الناتج عن عدم التطابق، لأن $v_{\parallel}$ تكون مهملة تقريبا حول نقطتي الانعكاس. وبالتالي يمكننا أن نقول أن:

$$J = \int_a^b v_{\parallel} ds = const \qquad (٢-٩٨)$$

ويمكن اعتبار تسخين البلازما أثناء فترة الضخ المغناطيسي، أحد الأمثلة على انتهاك ثبوت J. لنفرض أن تيارا مهتزا يمر في ملفات الجملة المرآتية، بحيث تقترب المرآتين إحداهما من الأخرى وتبتعد بتواتر مساو لتواتر الانعكاس. عندئذ الجسيمات ذات التواتر

السابق ستكتسب $v_{\|}$. في هذه الحالـة J غـير مصونـة لأن تغير $\vec{B}$ يحدث خـلال زمـن قصير بالمقارنة مع زمن الوثب .

٢-٨-٣ الثابت الثالث المكظوم حراريا:

بالعودة إلى الشكل (٢-١٣) نجد أن الانجـراف البطـيء لمركـز التوجيه حـول الأرض يمثـل النوع الثالث للحركات الدورية . اللاتغير المكظوم حراريـا المرتبـط بـهذه الـدورات يمثـل التدفـق المغناطيسي الكلي Φ المرافق لسطح الانجراف . ومن الواضح أنه عندما يتغـير المجـال $\vec{B}$ فإن الجسيمة تقع على سطح ما بحيث يبقى العدد الكلي لخطوط القوة ثابتـا . ولـهذا التدفـق الثابت Φ بعض التطبيقات ، لأن معظم تغيرات $\vec{B}$ الطفيفة تحدث خلال وقت قصير نسبيا . إذا مـا قورن بالزمن الدوري للانجراف . كمثال على عدم تحقـق ثبـوت Φ يمكـن أن نشـير إلـى بعـض عمليات إثارة الأمواج الكهرومغناطيسية في الأيونوسفير . هـذه الأمـواج لـها زمـن دوري كـبير بالمقارنـة مـع زمـن انجـراف جسـيمة واحـدة حـول الأرض . وبالتـالي فـإن الجسـيمات يمكـن أن تصادف الموجة بنفس الطور عند كل دورة حول الأرض .

إذا كان الطور مناسبا ، فإن الموجة يمكن أن تثار بواسـطة تحـول طاقـة انجـراف الجسـيمة إلـى طاقة موجية .

مسائل على الوحدة الثانية

١- أوجد نصف قطر لارمور r_L (بفرض $v_{||}$ مهملة) في الحالات التالية :

a) إلكترون واقع في المجال المغناطيسي للأرض والبالغ $B = 0,5G$ $(B = 5\times10^{-5} Tesla)$ ، إذا كان يملك طاقة مقدارها $\kappa T = 10\,kev$.

b) بروتون من الريح الشمسية سرعته $300\ km/\sec$ إذا كان المجال المغناطيسي $B = 0,5G$.

c) أيون من الهليوم He^+ في المجال الجوي للشمس قرب بقعة شمسية ، طاقته $\kappa T = 1kev$ حيث $B = 500G$.

٢- احسب القوة التي يتعرض لها جسيم مشحون داخل المجال المغناطيسي للأرض بسرعة $v = 280\ m/\sec$ بشكل عمود على خطوط المجال ذو القيمة $5\times10^{-5} Tesla$.

٣- دخل إلكترون سرعته الابتدائية $v_0 = 1,41\times10^6\ m/\sec$ من نقطة a إلى بلازما ممغنطة ، المجال المغناطيسي المطبق عليها $\overrightarrow{B}$ ، فتغير اتجاهه ، بحيث سار على نصف محيط دائرة قطرها $10cm$ ليصل إلى نقطة b على الطرف الآخر من القطر . والمطلوب :

a) أوجد قيمة واتجاه المجال المغناطيسي الذي سبب تلك الحركة (بالجملة العملية mks).

b) الزمن الذي استغرقه الإلكترون للوصول من a إلى b .

٤ . أوجد نصف قطر لارمور r_L لبروتون طاقته الحركية $E_k = 8\times10^{-13} J$ دخل مجال

مغناطيسي قيمته $0,3Tesla$.

٥ . لنفرض أن توزع الإلكترونات في اسطوانة من البلازما معطى وفق توزع بولتزمان :

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\,\phi}{\kappa T}\right)$$

حيث $\frac{\partial n_e}{\partial r} = -\frac{n_e}{\lambda}$ ، λ البعد المميز لتغير $n(r)$ والمطلوب :

a) أوجد المجال الكهربائي القطري $\overrightarrow{E_r}$ وذلك من أجل قيمة معينة لـ λ واعتماداً على العلاقة :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$$

برهن أنه عندما $v_E = v_{th}$ يكون $r_L = 2\lambda$ وذلك بدون استخدام معادلة بواسون .

٦ . لنفرض أنه لدينا جهاز بلازما Q-machine فيه مجال مغناطيسي منتظم $0.2T$ ، حيث تم إيجاد عبارة الكثافة تجريبياً وتبين أنها مساوية لـ :

$$n = n_0 \exp\left[\exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) - 1\right]$$

وذلك عندما $a = 1cm$ و $n_0 = 10^{11}\,cm^{-3}$. فإذا علمنا أن توزيع بولتزمان للإلكترونات هو :

$$n = n_0 \exp\left(\frac{e\,\phi}{\kappa T_e}\right)$$

أوجد : a) القيمة العظمى لانجراف المجال الكهربائي v_E .

b) قارن القيمة التي حصلت عليها مع v_g الناتجة عن الجاذبية الأرضية حيث $\vec{g} \perp \vec{B}$.

٧ . إذا فرضنا أن المجال المغناطيسي للأرض عند خط الاستواء هو g ، وتتناقص قيمته

بشكل يتناسب مع المقدار $\frac{1}{r^3}$ (كما في حالة ثنائي أقطاب مثالي). لنفرض أن لدينا بلازما متساوية الاتجاه (Isotropic) وتقع على بعد $r = 5R_E$ (R_E نصف قطر الأرض) من مستوى خط الاستواء، كثافتها $n = 10 cm^{-3}$ وطاقتها $1ev$ للبروتونات و $30kv$ للإلكترونات، والمطلوب:

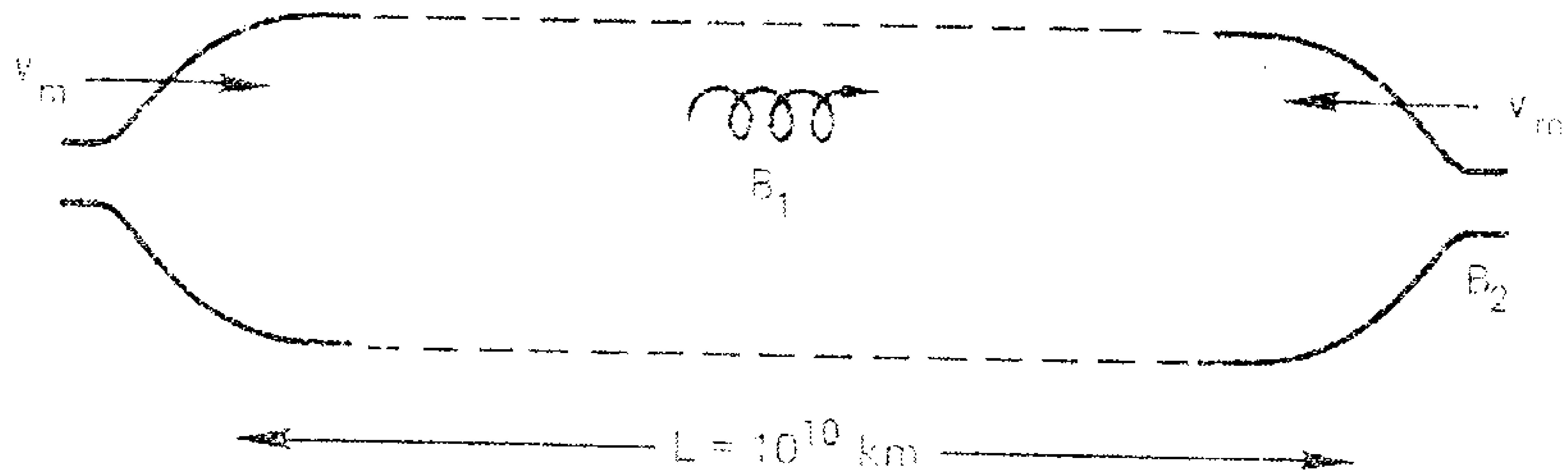
a) أوجد سرعة انجراف الأيونات والإلكترونات الناتجة عن $\nabla|B|$.

b) في أي اتجاه تنجرف الإلكترونات نحو الشرق أم نحو الغرب؟

c) ما هو الزمن اللازم لدوران الإلكترونات حول الأرض؟

d) أوجد كثافة التيار الدائري مقدرا بـــ A/cm^2 .

٨. يتحرك بروتون من الأشعة الكونية بين مرآتين مغناطيسيتين متحركتين حيث $R_m = 5$ ، ويملك في البداية طاقة $W = 1kev$ وبحيث تكون $v_\perp = v_\parallel$ في وسط المستوي. وتتحرك كل مرآة نحو وسط المستوي بسرعة $v_m = 10 km/sec$ (الشكل (٢٠)) والمطلوب:



الشكل (٢٠) تسارع الأشعة الكونية

a) باستخدام عبارة مخروط الضياع، وتغير μ أوجد الطاقة التي سيسرع إليها البروتون قبل الإفلات من المرآة المغناطيسية.

b) ما هو الزمن اللازم للوصول إلى الطاقة السابقة؟

c) استخرج الزمن T بعد الأخذ بعين الاعتبار المسافة L لمرتين على الأقل.

الوحدة الثالثة

معاملة البلازما كمائع

٣-١ مقدمة:

تعتبر البلازما في الواقع أعقد بكثير مما درسناه في الوحدة السابقة ؛ حيث أن المجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ليسا محددين تماماً ، ويمكن تحديدهما من خلال وضع وحركة الشحنات . ومن الممكن إجراء ذلك من خلال إيجاد مجموعة من مسارات الجسيمات والمجالات المتولدة عنها وذلك بالإضافة إلى المجالات التي تجبر هذه الجسيمات على سلوك هذه المسارات بالتحديد .

لقد وجدنا أنه في بلازما معينة يمكن أن تكون كثافة أزواج الإلكترونات والأيونات بحدود 10^{12} زوج إلكترون- أيون في كل cm^3 . فإذا كان علينا متابعة مسار كل جسيمة من هذه الجسيمات لوصف سلوك البلازما ، فإننا سنقع أمام مسألة شديدة الصعوبة . ولحسن الحظ فإن هذا ليس من الضروري دوماً حيث أن 80% من ظواهر البلازما المدروسة تجريبياً شَرحت باعتبار البلازما نموذج لجملة من الشحنات ، وذلك اعتماداً على ميكانيك الموائع (الهيدروديناميك) حيث لا نأخذ سلوك الشحنات المستقلة بعين الاعتبار أثناء الدراسة .

سندرس في هذه الوحدة البلازما باعتبارها مائع ، حيث أن دراسة الشحنات المستقلة تعتمد على النظرية الحركية للبلازما (Kinetic theory of- plasmas) . بينما نسمي طريقة الدراسة التي سنعتمدها في هذه الوحدة على نظرية البلازما كمائع (Fluid theory of plasmas) . تجدر الإشارة إلى أن بعض حالات البلازما لا يمكن دراستها بشكل كاف اعتماداً لا على الطريقة الأولى ولا على الطريقة الثانية ، وإنما لا بد من الاعتماد على المحاكاة أو النمذجة اعتماداً على حواسيب سريعة متطورة وهذا النوع من الدراسة يسمى (Plasma simulation theory) .

٣-٢ معادلات فيزياء البلازما اعتماداً على الإلكتروديناميك (النظرية الكهرومغناطيسية):

٣-٢-١ معادلات ماكسويل:

في الفراغ (In vacuum):

	(cgs)	$(mks\ \ or\ SI)$
(٣-١)	$\vec{\nabla}.\vec{E}=4\pi\sigma$	$\varepsilon_0\vec{\nabla}.\vec{E}=\sigma$ قانون غاوص في الكهراكدة
(٣-٢)	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ قانون فارادي
(٣-٣)	$\vec{\nabla}.\vec{B}=0$	$\vec{\nabla}.\vec{B}=0$ قانون غاوص في المغناطيسية
(٣-٤)	$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\pi}{c}\vec{j}+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$	$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\left(\vec{j}+\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$ قانون آمبير

حيث σ كثافة الشحنات (توزع الشحنات $\sigma(\vec{r},t)$)، (بعض المراجع تستخدم الرمز ρ للدلالة على كثافة الشحنات والرمز σ للدلالة على الناقلية الكهربائية، لذا وجب التنويه)، أما $\vec{j}$ فهي كثافة التيار الكهربائي حيث $\vec{j}(\vec{r},t)$. μ_0 نفاذية الفراغ

$$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,H/m$$

ε_0 سماحية العزل للفراغ $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}\,F/m$

في وسط ما (In a medium):

	(cgs)	$(SI)-(mks)$
(٣-٥)	$\vec{\nabla}.\vec{D}=4\pi\sigma_{free}$	$\vec{\nabla}.\vec{D}=\sigma_{free}$
(٣-٦)	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
(٣-٧)	$\vec{\nabla}.\vec{B}=0$	$\vec{\nabla}.\vec{B}=0$
(٣-٨)	$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\frac{4\pi}{c}\overrightarrow{j_{free}}+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\overrightarrow{j_{free}}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad (٣-٩)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \qquad \vec{B} = \mu \vec{H} \qquad (٣-١٠)$$

حيث σ كثافة الشحنات الحرة و $\vec{j}$ كثافة التيار. تحوي المعادلات السابقة ضمناً الشحنات والتيارات الناشئة عن الاستقطاب والتمغنط $\vec{D}$ و $\vec{H}$ وذلك من خلال ε السماحية النسبية و μ نفاذية الوسط. وفي البلازما المكونة من الالكترونات والأيونات، تسبب هذه الالكترونات والأيونات تلك الشحنات والتيارات الناتجة عن الاستقطاب والتمغنط، حيث تتحرك هذه الالكترونات والأيونات بشكل معقد. ولهذا السبب نستخدم المعادلات (٣-١) – (٣-٤) عند دراسة البلازما بشكل عام حيث تحوي σ و $\vec{j}$ لجميع الشحنات الموجودة أصلاً في الوسط بالإضافة إلى الناتجة عن المجالات الخارجية. وغالباً ما نستخدم في هذه المعادلات $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وليس مكافئاتها $\vec{D}$ و $\vec{H}$ حيث نعتبر $\varepsilon = \mu = 1$ وبالتالي نأخذ قيم ε_0 و μ_0 بعين الاعتبار (حيث $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_R$ و $\mu = \mu_0 \mu_R$ و $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$) وذلك لأن القوى $q\vec{E}$ و $\frac{1}{c}\vec{j} \times \vec{E}$ تتعلق بشكل أساسي بالمجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ أكثر من ارتباطهما بـ $\vec{D}$ و $\vec{H}$ التي تكون عندها ε و μ مختلفة عن الواحد.

٣-٢-٢ الدراسة الكلاسيكية للمواد الممغنطة:

بما أن لكل جسيمة تدور حول مدار عزم مغناطيسي $\vec{\mu}_i$ فمن المنطقي أن ندرس البلازما كمادة قابلة للتمغنط نفاذيتها μ_m (لنضع الدليل m للنفاذية كي نفرق بينها وبين μ ثابت الوسط المكظوم أو غير المتغير حراريا). ولبيان سبب عدم دراسة البلازما بهذا الشكل لنذكر بكيفية دراسة الأوساط القابلة للتمغنط عادة.

تدل الأوساط ذات المغناطيسية الحديدة (وهي الأوساط ذات الحساسية المغناطيسية X_m الكبيرة وكذلك نفاذية نسبية $\bar{\mu} >> 1$)، أنه إذا كان لدينا قطعة من الحديد لها عزم

مغناطيسي μ_i فإن تمغنطها M (magnetization) (والذي يبين مدى استقطاب العزوم المغناطيسية الجزيئية لحظياً في اتجاه معين، أو تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي)، يعطى بالعلاقة:

$$\overrightarrow{M} = \frac{1}{V}\sum_i \overrightarrow{\mu_i} \qquad (٣-١١)$$

أي أن التمغنط هو عبارة عن العزم المغناطيسي لوحدة الحجوم ويعرف أيضاً بأنه كثافة العزم المغناطيسي وهذا يكافئ تأثير كثافة تيار مرافق (bound current) مساوٍ لـ:

$$(mks) \quad \overrightarrow{j_b} = \vec{\nabla} \times \overrightarrow{M} \quad \text{و} \quad (cgs) \quad \overrightarrow{j_b} = c\,\vec{\nabla} \times \overrightarrow{M} \qquad (٣-١٢)$$

ويجب إضافة هذا التيار إلى التيار $\vec{j}$ المشار إليه في المعادلة (٣-٤) في حالة الفراغ (In vacuum) والذي يشمل التيارات الموجودة أصلاً مع التيارات الناتجة عن المجالات الخارجية والتي يمكن أن نرمز له بـ $\overrightarrow{j_f}$ وبالتالي نستطيع إعادة كتابة المعادلة (٣-٤) بالشكل:

$$(cgs) \quad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{4\pi}{c}\left(\overrightarrow{j_f} + \overrightarrow{j_p}\right) + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (٣-١٣)$$

$$(mks) \quad \mu^{-1}\,\vec{\nabla}\times\vec{B} = \overrightarrow{j_f} + \overrightarrow{j_p} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

ويمكن كتابة المعادلة (٣-١٣) بشكل ابسط كما يلي:

$$(\text{في الجملة } cgs) \quad \vec{\nabla}\times\overrightarrow{H} = \frac{4\pi}{c}\overrightarrow{j_f} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (٣-١٤)$$

$$(\text{في الجملة } mks) \quad \vec{\nabla}\times\overrightarrow{H} = \overrightarrow{j_f} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

وذلك بعد إدخال مفهوم الشدة المغناطيسية $\overrightarrow{H}$ والتي تساوي:

$$\overrightarrow{H} = \overrightarrow{B} - 4\pi\overrightarrow{M}$$ (في الجملة cgs)؛ $$\overrightarrow{H} = \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} - \overrightarrow{M}$$ (في الجملة mks) (٣-١٥)

حيث لدينا من العلاقة (٣-١١):

$$\overrightarrow{M} = \frac{1}{V}\sum_i \overrightarrow{\mu_i}$$

في حال شحنة ما $\overrightarrow{\mu_i} = A\overrightarrow{i_b}$ حيث $\overrightarrow{i_b}$ التيار المرافق للجسيمة ذات العزم المغناطيسي $\overrightarrow{\mu_i}$ ، A مساحة المقطع المغناطيسي المتشكل واعتبار الحجم V مساوياً لـ Al حيث l المسافة التي تجتازها الجسيمة ضمن الوسط وبالتالي يكون:

$$\overrightarrow{M} = \frac{\sum_i A\overrightarrow{i_b}}{Al} = \frac{\sum_i \overrightarrow{i_b}}{l} = \overrightarrow{j_b} \quad \text{(A/m)} \qquad (٣-١٦)$$

ويمكن كتابة العلاقة بين $\overrightarrow{M}$ و $\overrightarrow{H}$ بدلالة الحساسية المغناطيسية X_m بالشكل:

$$\overrightarrow{M} = X_m\overrightarrow{H} \qquad (٣-١٧)$$

بالاستفادة من العلاقة (٣-١٥) نحصل على

$$\overrightarrow{B} = \left(1 + 4\pi X_m\right)\overrightarrow{H} = \mu_m\overrightarrow{H}$$ (في الجملة cgs) (٣-١٨)

$$\overrightarrow{B} = \mu_0\left(1 + X_m\right)\overrightarrow{H} = \mu_m\overrightarrow{H}$$ (في الجملة mks)

عندما تكون البلازما ممغنطة تكون لكل جسيمة عزم مغناطيسي $\overrightarrow{\mu_\alpha}$ ويكون التمغنط $\overrightarrow{M}$ هو مجموع هذه العزوم في الـ $1cm^3$ في الجملة cgs والـ $1m^3$ في الجملة mks.

$$\overrightarrow{\mu_\alpha} = \frac{mv_{\perp\alpha}^2}{2\overrightarrow{B}}\,\alpha\,\frac{1}{\overrightarrow{B}} \Rightarrow \overrightarrow{M}\,\alpha\,\frac{1}{\overrightarrow{B}} \qquad (٣-١٩)$$

وبالتالي لا تكون العلاقة بين $\overrightarrow{M}$ و $\overrightarrow{H}$ خطية في هذه الحالة، كما هو الحال في حالة إلكترون يتحرك على سطح ناقل بحيث يمكن اعتبار التيار $\overrightarrow{i_b}$ في العلاقة (٣-١٦) هو تيار سطحي وبالتالي اعتبار العلاقة (٣-١٧) علاقة خطية. وهذا هو السبب في عدم دراسة البلازما على أنها مادة ممغنطة كما أشرنا في بداية الفقرة.

٣-٢-٣ الدراسة الكلاسيكية للعوازل:

يَعرَف الاستقطاب $\overrightarrow{P}$ في واحدة الحجم، بأنه مجموع العزوم الجزيئية لكل ثنائيات الأقطاب $\overrightarrow{P_i}$. وهذا يؤدي إلى كثافة مرافقة للشحنة (density Bound charge):

$$\sigma_b = -\vec{\nabla}.\overrightarrow{P} \qquad (٣-٢٠)$$

وعلينا إدراج هذه العلاقة في معادلة ماكسويل في الفراغ (٣-١) بالإضافة إلى كثافة الشحنات الحرة، وتصبح هذه المعادلة بالشكل:

$$(mks)\,\varepsilon_0\,\vec{\nabla}.\overrightarrow{E} = (\sigma_f + \sigma_b);\quad (cgs)\,\vec{\nabla}.\overrightarrow{E} = 4\pi(\sigma_f + \sigma_b) \qquad (٣-٢١)$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة بالشكل المبسط:

$$(mks)\,\vec{\nabla}.\overrightarrow{D} = \sigma_f \quad ; \quad (cgs)\,\vec{\nabla}.\overrightarrow{D} = 4\pi\sigma_f \qquad (٣-٢٢)$$

وذلك بعد إدراج σ_b ضمن تعريف $\overrightarrow{D}$ وذلك بفرض:

$$(mks)\,\overrightarrow{D} = \varepsilon_0\overrightarrow{E} + \overrightarrow{P} \equiv \varepsilon\overrightarrow{E};\quad (cgs)\,\overrightarrow{D} = \overrightarrow{E} + 4\pi\overrightarrow{P} \equiv \varepsilon\overrightarrow{E} \qquad (٣-٢٣)$$

إذا كان متجه الاستقطاب $\overrightarrow{P}$ مرتبط خطيا بالمجال الكهربائي $\vec{E}$ بالعلاقة:

$$(mks)\,\overrightarrow{P} = \varepsilon_0 X_e\,\overrightarrow{E} \quad ; \quad (cgs)\,\overrightarrow{P} = X_e\,\overrightarrow{E} \qquad (٣-٢٤)$$

حيث X_e يمثل الحساسية الكهربائية.

عندئذ نعرف سماحية العزل للوسط ε بعلاقة من الشكل:

$$(mks)\,\varepsilon=\left(1+X_e\right)\varepsilon_0\;;\quad (cgs)\,\varepsilon=1+4\pi X_e \qquad (٣-٢٥)$$

ولا يوجد سبب يجعلنا نقول أن العلاقة (٣-٢٤) غير محققة في البلازما، وهذا ما يدفعنا للبحث عن البحث عن عبارة ε في البلازما بشكل عام.

٣-٢-٤ ثابت سماحية العزل ε في البلازما:

وجدنا في الوحدة السابقة أن المجال الكهربائي المضطرب $\vec{E}$ يسبب تيار الاستقطاب $\vec{j}_p$، وهو يسبب بدوره استقطاب للشحنة يعطى وفق معادلة الاستمرار:

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial t}+\nabla.\vec{j}_p=0 \qquad (٣-٢٦)$$

وهذا يكافئ المعادلة (٣-٢٠). مع ملاحظة أن فعل الاستقطاب لا يحصل في البلازما ما لم يكون المجال الكهربائي متغير مع الزمن. وبما أنه لدينا عبارة واضحة بالنسبة لـ $\vec{j}_p$ (وهي مشابهة تماماً لعبارة $\vec{j}_b$) فإننا نستطيع كتابة المعادلة (٣-٤) (المعادلة الرابعة لماكسويل) بالشكل:

$$;(cgs)\qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\pi}{c}\left(\vec{j}_f+\vec{j}_p\right)+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad (٣-٢٧)$$

$$(mks)\qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\left(\vec{j}_f+\vec{j}_p+\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

ونستطيع كتابة هذه المعادلة بالشكل:

$$;(cgs)\qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\pi}{c}\vec{j}_f+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad (٣-٢٨)$$

$$(mks)\qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\left(\vec{j}_f+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

وذلك بفرض:

$$(\text{cgs})\ \varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{4\pi j_p}{\partial E/\partial t}\ ;\quad (\text{mks})\ \varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{j_p}{\partial E/\partial t} \qquad (٣-٢٩)$$

واعتمادا على المعادلة (٢-٦٩) من الوحدة السابقة والتي تنص على :

$$(\text{mks})\qquad \vec{j}_p = ne\left(\vec{v}_{ip} - \vec{v}_{ep}\right) = \frac{ne}{eB^2}(M+m)\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\rho}{B^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

و

$$(\text{cgs})\qquad \vec{j}_p = ne\left(\vec{v}_{ip} - \vec{v}_{ep}\right) = \frac{nc^2}{B^2}(M+m)\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\rho c^2}{B^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

نحصل بعد التعويض في المعادلة (٣-٢٩) على :

$$(mks)\ \varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\rho}{B^2} \Rightarrow \varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{\mu_0 \rho c^2}{B^2}\ ;\ \varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1 \qquad (٣-٣٠)$$

و

$$(cgs)\ \varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\rho c^2}{B^2} \Rightarrow \varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{4\pi \rho c^2}{B^2}$$

حيث ρ كثافة الكتلة .

وهذا هو ثابت سماحية العزل للبلازما في حالة الترددات المنخفضة للأمواج العرضية في البلازما .

في الواقع $\vec{j}_p$ في العلاقات السابقة محققة عندما $\omega^2 << \omega_c^2$ وعندما $\vec{E} \perp \vec{B}$. أما الحالة العامة لـــ ε فهي أعقد بكثير وتحتاج لعدة صفحات لاستخراجها ، حيث يكون ε على شكل تنسور (مصفوفة) .

نشير هنا إلى أنه عندما $\rho \to 0$ فإن ε_R تتناهى إلى قيمتها في الفراغ . وعندما $B \to \infty$ فإن ε_R تتناهى إلى الواحد . وذلك لأن انجراف الاستقطاب $\vec{v}_p$ (polarization drift) يتوقف ولا تتحرك الجسيمات تحت تأثير المجال الكهربائي العرضي ، ويعطى انجراف الاستقطاب في الحالة العامة بالشكل :

$$(\text{cgs})\qquad \vec{v}_p = \pm\frac{c}{\omega_c B}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (٣-٣١)$$

إن الحد الثاني من المعادلة (٣-٣٠) أكبر من الواحد في حالة بلازما المختبر، فإذا كانت $n = 10^{16} m^{-3} = 10^{10} cm^{-3}$ و $B = 0,1 Tesla = 1kG$ فإنه من أجل الهيدروجين مثلا لدينا:

$$\text{(mks)} \qquad \frac{\mu_0 \rho c^2}{B^2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(10^{16})(1,67 \times 10^{-27})(9 \times 10^{16})}{(0,1)^2} = 189$$

$$\text{(cgs)} \qquad \frac{4\pi \rho c^2}{B^2} = \frac{12,6.10^{10}.1,67.10^{-24}.9.10^{20}}{10^6} = 189$$

حيث $\rho = n \times Atomicmass\ Unit$ أي $\rho = Mn$.

وهذا يعني أن المجالات الكهربائية الناتجة عن حركة الشحنات تغير بشكل كبير المجال الكهربائي المطبق من الخارج. وعندما تكون البلازما ذات قيمة كبيرة لـ ε تختزن المجالات الخارجية لأن البلازما ذات القيمة الصغيرة لـ λ_D تختزن المجالات الساكنة.

٣-٣ معادلات الحركة للموائع:

تخبرنا معادلات ماكسويل عن المجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ في بلازما معينة، ولحل مسألة معينة في البلازما علينا الحصول على معادلة تدل على تجاوب هذه البلازما مع مجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ مطبقين عليها. وعند اعتبار البلازما كمائع فإننا ندرسها على أنها مكونة من مائعين أو أكثر، أي مائع واحد لكل نوع من الجسيمات. وفي أبسط حالات الموائع عندما يكون لدينا نوع من الأيونات نحتاج إلى معادلتين للحركة واحدة للشحنات الموجبة وأخرى للشحنات السالبة، وفي حالة الغاز المؤين بشكل جزئي نحتاج أيضا لمعادلة حركة للجسيمات المعتدلة. سيتبادل المائع المعتدل التأثير مع الإلكترونات والأيونات وذلك بالتصادم معها. وكذلك موائع الإلكترونات والأيونات سوف تتبادل التأثير فيما بينها بواسطة الصدمات أيضا، وذلك تحت تأثير المجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ المتولدين عن الحركة.

٣-٣-١ دراسة حمل الطاقة داخل البلازما كمائع (The Convective Derivative):

إن حمل الطاقة عبر مائع (Convection)، هو نقل للطاقة عبر هذا المائع. ويتضمن ذلك

التحرك عكس ثقالة الجسيمات ذات الحرارة الأعلى. وتكون هذه الأخيرة أقل كثافة فتزاح وتحل محلها الجسيمات الأبرد والأكثر كثافة، ويظهر (تيارات) الحمل كجسيمات باردة تحل محا تلك الساخنة. (وتشكل الرياح والنسائم breezes تيارات حمل في الجو على سبيل المثال). تعطى معادلة حركة جسيمة داخل المائع الذي يحوي شحنات (مثل البلازما) بالشكل:

$$(mks)\, m\frac{d\vec{v}}{dt}=q\left(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}\right)\ ;\ (cgs)\, m\frac{d\vec{v}}{dt}=q\left(\vec{E}+\frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B}\right)\quad (٣-٣٢)$$

لو فرضنا أولا عدم وجود تصادم وعدم وجود حركة حرارية، عندئذ سوف تتحرك جميع الجسيمات مع بعضها بسرعة قيمتها الوسطى $\vec{u}$ وكأنها جسيمة منفردة سرعتها $\vec{v}$، وبالتالي تنتج معادلة حركة المائع من ضرب المعادلة (٣-٣٢) بالكثافة n ونحصل على:

$$(mks)\, mn\frac{d\vec{u}}{dt}=qn\left(\vec{E}+\vec{u}\times\vec{B}\right)\ ;\ (cgs)\, mn\frac{d\vec{u}}{dt}=qn\left(\vec{E}+\frac{1}{c}\vec{u}\times\vec{B}\right)\quad (٣-٣٣)$$

ولكن هذه الصيغة غير مناسبة للاستخدام، حيث أن الاشتقاق بالنسبة للزمن في المعادلة (٣-٣٢) يجب أن يؤخذ عند موقع الجسيمات. ومن ناحية أخرى نحن نريد الحصول على معادلة عنصر من المائع مثبت في الفراغ، لأن أي إجراء آخر لا يعتبر عملي.

لنأخذ عنصر من مائع (وليكن قطرة من الكريم المضاف إلى فنجان القهوة). عند تحريك القهوة سوف تتشتت القطرة في جميع أنحاء الفنجان فاقدة شكلها. ولكن في نفس الوقت يمكن أن يوجد عنصر من المائع مثبت في مكان على سطح الفنجان (قطرة على سطح الفنجان) يحافظ على شكله وتمر من جواره قطرات أخرى. لحساب المتغيرات وفق جملة إحداثيات ثابتة، لنفرض أن $\vec{G}(x,t)$ هو إحدى صفات (متغيرات) المائع وفق الاتجاه $\vec{x}$. ويكون تغير G بالنسبة للزمن ملحوظا مع حركتها في المائع وهو مكون من مجموع حدين هما:

$$\frac{d\vec{G}(x,t)}{dt}=\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}+\frac{\partial\vec{G}}{\partial x}.\frac{dx}{dt}$$

$$=\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}+u_x\frac{\partial\vec{G}}{\partial x} \qquad (٣-٣٤)$$

يمثل الحد الأول من هذه العلاقة $\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}$ تغير $\vec{G}$ عند نقطة ثابتة من الفراغ ، أما الحد الثاني فيمثل تغير $\vec{G}$ عندما يتحرك المراقب مع المائع في المنطقة التي تكون فيها قيمة $\vec{G}$ مختلفة .

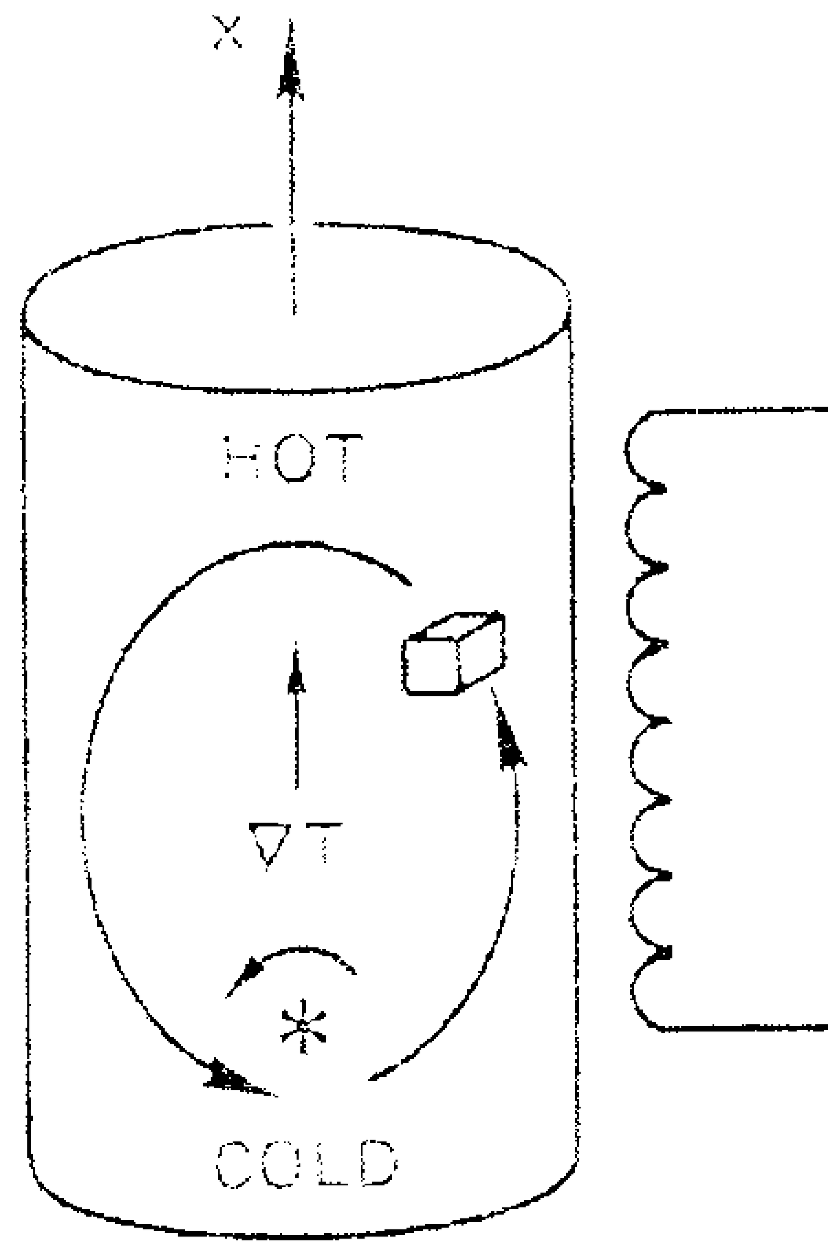
يمكن كتابة المعادلة (٣-٣٤) وفق ثلاثة أبعاد بالشكل :

$$\frac{d\vec{G}}{dt}=\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}+\left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{G} \qquad (٣-٣٥)$$

وهذه المعادلة تمثل الحمل داخل البلازما (Convective derivative) ، ويرمز لها أحيانا بالرمز $\frac{D\vec{G}}{Dt}$.

نشير هنا إلى أن المقدار $\left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)$ هو مؤثر تفاضلي عددي (غير متجه) ، وإلى أن إشارة هذا الحد هي مصدر دوران (فوضى) ، ونعطي هنا مثالين بسيطين :

يمثل الشكل (٣-١) سخان مياه كهربائي ، يصعد فيه الماء الساخن نحو الأعلى ، وتهبط الباردة إلى أسفل . ولنفرض أن المتغير $G(x,t)$ يمثل درجة الحرارة ، عندئذ تكون $\vec{\nabla}G$ نحو الأعلى .



الشكل (٣-١) حركة عنصر من المائع في سخان مياه

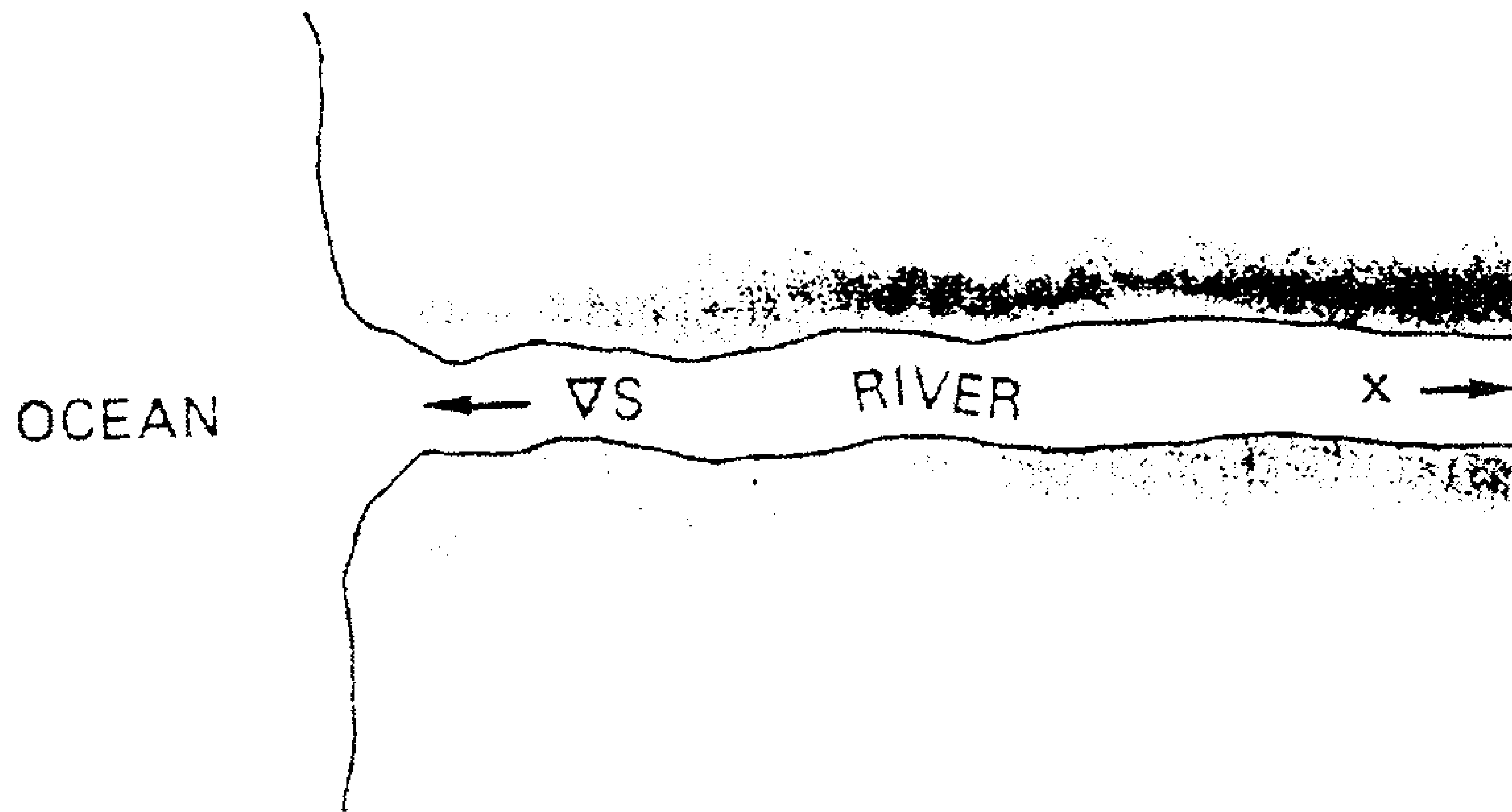
ولندرس عنصر من المائع عند أطراف خزان ، عند تشغيل السخان يسخن هذا العنصر وهو يتحرك ، ويكون لدينا $\frac{dT}{dt} > 0$. بالإضافة إلى ذلك إذا وضعنا دولاب صغير (يشبه دولاب الدراجة العادية) داخل السخان كما هو موضح في الشكل (٣-١) ، تكون درجة حرارة عنصر من لمائع مثبت متناقصة بنتيجة حمل الماء البارد من القاع . في هذه الحالة يكون لدينا $\frac{\partial T}{\partial x} > 0$ و $u_x > 0$

وبالتالي يكون $\vec{u}.\vec{\nabla}T > 0$. يعطى التغير في درجة الحرارة عنصر المائع الثابت $\frac{\partial T}{\partial t}$ بالعلاقة :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{dt} - \vec{u}.\vec{\nabla}T \qquad (٣-٣٦)$$

من الواضح أنه يمكن وضع $\frac{\partial T}{\partial t}$ مساويا للصفر ، لفترة زمنية قصيرة على الأقل .

المثال الثاني ، يمكن اعتبار G هو تدفق مياه نهر S (Salinity) عند التقائه بالبحر أو المحيط كما هو موضح في الشكل (٣-٢) :



الشكل (٣-٢) اتجاه تدرج تدفق مياه النهر عند نقطة التقائه مع المحيط

إذا كان التدفق بعكس الاتجاه $\vec{x}$ ، سوف يكون لدينا بالطبع تدرج لـ S نعبر عنه بالعلاقة : $\frac{\partial S}{\partial x} < 0$. عندما يحدث تيار المد (tide) يتحرك السطح الفاصل بين المياه العذبة والمالحة بعكس جريان المياه ويكون $u_x > 0$ وبالتالي :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -u_s \frac{\partial S}{\partial x} < 0 \qquad (٣-٣٧)$$

وهذا يعني أن تدفق مياه النهر $\dot{S}$ سوف يتزايد عند أي نقطة من السطح الفاصل ، وبالطبع عند سقوط المطر فإن هذا التدفق سوف يتناقص عند أي نقطة من السطح الفاصل ، والحد السالب $\frac{ds}{dt} < 0$ يجب أن يضاف إلى الطرف الأيمن من المعادلة (٣-٣٧) .

في حالة البلازما نختار $\vec{G}$ هو سرعة المائع $\vec{u}$ ونكتب المعادلة (٣-٣٣) بالشكل :

$$(mks)\quad m\,n\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right]=q\,n\left(\vec{E}+\vec{u}\times\vec{B}\right)$$

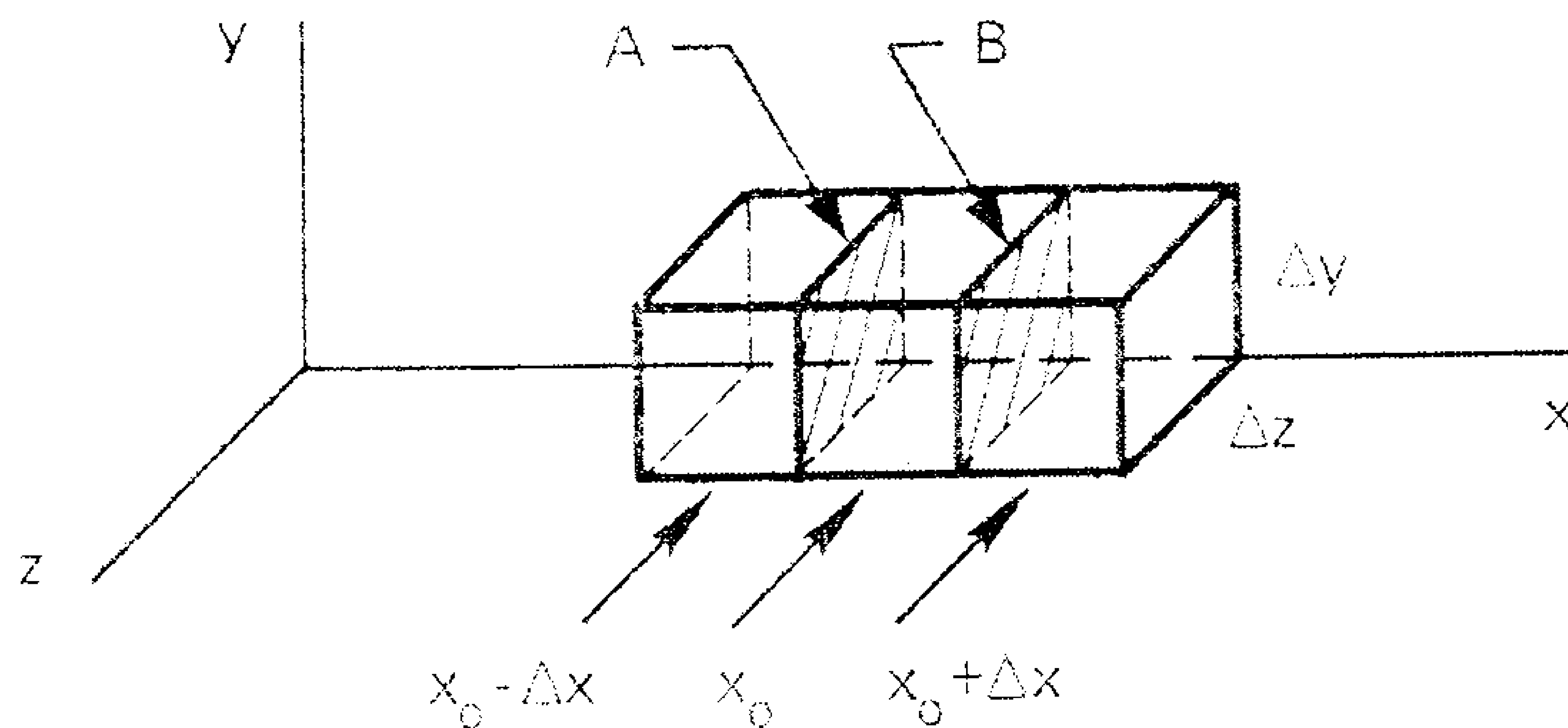
$$(cgs)\quad m\,n\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right]=q\,n\left(\vec{E}+\frac{1}{c}\vec{u}\times\vec{B}\right)\qquad (٣-٣٨)$$

حيث $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$ هو المشتق بالنسبة للزمن لعنصر بلازمي مثبت .

٣-٣-٢ تنسور (مصفوفة) الإجهاد (The tress tensor):

نعلم أن الإجهاد هو القوة المؤثرة عموديا على وحدة المساحة ، أما النسبة بين مركبة القوة المماسية ، وبين مساحة المقطع فتسمى الإجهاد المماسي أو إجهاد القص (Shearing or tangential stress).

في البلازما عندما نأخذ الحركة الحرارية بعين الاعتبار ، علينا إضافة قوة ضغط إلى الطرف الأيمن من المعادلة (٣-٣٨) . حيث تنشأ هذه القوة من الحركة العشوائية للجسيمات داخل وخارج عنصر المائع ولا تظهر هذه القوة في معادلة الجسيمة الوحيدة. لنفرض أن عنصر مائع $\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$ متمركز عند $\left(x_0,\frac{1}{2}\Delta y,\frac{1}{2}\Delta z\right)$ كما في الشكل (٣-٦) :



الشكل (٣-٣) أصل عناصر تنسور (مصفوفة) الإجهاد

للسهولة سوف ندرس المركبة x للحركة من خلال السطحين A و B . ونفرض أن عدد الجسيمات التي تجتاز السطح A خلال ثانية واحدة وبسرعة v_x هو :

$$\Delta n_v v_x \; \Delta y \, \Delta z$$

حيث Δn_v هو عدد الجسيمات في cm^3 (في الجملة cgs) أو في m^3 (في الجملة mks) والتي سرعتها v_x. أي:

$$\Delta n_v = v_x \iint f\left(v_x, v_y, v_z\right) dv_y \, dv_z$$

وكل جسيمة تحمل كمية حركة (momentum) mv_x. نعتبر أن الكثافة n ودرجة الحرارة KT في كل مكعب تمتلك قيمة مرتبطة بمركز المكعب. عندئذ تكون كمية الحركة $\overrightarrow{P_{A^+}}$ المحمولة إلى عنصر المائع عند x_0 عبر السطح A مساوية لمجموع Δn_v في متوسط $\overline{v_x^2}$ مضروباً بتابع التوزع أي:

$$P_{A^+} = \sum \Delta n_v \, m v_x^2 \, \Delta y \, \Delta z = \Delta y \, \Delta z \left[m \overline{v_x^2} \frac{1}{2} n \right]_{x_0 - \Delta x} \quad (٣-٣٩)$$

وجود الـ $\frac{1}{2}$ أتى ن حقيقة كون فقط نصف الجسيمات في المكعب عند $x_0 - \Delta x$ تتقدم نحو السطح A.

وبشكل مشابه نجد أن كمية الحركة $\overrightarrow{P_{B^+}}$ المحمولة إلى عنصر المائع عبر السطح B هي:

$$P_{B^+} = \Delta y \, \Delta z \left[m \overline{v_x^2} \frac{1}{2} n \right]_{x_0}$$

تكون المركبة x لكمية الحركة الكلية الناتجة عن الحركة نحو اليمين للجسيمات هي:

$$P_{A^+} - P_{B^+} = \Delta y \, \Delta z \, \frac{1}{2} m \left(\left[n \overline{v_x^2} \right]_{x_0 - \Delta x} - \left[n \overline{v_x^2} \right]_{x_0} \right) \quad (٣-٤٠)$$

$$= \Delta y\,\Delta z\,\frac{1}{2}m\left(-\Delta x\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(n\overline{v_x^2}\right)$$

سوف تتضاعف هذه النتيجة عند حساب كمية الحركة الناتجة عن الحركة نحو اليسار للجسيمات لأنها تحمل مركبة x سالبة لكمية الحركة وتتحرك في الاتجاه المعاكس للتدرج $n\overline{v_x^2}$ وبالتالي يكون المجموع الكلي لكمية حركة عنصر المائع عند x_0 هو:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(n\,mu_x\right)\Delta x\,\Delta y\,\Delta z = -m\,\frac{\partial}{\partial t}\left(n\overline{v_x^2}\right)\Delta x\,\Delta y\,\Delta z \qquad (٣-٤١)$$

لنفرض أن سرعة جسيمة ما هي v_x مقسومة إلى قسمين:

$$v_x = u_x + v_{xr}\;;\; u_x = \overline{v_x}$$

حيث u_x سرعة المائع و v_{xr} سرعة الحركة الحرارية العشوائية. ويكون لدينا في حالة توزع ماكسويل أحادي البعد من المعادلة (١-١١) من وحدة (مقدمة في البلازما) $\left(E = \frac{1}{2}\kappa T\right)$:

$$\frac{1}{2}m\overline{v_{xr}^2} = \frac{1}{2}\kappa T \qquad (٣-٤٢)$$

الآن تصبح المعادلة (٣-٤١) بالشكل:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(nmu_x\right) = -m\frac{\partial}{\partial x}\left[n\left(\overline{u_x^2} + 2\overline{uv}_{xr} + \overline{v_{xr}^2}\right)\right] = -m\frac{\partial}{\partial x}\left[n\left(\overline{u_x^2} + \frac{\kappa T}{m}\right)\right]$$

بإجراء المكاملة بالتجزئة نحصل على:

$$mn\frac{\partial u_x}{\partial t} + mu_x\frac{\partial n}{\partial t} = -mu_x\frac{\partial\left(mu_x\right)}{\partial x} - mnu_x\frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(n\kappa T\right) \qquad (٣-٤٣)$$

واعتمادا على معادلة انحفاظ الكتلة:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(mu_x\right) = 0 \qquad (٣-٤٤)$$

نستطيع حذف الحدين المجاورين لإشارة المساواة(=) في المعادلة (٣-٤٣)، وبعد الأخذ بعين الاعتبار تعريف الضغط :

$$p = n\kappa T \qquad (٣-٤٥)$$

نحصل بالنهاية على :

$$mn\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (٣-٤٦)$$

نسمي المعادلة (٣-٤٦) معادلة قوة الضغط (usual pressure – gradient force).

وبإضافة القوة الكهرومغناطيسية وتعميم المعادلة بحيث تصبح ثلاثية الأبعاد نحصل على معادلة المائع :

$$(mks)\ mn\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right] = qn\left(\vec{E} + \vec{u}\times\vec{B}\right) - \vec{\nabla}p \qquad (٣-٤٧)$$

$$(cgs)\ mn\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right] = qn\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\times\vec{B}\right) - \vec{\nabla}p$$

وتمثل هذه المعادلة حالة خاصة فقط وهي كمية الحركة المحمولة إلى عنصر المائع وفق الاتجاه x فقط ، ، وقد اعتبرنا أن المائع متساوي الاتجاه(Isotropic) .

من الممكن أيضا أن تكون كمية الحركةx محمولة إلى عنصر المائع وفق الاتجاهينy و z . ومن الممكن أيضا حمل كمية الحركة y عبر الحركة وفق المحورx ، فمثلا لنفرض في الشكل (٣-٣) أن u_y مساوية للصفر في المكعب عند $x = x_0$ وموجبة في الاتجاهين، عندئذ عندما تعبر الجسيمات عبر السطحين Aو B فإنها تحمل كمية حركة y موجبة أكثر من حملها في الاتجاه المعاكس، ويربح بالتالي عنصر المائع كمية حركة في الاتجاه y . وهذا الإجهاد المماسي أو إجهاد القص (Shear stress) لا يمكن تمثيله بواسطة قيمة عددية للضغط p وإنما يجب أن يعطى على شكل مصفوفة (تنسور) P – تنسور الضغط ، الذي مركباته $P_{ij} = mnv_i v_j$ تحدد كلا من اتجاه الحركة ومركبات كمية الحركة المحمولة. وفي الحالة العامة نستبدل الرمز $-\vec{\nabla}P$ بـ $-\vec{\nabla}.P$ حيث :

$$\vec{\nabla}P = \frac{\partial P_{ij}}{\partial x} = div\ P \qquad (٣-٤٨)$$

وذلك في حالة كمية الحركة المحمولة وفق الاتجاه x .

سوف لن نحسب مصفوفة (تنسور) الضغط هنا إلا من أجل أبسط حالتين. عندما يكون تابع ماكسويل للتوزيع متساوي الاتجاه (Isotropic) ، يمكن كتابة P بالشكل :

$$P = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} \qquad (٣-٤٩)$$

وفي هذه الحالة تكون $\nabla \vec{p} = \vec{\nabla}.P$.

في الفقرة (١-٢) من وحدة مقدمة في البلازما أشرنا أنه يمكن أن يكون للبلازما درجتي حرارة $T_\perp$ و $T_\parallel$ بوجود مجال مغناطيسي. وفي هذه الحالة يكون لدينا قيمتين للضغط $p_\perp = n\,\kappa T_\perp$ و $p_\parallel = n\,\kappa T_\parallel$ وعندئذ يكون تنسور (مصفوفة) الضغط بالشكل :

$$P = \begin{pmatrix} p_\perp & 0 & 0 \\ 0 & p_\perp & 0 \\ 0 & 0 & p_\parallel \end{pmatrix} \qquad (٣-٥٠)$$

نلاحظ أن عناصر السطر الثالث أو العمود الثالث تمثل اتجاه المجال المغناطيسي $\vec{B}$.

ونلاحظ أن المصفوفة (التنسور) قطرية (diagonal) وتظهر عدم تساوي الاتجاه (Isotropy) في المستوي العمود على $\vec{B}$.

في المائع العادي (ordinary fluid) تكون العناصر اللاقطرية للمصفوفة P عادة مرتبطة باللزوجة (viscosity) . وعندما تصادم الجسيمات فيما بينها تنفصل بعد التصادم بسرعة وسطى لها جهة سرعة المائع $\vec{u}$ عند النقطة التي يحدث فيها التصادم الأخير. معطية كمية حركة للعنصر آخر من المائع بعد التصادم ، وهذا يؤدي إلى مساواة $\vec{u}$ في مختلف النقاط ،

وتكون المقاومة الناتجة لتيار القص (Shear flow) هي ما سميناه اللزوجة. وكلما كان المسار الحر الوسطي (the mean free path) آكبر، كلما كانت مسافة نقل كمية الحركة آكبر وكانت اللزوجة آكبر (اللزوجة هي قياس امتناع المائع عن التدفق) تحدث في البلازما ظواهر مماثلة حتى في غياب الصدمات، وينقل دوران لارمور الجسيمات (وبشكل خاص الأيونات) إلى آجزاء مختلفة من البلازما ويؤدي ذلك إلى مساواة لزوجة المائع في هذه الأجزاء. ويكون نصف قطر لارمور هو الذي يحدد مدى اللزوجة في حالة عدم التصادم. وبالتالي تتحدد اللزوجة بواسطة مجموع تأثيري دوران لارمور في غياب التصادم (والمرتبط بالسرعة الانجرافية $\overrightarrow{v_E}$ في المجال غير المنتظم $\overrightarrow{E}$) بالإضافة إلى اللزوجة الناتجة عن التصادم والتي آشرنا إليها أعلاه.

٣-٣-٣ الصدمات(Collisions):

إذا كان لدينا غاز معتدل، فإن المائع المشحون سوف يغير فيه كمية الحركة. بنتيجة الصدمات. وتكون كمية الحركة المفقودة في كل صدمة متناسبة مع السرعة النسبية $\vec{u}-u_0$، حيث $\overrightarrow{u_0}$ سرعة الغاز المعتدل. لنفرض آن متوسط الزمن. بين كل تصادمين متتاليين τ مقدار ثابت تقريبا، وبالتالي نستطيع كتابة القوة الناشئة بشكل تقريبي بالشكل $-\frac{mn\left(\vec{u}-\overrightarrow{u_0}\right)}{\tau}$، و بالتالي يمكن تعميم معادلة الحركة (٣-٤٧) بإضافة الضغط غير متساوي الاتجاه (anisotropic pressure) والتصادمات الحادثة في الغاز النعت فنحصل على:

$$(mks)\quad mn\left[\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+\left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right]=qn\left(\vec{E}+\vec{u}.\vec{B}\right)-\vec{\nabla}.P-\frac{mn\left(\vec{u}-\overrightarrow{u_0}\right)}{\tau}$$

$$(cgs)\quad mn\left[\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+\left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right]=qn\left(\vec{E}+\frac{1}{2}\vec{u}\times\vec{B}\right)-\vec{\nabla}.P-\frac{mn\left(\vec{u}-\overrightarrow{u_0}\right)}{\tau}\quad (٣-٥١)$$

حيث لم نأخذ بعين الاعتبار الصدمات بين الجسيمات المشحونة، ويمكن دراسة هذا الموضوع إذا آردنا دراسة مقاومة البلازما وانتشار جسيماتها (diffusion) (الانتشار هو الطريقة التي تنتشر بها جسيمات المائع. منطلقة من مصدر عبر الفراغ المتوفر. وبذلك فإن الناس سرعان ما يشمون في كل آنحاء الغرفة مثلا رائحة غاز منطلق من آحد آركانها، ولا

تنتشر السوائل بنفس سرعة انتشار الغازات لأن جسيماتها تتحرك بسرعات آقل وتصطدم كثيرا فيما بينها ، ويشكل الانتشار جزءا من الأدلة على النموذج الحركي(Kinetic model) للمادة).

٣-٣-٤ مقارنة مع الهيدروديناميك العادي:

يحقق الهيدروديناميك العادي معادلة نافييه – ستوكس (Navier – Stokes) التالية :

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right]=-\nabla P+\rho\upsilon\nabla^2\vec{u} \qquad (٣-٥٢)$$

وهي تختلف عن معادلة البلازما (٣-٥١) بغياب القوى الكهرومغناطيسية والتصادمات بين أنواع الشحنات المختلفة (حيث يوجد نوع واحد فقط هنا). ويمثل حد اللزوجة $\rho\upsilon\nabla^2\vec{u}$ ، حيث υ ثابت اللزوجة ، جزء التصادمات من $\nabla.P - \nabla P$ بغياب المجال المغناطيسي.

تصف المعادلة (٣-٥٢) مائع تحدث فيه تصادمات دورية بين الجسيمات . بينما المعادلة (٣-٥١) من ناحية أخرى استخرجت بدون إشارة إلى أخذ التواتر بعين الاعتبار . وبما أن المعادلتين لا تحويان $\vec{E}$ و $\vec{B}$ فهل يمكن فعلا للمعادلة (٣-٥١) أن تصف البلازما؟ والجواب نعم، والسبب في ذلك هو اعتبارها مائع يمكن دراسته اعتمادا على نظرية الموائع .

عند استخراج المعادلة (٣-٥١) افترضنا فعلا وجود الصدمات وهذا الفرض جاء في المعادلة (٣-٤٢)

$$\frac{1}{2}m\overline{v_{xr}^{2}}=\frac{1}{2}\kappa T$$

عندما فرضنا أن توزع السرع هو توزع ماكسويل . وهذا التوزع ينتج عن تصادمات دورية . ولكن هذا الفرض استخدم بعد آخذ متوسطات v_{xr}^{2} . وكل توزع آخر يؤخذ بعين الاعتبار القيمة الوسطى لـــ v_{xr}^{2} سوف يعطينا نفس النتيجة ، وبالتالي فغن الاعتماد على نظرية الموائع غير دقيق تماما تجاه انحرافات(deviation)توزع ماكسويل ، حيث لأن بعض هذه الانحرافات

يعتبر ذو أهمية كبيرة في بعض الأحيان، وفي هذه الحالة يجب استخدام النظرية الحركية (Kinetic theory) لدراسة البلازما. هناك دراسة تجريبية (empirical observation) قام بها لانغميور(Irving Langmuir) تساعد نظرية الموائع (نموذج البلازما كمائع)، وهي تعتمد على استخدام مجسات كهربائية ساكنة توضع في مكان تواجد البلازما (electrostatic probes) وتحمل اسم لانغميور، حيث اكتشف لانغميور أن تابع توزع الالكترونات وفق السرع كان بعيدا نسبيا عن توزع ماكسويل، أكثر من توضيحه اعتمادا على تواتر الصدمات. وسميت هذه الظاهرة تناقص لانغميور الوهمي (Langmuir's paradox)، و هي تحدث عند الاهتزازات ذات التواترات المرتفعة، ولا يوجد تفسير مقنع لهذا التناقص، ولكنه يبدو أحد الظواهر القليلة في فيزياء البلازما التي تؤثر فيها الطبيعة على معارفنا.

هناك سبب آخر لإمكانية دراسة البلازما كمائع وهو أنه عندما يوجد مجال مغناطيسي فإنه يلعب دور في التصادمات، فمثلا عندما يتم تسريع جسيمة بتأثير مجال كهربائي $\vec{E}$ ، فإنه يجب أن تزيد سرعتها باستمرار إذا تركت لها حرية الحركة، ولكن وجود التصادمات يؤدي إلى تحديد سرعة هذه الجسيمة بما يتناسب مع $\vec{E}$. فمثلا الإلكترونات في سلك من النحاس تنجرف بسرعة $\vec{v} = \mu\vec{E}$ حيث μ الحركية. كما أن المجال المغناطيسي يحدد حرية الحركة وذلك بإجبار الشحنات على الحركة وفق مدارات لارمور. وهذا ينطبق على البلازما، فمثلا الإلكترونات تتحرك أيضا بسرعة جرية متناسبة مع $\vec{E}$ وفق العلاقة:

$$(mks)\ \overrightarrow{v_E} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2} \quad ; \quad (cgs)\ \overrightarrow{v_E} = \frac{c\left(\vec{E}\times\vec{B}\right)}{B^2} \qquad (٣-٥٣)$$

وبالتالي تسلك البلازما التي لا تحوي تصادمات (التصادمات فيها مهملة) (Collisionless plasma) سلوك المائع الذي يحوي تصادمات دورية. وبالطبع تتحرك الجسيمات بحرية موازية للمجال المغناطيسي، وتكون صورة المائع هنا بالواقع ليست مناسبة للحركة في هذا الاتجاه. أما في حالة الحركة العمودية على المجال المغناطيسي يمكن استخدام نظرية الموائع بشكل جيد.

٣-٣-٥ معادلة الاستمرار (Equation of continuity):

إن انخفاض المادة يتطلب أن العدد الكلي للجسيمات N ضمن الحجم V يمكن أن يتغير فقط عند وجود تيار (flux) الجسيمات التي تعبر السطح S المحيط بالحجم V. وبما أن تيار الجسيمات (flux) هو فإننا نستطيع اعتمادا على نظرية ستوكس (نظرية التباعد – Divergence theorem) أن نكتب :

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV = -\oint n\vec{u} . d\vec{s} = -\int_V \vec{\nabla} . \left(n\vec{u} \right) dV \qquad (٥٤-٣)$$

وبما أن هذه المعادلة محققة من أجل أي حجم V فإن الحدود التي هي تحت إشارة التكامل متساوية أي :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla . \left(n\vec{u} \right) = 0 \qquad (٥٥-٣)$$

ويوجد لكل نوع من الجسيمات معادلة من هذا النوع هي معادلة الاستمرار. وعند وجود أية مصادر أو مصارف (Sources or sinks) للجسيمات ، يجب إضافتها إلى الطرف الأيمن من المعادلة (٦-٥٥).

٣-٣-٦ معادلة الحالة (Equation of State):

يلزمنا أيضا معادلة أخرى للحصول على جملة معادلات لدراسة البلازما كمائع . ولهذا نستطيع استخدام معادلة الحال في الترموديناميك التي تربط بين الضغط P والكثافة n :

$$P = C \rho^{\gamma} \qquad (٥٦-٣)$$

حيث C ثابت و $\gamma = \frac{Cp}{Cv}$ النسبة بين السعات الحرارية ، وبالتالي نعين ∇P من العلاقة :

$$\frac{\nabla P}{P} = \gamma \frac{\nabla n}{n} \qquad (٥٧-٣)$$

وذلك من العلاقة (٣-٥٦) كما يلي (بعد الاشتقاق)

$$\vec{\nabla}P = C\gamma\rho^{\gamma-1}\vec{\nabla}P = C\gamma\frac{\rho^{\gamma}}{\rho}M\,\vec{\nabla}n = P\gamma\frac{\vec{\nabla}n}{n} \Rightarrow \frac{\vec{\nabla}P}{P} = \gamma\frac{\vec{\nabla}n}{n}$$

حيث $\rho = Mn = Atomic\ mass\ Unit x n$

وفي حالة انضغاط متساوي الحرارة (Isothermal compression) نحصل على :

$$\vec{\nabla}P = \vec{\nabla}(n\kappa T) = \kappa T\,\vec{\nabla}n \qquad (٣-٥٨)$$

وذلك من العلاقة (٣-٥٧) حيث $\gamma = 1$ حيث :

$$\frac{\vec{\nabla}P}{P} = \frac{\vec{\nabla}n}{n} = \frac{\kappa T}{\kappa T} = \frac{\vec{\nabla}n}{n} = \frac{\kappa T\,\vec{\nabla}n}{P} \Rightarrow \vec{\nabla}P = \kappa T\,\vec{\nabla}n$$

أما في حالة الانضغاط المكظوم (Adiabatic compression) فإن κT ستتغير وبالتالي سيكون لدينا قيمة لـ γ أكبر من الواحد .

إذا كان N عدد درجات الحرية ، تعطى γ بالعلاقة :

$$\gamma = \frac{2+N}{N} \qquad (٣-٥٩)$$

لتحقيق معادلة الحالة علينا إهمال التيار الحراري (Heat flow)، أي أن الناقلية الحرارية تكون منخفضة . ومن جديد فإن هذا أكثر احتمالا في الواقع في الاتجاه العمودي على المجال المغناطيسي $\vec{B}$ ، أكثر منه في الاتجاه الموازي لـ $\vec{B}$. ولحسن الحظ يمكن وصف معظم الظواهر الأساسية بشكل كاف باستخدام المعادلة المبسطة (٣-٥٦) .

٣-٣-٧ مجموعة المعادلات الكاملة للموائع:

سوف نفرض للسهولة أن البلازما تحوي نوعين من الجسيمات : الأيونات والإلكترونات ، لأن إدراج أكثر من نوعين يعقد المعادلات . تعطى كثافة الشحنة والتيار بالمعادلتين :

$$\sigma = n_i q_i + n_e q_e$$

$$\vec{j} = n_i q_i \vec{v_i} + n_e q_e \vec{v_e} \qquad (٣-٦٠)$$

وبما أننا لن ندرس حركة الجسيمات المنفصلة في هذه الحالة نستطيع استخدام $\vec{v}$ بدلا من $\vec{u}$ لسرعة المائع. سوف نهمل التصادم واللزوجة. وبالتالي تصبح المعادلات من (٣-١) إلى (٣-٤) و (٣-٤٧) و (٣-٥٥) و (٣-٥٦) بالشكل التالي:

(في الجملة cgs)	(في الجملة mks)
$\vec{\nabla}.\vec{E} = 4\pi\left(n_i q_i + n_e q_e\right)$ (٣-٦١)	$\varepsilon_0 \vec{\nabla}.\vec{E} = n_i q_i + n_e q_e$
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (٣-٦٢)	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$ (٣-٦٣)	$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$
(٣-٦٤) $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\left(n_i q_i \vec{v_i} + n_e q_e \vec{v_e}\right) + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\gamma_0^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{B} = n_i q_i \vec{v_i} + n_e q_e \vec{v_e} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
(٣-٦٥) $m_\propto n_\propto \left[\frac{\partial \vec{v_\propto}}{\partial t} + \left(\vec{v_\propto}.\vec{\nabla}\right)\vec{v_\propto}\right] = q_\propto n_\propto \left(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v_\propto} \times \vec{B}\right) - \vec{\nabla}P$ $\propto = i, e$	$m_\propto n_\propto \left[\frac{\partial \vec{v_\propto}}{\partial t} + \left(\vec{v_\propto}.\vec{\nabla}\right)\vec{v_\propto}\right] = q_\propto n_\propto \left(\vec{E} + \vec{v_\propto} \times \vec{B}\right) - \vec{\nabla}P_i$ $\propto = i, e$ (المعادلة الأساسية في الهيدروديناميك- معادلة أولر)
(٣-٦٦)	$\frac{\partial n_\propto}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(n_\propto \vec{v_\propto}\right) = 0; \propto = i, e$

$\frac{\partial n_\propto}{\partial t}+\vec{\nabla}\left(n_\propto \overrightarrow{v_\propto}\right)=0;\propto=i,e$	معادلة الاستمرار
(٣-٦٧) معادلة الحالة $P_\propto=C_\propto\left(m_\propto n_\propto\right)$ وتكتب من أجل نوع معين $\propto=i,e$ باعتبار $m_\propto^\gamma C_\propto=\mathbb{C}_\propto=const$ بالشكل: $P_\propto=\mathbb{C}_\propto\ n_\propto^{\gamma\propto}$	معادلة الحالة $P_\propto=C_\propto\left(m_\propto n_\propto\right)$ وتكتب من أجل نوع معين $\propto=i,e$ باعتبار $m_\propto^\gamma C_\propto=\mathbb{C}_\propto=const$ بالشكل: $P_\propto=\mathbb{C}_\propto\ n_\propto^{\gamma\propto}$

إن عدد المتغيرات المستقلة في المعادلات السابقة هو ١٦ وهي: $\vec{B}$ و $\vec{E}$ و $\overrightarrow{v_E}$ و $\overrightarrow{v_i}$ و ρ_e و ρ_i و n_e و n_i بينما نستطيع كتابة ١٨ معادلة جبرية من هذه المعادلات آي آن هناك معادلتين مرتبطتين (برهن ذلك)!.

٣-٤ انجراف المائع بشكل موازي للمجال المغناطيسي (Fluid Drifts Perpendicular to $\vec{B}$):

بما آن عنصر المائع مكون من عدد كبير من الجسيمات المنفردة، فإننا نتوقع آن يكون المائع انجرافات (drifts) عمودية على المجال المغناطيسي $\vec{B}$، وذلك إذا كان لمركز توجيه (guiding couters) المنفردة نفس الانجرافات. ولكن بما آن الحد $\vec{\nabla}P$ يظهر فقط في معادلات الموائع، فإن هنا انجراف مرافق له ومكافئ للانجراف الذي يتعرض له عنصر المائع ولكن الجسيمات لا تملك هذه الانجرافات.

لدينا معادلة حركة من آجل كل نوع من الجسيمات من الشكل:

$$(mks)\ mn\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\left(\vec{v}.\vec{\nabla}\right)\vec{v}\right]=qn\left(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}\right)-\vec{\nabla}P \qquad (٣-٦٨)$$

(١) (٢) (٣)

$$(cgs)\ mn\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\left(\vec{v}.\vec{\nabla}\right)\vec{v}\right]=qn\left(\vec{E}+\frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B}\right)-\vec{\nabla}P$$

(١) (٢) (٣)

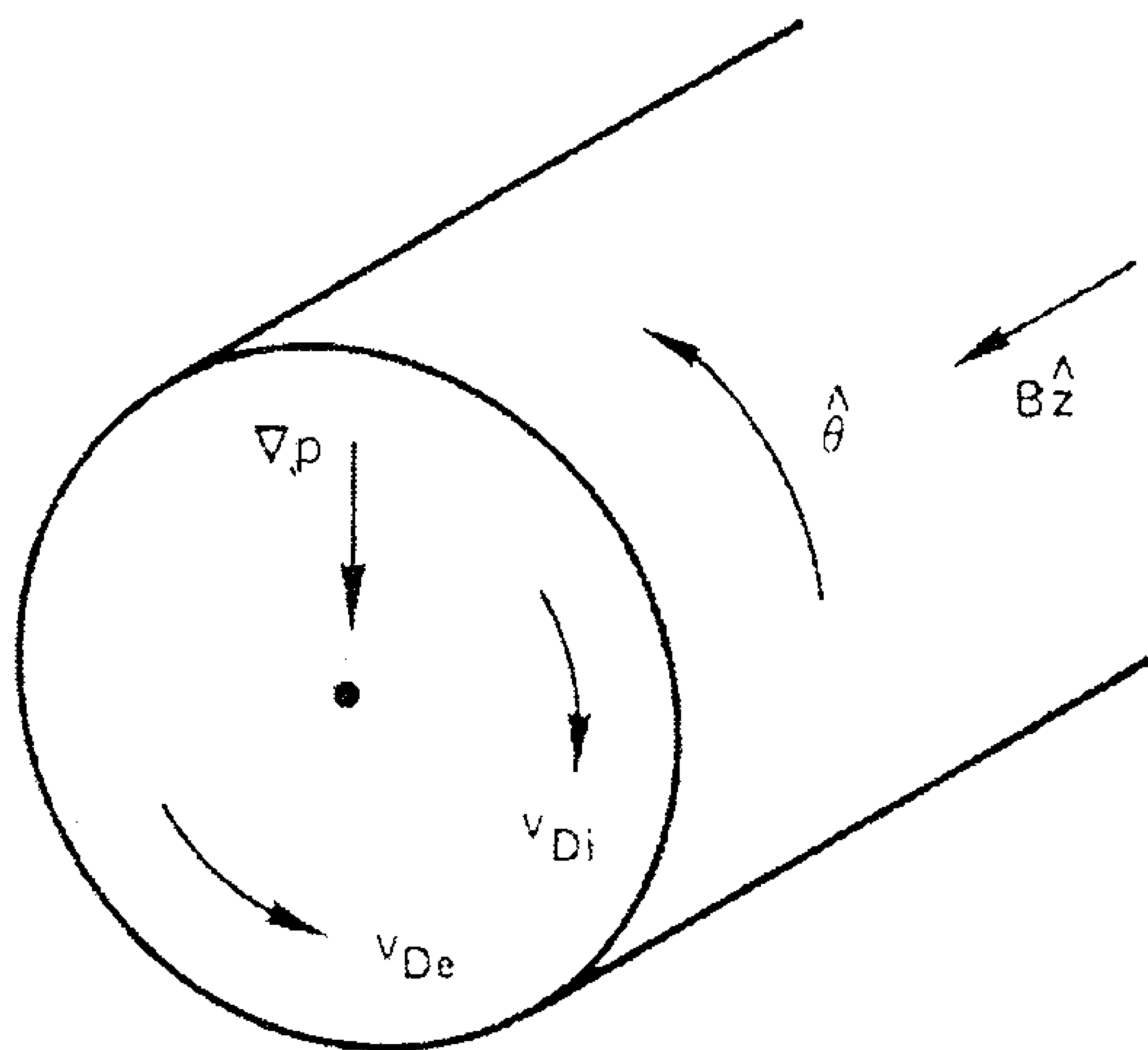
لندرس النسبة بين الحدين (١) و (٣) (باعتبار السرعة عمودية على $\vec{B}$):

$$(mks)\ \frac{(1)}{(3)}\approx\left|\frac{m\,n\,i\,\omega v_{\perp}}{qnv_{\perp}B}\right|\approx\frac{\omega}{\omega_c}\ ;\ \omega_c=\left|\frac{qB}{m}\right|$$

$$(cgs)\ \frac{(1)}{(3)}\approx\left|\frac{c\,m\,n\,i\,\omega v_{\perp}}{qnv_{\perp}B}\right|\approx\frac{\omega}{\omega_c}\ ;\ \omega_c=\left|\frac{qB}{mc}\right|$$

حيث اعتبرنا $\frac{\partial}{\partial t}=i\omega$ وما يهمنا فقط هو $v_{\perp}$.

في حالة الانجرافات البطيئة بالمقارنة زمن حدوث ω_c يمكننا إهمال الحد (١) وكذلك الحد (٢) وسنبين أن ذلك ممكن. لنفرض أن المجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ منتظمين ولنفرض أن لـ n و p تدرج، وهذا ينطبق على حالة أسطوانة بلازمية ممغنطة كما في الشكل (٣-٤):



الشكل (٣-٤) الانجرافات الدايا مغناطيسية في اسطوانة بلازمية

نضرب الحد الثاني للمعادلة (٣-٦٨) (بعد إهمال الطرف الأيسر) بشكل متجهي بـ $\vec{B}$ فنحصل على :

$$(mks)\ 0=qn\left[\vec{E}\times\vec{B}+\left(\vec{v}_{\perp}\times\vec{B}\right)\times\vec{B}\right]-\vec{\nabla}P\times\vec{B}=qn\left[\vec{E}\times\vec{B}+\vec{B}\left(\vec{v}_{\perp}.\vec{B}\right)-\vec{v}_{\perp}\vec{B}^{2}\right]-\vec{\nabla}P\times\vec{B}$$

$$(cgs)\ 0=qn\left[\vec{E}\times\vec{B}+\left(\vec{v}_{\perp}\times\vec{B}\right)\times\vec{B}\right]-\vec{\nabla}P\times\vec{B}=qn\left[\vec{E}\times\vec{B}+\frac{1}{c}\vec{B}\left(\vec{v}_{\perp}.\vec{B}\right)-\frac{1}{c}\vec{v}_{\perp}\vec{B}^{2}\right]-\vec{\nabla}P\times\vec{B}$$

الحد المحذوف يساوي الصفر لأن السرعة عمودية على $\vec{B}$. استخدمنا هذه العلاقة المتجهة $\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\left(\vec{A}.\vec{C}\right)\vec{B}-\left(\vec{A}.\vec{B}\right)\vec{C}$.

وبالتالي :

$$(mks)\ \vec{v}_{\perp}=\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^{2}}-\frac{\vec{\nabla}P\times\vec{B}}{qnB^{2}}=\vec{v}_{E}+\vec{v}_{D}$$

$$(cgs)\ \vec{v}_{\perp}=c\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^{2}}-c\frac{\vec{\nabla}P\times\vec{B}}{qnB^{2}}=\vec{v}_{E}+\vec{v}_{D} \qquad (٣-٦٩)$$

حيث :

$$(mks)\ \vec{v}_{E}=\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^{2}}\left(\vec{E}\times\vec{B}\right)\ \text{انجراف} \qquad (٣-٧٠)$$

$$(cgs)\ \vec{v}_{E}=c\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^{2}}\left(\vec{E}\times\vec{B}\right)\ \text{انجراف}$$

$$(mks)\ \vec{v}_{D}=-\frac{\vec{\nabla}P\times\vec{B}}{qnB^{2}}\ (v_{D}\ \text{انجراف دايا مغناطيسي}) \qquad (٣-٧١)$$

$$(cgs)\ \vec{v}_{D}=-c\frac{\vec{\nabla}P\times\vec{B}}{qnB^{2}}\ (v_{D}\ \text{انجراف دايا مغناطيسي})$$

نلاحظ أن الانجراف $\vec{v}_{E}$ هو ذاته انجراف مراكز التوجيه، ولكن لدينا الآن انجراف جديد $\vec{v}_{D}$ يسمى الانجراف الدايا مغناطيسي. وبما أن $\vec{v}_{D}$ عمودي على اتجاه التدرج، فإن إهمال

$\left(\vec{v}.\vec{\nabla}\right)\vec{v}$ محقق عندما $\vec{E}=0$. أما إذا كانت $\vec{E}=-\vec{\nabla}\Phi\neq 0$ فإن $\left(\vec{v}.\vec{\nabla}\right)\vec{v}$ يبقى مساويا للصفر إذا كان $\vec{\nabla}\Phi$ و $\vec{\nabla}p$ في اتجاه واحد، وبعبارة أخرى فإن إدراج المقدار $\left(\vec{v}.\vec{\nabla}\right)\vec{v}$ سيعقد المسألة أكثر.

يمكننا كتابة الانجراف الدايا مغناطيسي $\vec{v}_D$ بمساعدة المعادلة (٣-٥٧) بالشكل:

$$\frac{\vec{\nabla}p}{p}=\gamma\frac{\vec{\nabla}n}{n}\Rightarrow\vec{\nabla}p=\gamma p\,\frac{\vec{\nabla}n}{n}=\gamma\, n\,\kappa T\,\frac{\vec{\nabla}n}{n}\Rightarrow$$

$$(mks)\,\vec{v}_D=\pm\frac{\gamma\kappa T}{eB}.\frac{\hat{z}\times\vec{\nabla}n}{n}\;;\;(cgs)\,\vec{v}_D=\pm\frac{\gamma\kappa T}{eB}.\frac{\hat{z}\times\vec{\nabla}n}{n}c \qquad (٣-٧٢)$$

في الواقع من هندسة الشكل (٣-٤) وفي حالة البلازما المتساوية الحرارة (Isothermal plasma) التي تكون فيها حرارة الإلكترونات مساوية لحرارة الأيونات، حيث $\vec{\nabla}n=n'\hat{r}$ ، لدينا العلاقات التالية والمعروفة من التجريبيين الذين يعملون بأجهزة البلازما من النوع Q (Q-machines) :

(وهي أجهزة تنتج بلازما هادئة عبر التأين الحراري لذرات Cs أو K بصدمها على صفائح من التنغستين، وقد لوحظ الانجراف الدايا مغناطيسي في هذه الأجهزة قبل غيرها):

$$(mks)\,\vec{v}_{Di}=\frac{\kappa T_i}{eB}\frac{n'}{n}\,\hat{\theta}\;;\vec{v}_{De}=-\frac{\kappa T_i}{eB}\frac{n'}{n}\,\hat{\theta}\;;n'=\frac{\partial n}{\partial r}<1\;;\hat{z}\times\hat{r}=\hat{\theta} \qquad (٣-٧٣)$$

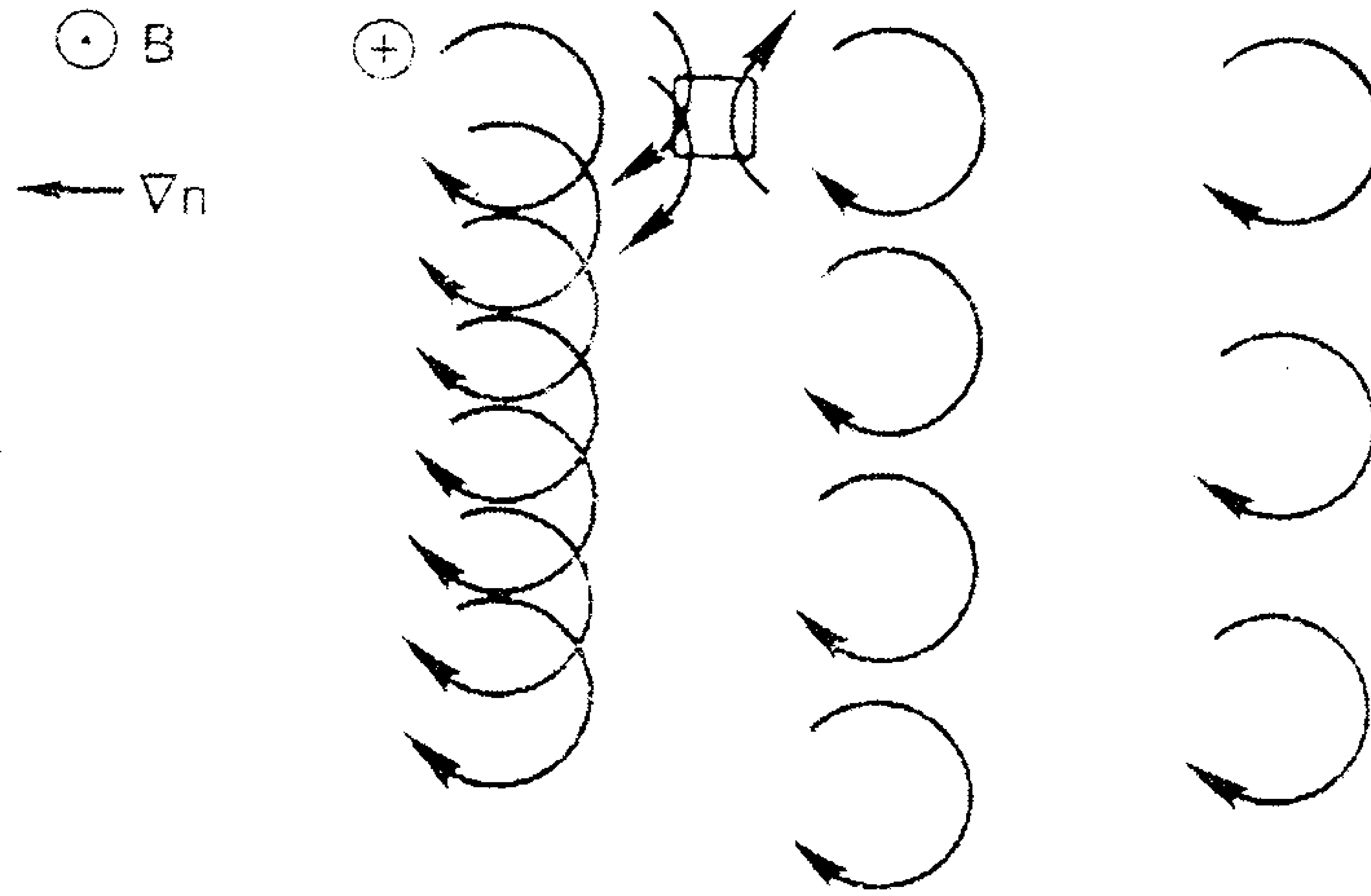
$$(cgs)\,\vec{v}_{Di}=\frac{\kappa T_i}{eB}\frac{n'}{n}c\,\hat{\theta}\;;\vec{v}_{De}=-\frac{\kappa T_i}{eB}\frac{n'}{n}c\,\hat{\theta}\;;n'=\frac{\partial n}{\partial t}<0\;:\hat{z}\times\hat{r}=\hat{\theta}$$

يمكن حساب أبعاد $\vec{v}_D$ بسهولة من العلاقة:

$$(mks)\;v_D=\frac{\kappa T(ev)}{B(Tesla)}.\frac{1}{\Lambda(m)}=\frac{m}{\sec}\;;(cgs)\;v_D=10^8\frac{\kappa T(ev)}{B(G)}\frac{1}{\Lambda(cm)}\simeq\left(\frac{m}{\sec}\right) \qquad (٣-٧٤)$$

حيث Λ طويلة الكثافة $\left|\frac{n}{n'}\right|$ في m في الجملة (mks) و cm في الجملة (cgs) .

يمكن ملاحظة السبب الفيزيائي لهذا الانجراف في الشكل (٣-٥) التالي :



الشكل (٣-٥) مصدر الانجراف الدايا مغناطيسي

حيث تم رسم مدارات الأيونات التي تدور في المجال المغناطيسي . يوجد تدرج لكثافة نحو اليسار كما يظهر في الشكل مع كثافة المدارات . ومع كل عنصر حجمي ثابت يوجد أكثر آيونات متحركة نحو الأسفل ، منها نحو الأعلى ، وذلك لأن الأيونات المتحركة نحو الأسفل تأتي من منطقة أكثر كثافة . وبالتالي يوجد انجراف للمائع عمودي على $\vec{\nabla} n$ و $\vec{B}$ حتى لو لم تكن مراكز التوجيه متحركة .

يغير الانجراف الدايا مغناطيسي اتجاهه مع تغير q ، لأن اتجاه الدوران ينعكس . ولا تتعلق قيمة $\vec{v}_D$ بالكتلة لأن ارتباط $m^{-\frac{1}{2}}$ بالسرعة ، يندمج مع ارتباط $m^{-\frac{1}{2}}$ بنصف قطر لارمور ، أي :

$$v_\perp = v_{th} = \left(\frac{2KT}{m}\right)^{1/2} \propto m^{-\frac{1}{2}} \;\; ; \;\; r_L = \frac{v_\perp}{\omega_c} = \frac{m v_\perp c}{eB} \propto m^{1/2}$$

وبالتالي فإن سرعة الانجراف تتناسب مع $\frac{m}{\sqrt{m}} = m^{1/2}$ أي $v_D \propto v_\perp r_L$.

وبما أن سرعة الإلكترونات والأيونات تنجرف في اتجاهين متعاكسين ، فإنه ينشأ تيار دايا

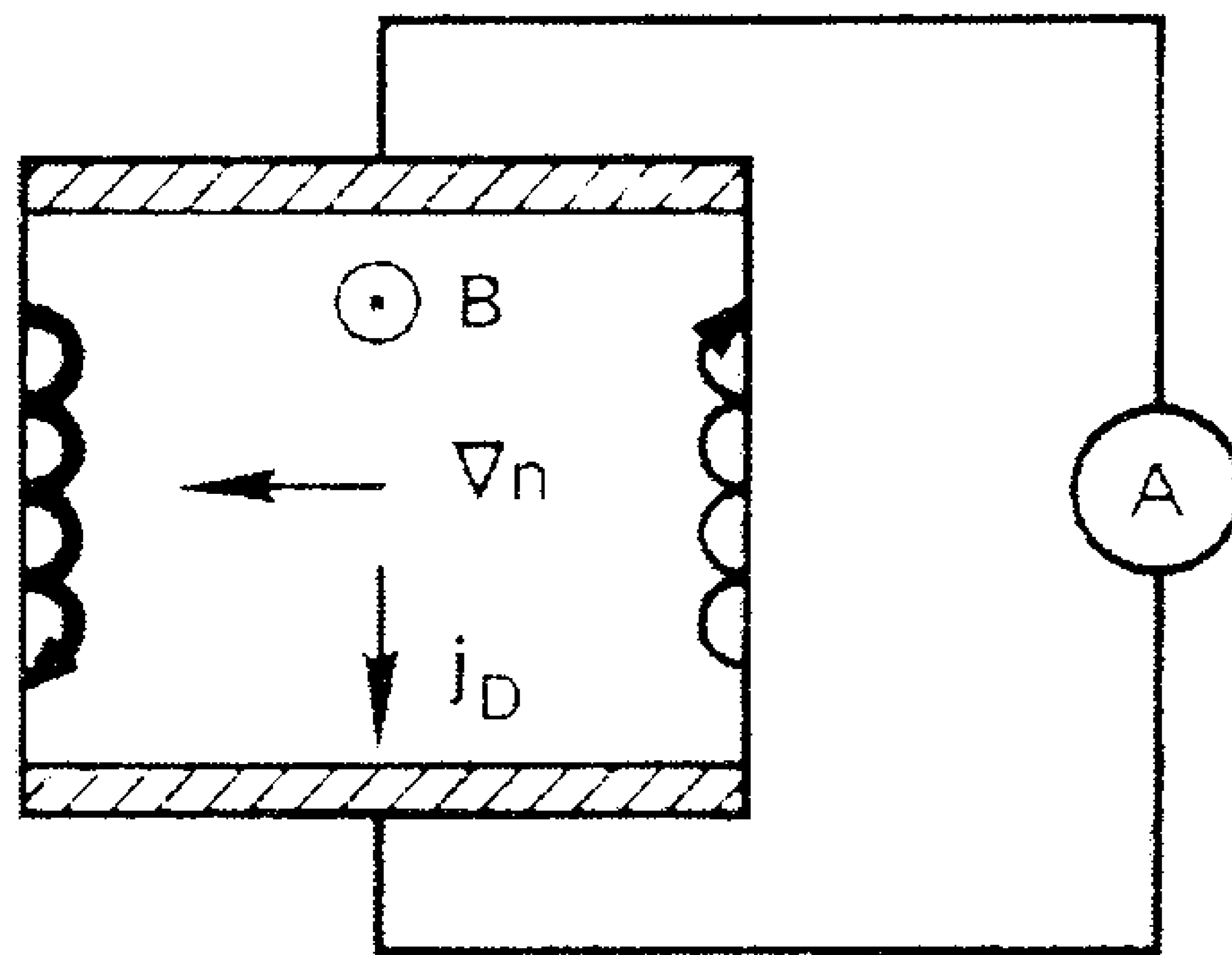
مغناطيسي. وتكون $\gamma = Z = 1$ (حيث Z إشارة شحنة الأيون) وهذا التيار يعطى بالعلاقة:

$$(mks)\ \vec{j}_D = ne\left(\vec{v}_{Di} - \vec{v}_{De}\right) = \left(\kappa T_i + \kappa T_e\right)\frac{\vec{B}\times\vec{\nabla}n}{B^2}$$

$$(cgs)\ \vec{j}_D = ne\left(\vec{v}_{Di} - \vec{v}_{De}\right) = \left(\kappa T_i + \kappa T_e\right)\frac{\vec{B}\times\vec{\nabla}n}{B^2}c \qquad (٣-٧٥)$$

من وجهة نظر الجسيمات المنفصلة لا يمكن توقع قياس تيار إذا لم يكن هناك انجراف في مركز التوجيه.

أما من وجهة المائع فإن التيار $\vec{j}_D$ يسري إذا كان هناك تدرج في الضغط دوما. ويمكن التوفيق بين وجهتي النظر هاتين إذا كانت كل التجارب في بلازما محدودة مع الزمن. لنفرض أن البلازما واقعة ضمن صندوق صلب كما في الشكل (٣-٦)



الشكل (٣-٦) انجراف الجسيمات في بلازما محدودة
(موضحا نوعين من انجراف المائع. الجزيئات تنجرف نحو الأسفل أكثر منها نحو الأعلى)

إذا أردنا حساب التيار من وجهة نظر الجسيمات المنفردة، علينا أن نأخذ بعين الاعتبار الجسيمات عند الحواف (الأطراف) والتي لها مسارات سيكلوئيدية (cycloid paths). وبما أنه يوجد عدد أكبر من الجسيمات من اليسار ينشأ تيار نحو الأسفل وفقا لنظرية الموائع.

٣-٥ انجراف الموائع بشكل موازي للمجال المغناطيسي

:($\overrightarrow{B}$ fluid drifts prallel)

تعطى المركبة Z لمعادلة حركة المائع بالشكل :

$$mn\left[\frac{\partial v_z}{\partial t}+\left(\vec{v}.\nabla\right)v_z\right]=qnE_z-\frac{\partial p}{\partial z} \qquad (٣-٧٦)$$

يمكن إهمال حد الحمل غالبا ، لأنه أصغر بكثير من الحد $\partial v_z/\partial t$. سوف نبتعد عن الحدود المعقدة وسنأخذ أبسط حالة وهي التي تكون فيها v_z منتظمة في الفراغ ونحصل باستخدام المعادلة (٣-٥٧) على :

$$\frac{\partial v_z}{\partial t}=\frac{q}{m}E_z-\frac{\gamma\kappa T}{mn}\frac{\partial n}{\partial z} \qquad (٣-٧٧)$$

أو

$$m\frac{\partial v_z}{\partial t}=qE_z-\frac{\gamma\kappa T}{n}\frac{\partial n}{\partial z}$$

تدل هذه المعادلة على أن المائع مسرع وفق الاتجاه $\overrightarrow{B}$ تحت تأثير قوة كهربائية ساكنة بالإضافة إلى قوة تدرج الضغط . ويمكن الحصول على إحدى النتائج الهامة عند تطبيق المعادلة (٣-٧٧) على الالكترونات المهملة الكتلة وذلك بفرض $m\to 0$ و $q=-e$ و $\overrightarrow{E}=-\overrightarrow{\nabla}\phi$ ونحصل على :

$$qE_z=e\frac{\partial\phi}{\partial z}=\frac{\gamma\kappa T_e}{n}\frac{\partial n}{\partial z} \qquad (٣-٧٨)$$

والالكترونات شديدة الحركة لدرجة أنه يمكن اعتبار ناقليتها الحرارية لا نهائية . وبالتالي يمكن اعتبار الالكترونات متساوية الحرارة (isothermal electrons) واعتبار $\gamma=1$ ، وبعد المكاملة نجد :

$$e\phi=\kappa T_e\ln n+C$$

أو :

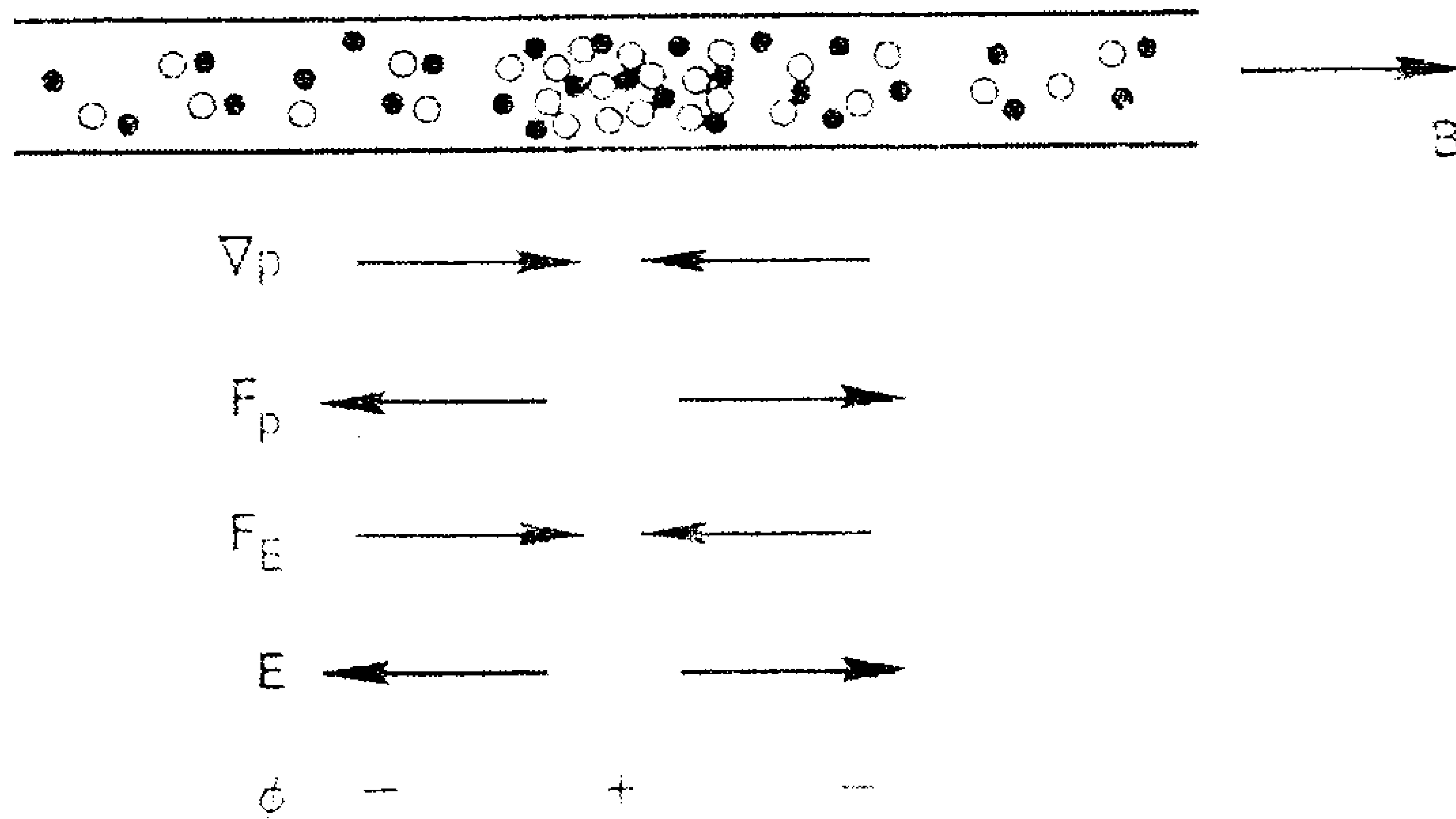
$$n=n_0\exp\left(e\phi/\kappa T_e\right) \qquad (٣-٧٩)$$

وهذه المعادلة هي بالضبط علاقة بولتزمان للالكترونات .

وهذا يعني فيزيائيا أن الكترونات خفيفة الوزن، وكثيرة الحركة ويمكن أن تكون سرعة إلى طاقات عالية بسرعة كبيرة، وذلك عند تطبيق قوة عليها. وبما أن الالكترونات لا تستطيع ترك منطقة الصندوق الموضوعة فيه بدون أن تترك خلفها شحنة أيونات كبيرة، فإن القوى الكهربائية الساكنة وقوى تدرج الضغط على الالكترونات يجب أن تكون في حالة توازن (balance). وهذا الشرط هو الذي يقود إلى معادلة بولتزمان.

نشير إلى أن المعادلة (٣-٧٩) محققة من أجل كل خط من خطوط القوى بشكل منفرد. ويمكن أن تكون خطوط القوى المختلفة ذات جهود مختلفة بشكل عام ما لم يكن هناك إجبار للالكترونات بأن تتحرك عبر المجال المغناطيسي $\overrightarrow{B}$ (عبر آلية معينة كحالة نواقل تكون خطوط القوى معلقة فيها)، وعلى التجريبيين أن تأخذ بعين العتبار مثل هذه التأثيرات الجانبية باهتمام بالغ.

في الشكل (٣-٧) نجد مخططا يوضح ماذا يحصل عندما يكون هناك تكتل(ciump) موضعي في كثافة البلازما.



الشكل(٣-٧) السبب الفيزيائي لعلاقة بولتزمان بين الكثافة والجهد

لنفرض أن تدرج الكثافة موجه باتجاه مركز الشكل (٣-٧) السابق، ولنفرض أن KT مقدار ثابت، عندئذ يكون لدينا تدرج للضغط باتجاه المركز. وبما أن البلازما شبه معتدلة فإن التدرج يحصل لكل من الالكترونات والايونات في المائع.

لنفرض أن قوة تدرج الضغط هي $\overrightarrow{F_p}$ وتؤثر على الالكترونات، إن هذه القوة تدفع الالكترونات بعيدا عن المركز تاركة خلفها الأيونات، وبالتالي تنشأ شحنة موجبة تؤدي إلى توليد مجال كهربائي $\overrightarrow{E}$ قوته $\overrightarrow{F_E}$ وتؤثر على الالكترونات في اتجاه معاكس لـ $\overrightarrow{F_p}$.

ويحصل استقرار في البلازما (Steady state) فقط عندما تكون $\overrightarrow{F_E}$ مساوية ومعاكسة لـ $\overrightarrow{F_p}$. وعندما يكون $\overrightarrow{B}$ ثابتا فإن $\overrightarrow{E}$ هو مجال كهربائي ساكن ويساوي $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\nabla}\phi$ ويجب أن يكون كبيرا في المركز حيث تكون الكثافة n كبيرة. وهذا ما تدل عليه بالضبط المعادلة (٣-٧٩) . إن الانحراف عن حالة شبه الاعتدال يدل على نفسه حيث تظهر شحنة كافية لتوليد المجال الكهربائي $\overrightarrow{E}$ اللازم لتوازن القوى المؤثرة على الالكترونات .

٣-٦ تقريب البلازما (the Plasma Approximation):

يوضح المثال السابق خاصة مهمة للبلازما ذات تطبيقات واسعة . حيث اعتدنا إيجاد المجال الكهربائي $\overrightarrow{E}$ من معادلة بواسون عند معرفة كثافة الشحنة σ .

بينما نستخدم في البلازما طريقة معاكسة . حيث نحصل على $\overrightarrow{E}$ من معادلة الحركة ، ونستخدم معادلة بواسون فقط لحساب كثافة الشحنة σ . والسبب في ذلك أن البلازما لها نزعة خاصة بها للوصول إلى حالة الاعتدال . فعندما تتحرك الأيونات سوف تتبعها حركة للالكترونات وينشأ عن ذلك المجال الكهربائي $\overrightarrow{E}$ ، بحيث تحافظ مسارات الالكترونات والأيونات على حالة الاعتدال . والناحية المهمة الثانية هي كثافة الشحنة ، فهي تسعى دوما لتحقيق معادلة بواسون . وهذا يتحقق فقط عند الحركات المنخفضة التردد التي لا تكون فيها عطالة الالكترونات معاملا .

يمكن اعتبار $n_i = n_e$ و $\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{E} \neq 0$ في البلازما عادة في نفس الوقت . ونسمي هذا الاعتبار تقريب البلازما (Plasma Approximation) ، وهذا شرط أساسي للبلازما ، حيث لا نستخدم معادلة بواسون لإيجاد $\overrightarrow{E}$ (غلا في حالة الضرورة القصوى) في جملة المعادلات من (٣-٦١) حتى (٣-٦٧) حيث لا تظهر معادلة بواسون ويعتبر تقريب البلازما هو شرط شبه الاعتدال الذي سبق و درسناه .

وسوف نعود إلى دراسة تحقق تقريب البلازما عند دراسة الأمواج الأيونية ، وعندها سيكون واضحا لماذا استخدمنا معادلة بواسون عند استخراج نصف قطر ديباي λ_D .

مسائل على الوحدة الثالثة

١ . برهـن أن ثـابت العـزل لبلازمـا منتظمـة (متجانسـة) منخفضـة التـردد يسـاوي :

$\varepsilon = 1 + \dfrac{4\pi\rho c^2}{B^2}$ وذلك اعتمادا على معادلة بواسون $\vec{\nabla}.\vec{E} = 4\pi\sigma$ ومعادلة

استمرار التيار : $\dfrac{\partial \sigma_p}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{j_p} = 0$ ومعادلة تيار الاستقطاب $\vec{j_p} = \dfrac{\rho c^2}{B^2}\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ وذلك

باستخدام $\vec{\nabla}.\vec{D} = \vec{\nabla}\left(\varepsilon.\vec{E}\right)$.

٢ . إذا كـان التواتـر السـيكلتروني للأيونـات Ω_c ، وتواتـر أيونـات البلازمـا

$\Omega_p = \left(\dfrac{4\pi n e^2}{M}\right)^{1/2}$ حيث M كتلة الأيون ، ما هي الشروط اللازمة لكون ثابت

العزل مساويا لـ $\varepsilon \approx \dfrac{\Omega_p^2}{\Omega_c^2}$ ؟

٣ . اسـتخرج المعادلـة $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$ (قـانون غـاوص فـي المغناطيسـية) مـن المعادلـة

$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (قـانون فـارادي) ، ثـم اسـتخرج المعادلـة

$\vec{\nabla}.\vec{E} = 4\pi\left(q_i\, n_i + q_e\, n_e\right)$ (قـانون غـاوص فـي الكـهراكدة) مـن المعادلـة

$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \dfrac{4\pi}{c}\left(n_i\, q_i\, \vec{v_i} + n_e\, q_e\, \vec{v_e}\right) + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (قانون أمبير) .

الوحدة الرابعة

الأمواج في البلازما

WAVES IN PLASMAS

٤ – ١ تمثيل الأمواج Representation of waves:

يمكن تمثيل كل اهتزازة دورية في المائع اعتماداً على تحليل فورييـه(Fourier analysis) وكأنها مجموعة اهتزازات جيبية لها تواترات ω وأطوال موجية λ مختلفة. وتكون أي من هذه الاهتزازات موجة بسيطة. وعندما تكون سعة الاهتزازة صغيرة، يكون شكل الموجة جيبياً بشكل عام، ويكون لدينا مركبة واحدة فقط للموجة. وسندرس هذه الحالة بالتحديد.

لنأخذ مثلاً كمية جيبية ولتكن الكثافة n ، عندئذ نستطيع تمثيلها بالشكل:

$$n = \overline{n} \exp\left[i\left(\vec{k} . \vec{r} - \omega t \right) \right] \qquad (٤-١)$$

حيث نكتب وفق الإحداثيات الديكارتية:

$$\vec{k} . \vec{r} = k_x . x + k_y . y + k_z . z \qquad (٤-٢)$$

هنا $\overline{n}$ ثابت يعمل سعة الموجة؛ $\vec{k}$ المتجه لموجي.

عندما تنتشر الموجة في الاتجاه x يكون لدينا فقط المركبة x ، وتصبح المعادلة (٤-١) بالشكل:

$$n = \overline{n} e^{i(k x - \omega t)}$$

واصطلاحاً، يعتبر القسم الحقيقي من التابع الأسي كمية قابلة للقياس. لنفرض أن $\overline{n}$ مقدار حقيقي، وسنرى لاحقاً أن هذا يعني أن القسم الحقيقي هو:

$$\mathrm{Re}(n) = \overline{n} \cos(k x - \omega t) \qquad (٤-٣)$$

وتتحرك كل نقاط الموجة ذات الطور الثابت، بحيث تحقق $\frac{d}{dt}(k x - \omega t) = 0$ أي:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} \equiv v_{ph} \qquad (٤-٤)$$

نسمي المقدار v_{ph} السرعة الطورية .

إذا كانت النسبة $\frac{\omega}{k}$ موجبة ، فإن الموجة تتحرك نحو اليمين . أي أن x تتزايد بتزايد t ، وبالتالي يبقى المقدار $kx - \omega t$ ثابتاً . أما إذا كانت النسبة $\frac{\omega}{k}$ سالبة ، تتحرك الموجة نحو اليسار . نستطيع كتابة العلاقة :

$$n = \bar{n}\, e^{i(kx + \omega t)}$$

والتي تدل على أن k السرعة الطورية بمقدار سالب (في اتجاه اليسار) . ويتضح من العلاقة (٣ – ٤) ، أن عكس إشارة كل من ω و k لا يغير شيئاً في العلاقة .

لنأخذ الآن كمية جيبية أخرى ولتكن المجال الكهربائي $\vec{E}$ ، وبما أننا اخترنا طور الكثافة n مساوياً للصفر ، لنفرض الآن وجود طور آخر للمجال الكهربائي وليكن δ :

$$\vec{E} = \bar{\vec{E}} \cos(kx - \omega t + \delta) \qquad (٥-٤)$$

أو

$$\vec{E} = \bar{\vec{E}}\, e^{i(kx - \omega t + \delta)}$$

حيث $\bar{E}$ مقدار حقيقي يمثل متجه ثابت .

وبما أن $\vec{E}$ في الحالة العامة مقدار عقدي ، فإننا نستطيع كتابة :

$$\vec{E} = \bar{\vec{E}}\, e^{i\delta} e^{i(kx - \omega t)} \equiv \bar{\vec{E}}_c\, e^{i(kx - \omega t)}$$

حيث $\bar{E}_c$ سعة عقدية . ويمكن الحصول على الطور δ من $\bar{E}_c$ حيث :

$$\mathrm{Re}\left(\bar{\vec{E}}_c\right) = \bar{\vec{E}} \cos\delta \ ; \ \mathrm{Im}\left(\bar{\vec{E}}_c\right) = \bar{\vec{E}} \sin\delta$$

وبالتالي :

$$t_g\,\delta = \frac{\mathrm{Im}\left(\overline{\overrightarrow{E}_c}\right)}{\mathrm{Re}\left(\overline{\overrightarrow{E}_c}\right)} \qquad (٦-٤)$$

سوف نعتبر من الآن فصاعداً أن جميع السعات هي مقادير عقدية ، وسنهمل كتابة الدليل c ، وبالتالي سنكتب كل المقادير المهتزة g_1 بالشكل :

$$\overrightarrow{g_1} = \overline{\overrightarrow{g}}_1 \exp\left[i\left(\vec{k}\,.\vec{r} - \omega t\right)\right] \qquad (٧-٤)$$

حيث $\overrightarrow{g_1}$ يمكن أن تكون مقداراً حقيقياً أو مقداراً عقدياً . ولا يمكن أن نخطئ في تمييز الحالات المختلفة ، لأنه في حالة الأمواج الخطية سوف يصبح التابع الأسي exp في طرفي العلاقة . كما ويمكن اختصاره من الطرفين .

٤-٢ السرعة المجموعية (Group Velocity):

غالبا تفوق السرعة الطورية لأمواج البلازما سرعة الضوءC ، وهذا ليس اختراقا للنظرية النسبية ، لأنه لا يمكن لقطار أمواج لا نهائي ذو سعة ثابتة حمل المعلومات . فمثلا لا يمكن لحامل أمواج الراديو من حملها ما لم يكن معدلا(modulated) . والأمواج المعدلة لا تنتشر بسرعة طورية وإنما تنتشر بسرعة مجموعية (Group Velocity)، والتي تكون عادة أقل من سرعة الضوء c . ولتوضيح ذلك يمكننا دراسة موجة معدلة بإضافة الضربات (beating) الناتجة عن موجتين لهما تقريبا نفس التواتر ، ولنفرض أن هاتين الموجتين من الشكل :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \cos\left[\left(k + \Delta k\right)x - \left(\omega + \Delta\omega\right)t\right] \\ E_2 &= E_0 \cos\left[\left(k - \Delta k\right)x - \left(\omega - \Delta\omega\right)t\right] \end{aligned} \qquad (٨-٤)$$

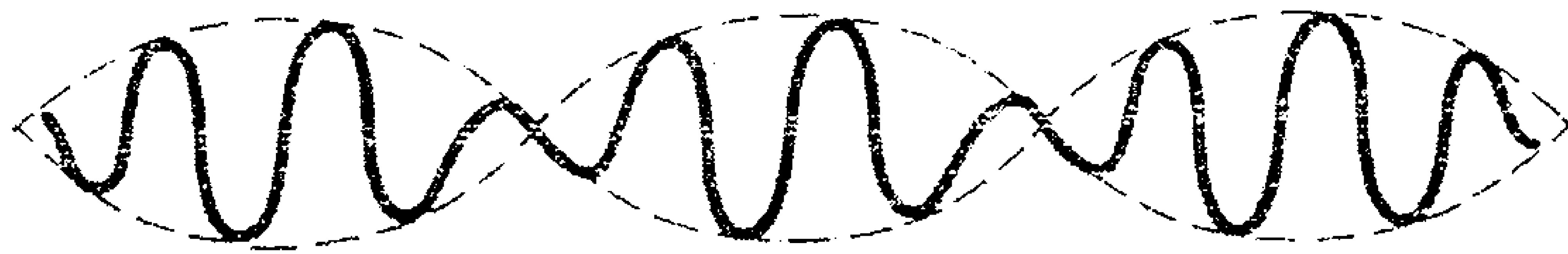
وتختلف هاتان الموجتان عن بعضهما بالتواتر بالمقدار $2\Delta\omega$. وبما أن كل موجة يجب أن يكون لها سرعة طورية $\frac{\omega}{k}$ تتعلق بالوسط الذي تنتشر فيه هذه الموجة ، فإنه من المنطقي وجود فرق مقداره $2\Delta k$ في العدد الموجي بين الموجتين السابقتين . ولنفرض للاختصار :

$$a = kx - \omega t$$
$$b = (\Delta k)x - (\Delta\omega)t$$

وبالتالي يكون لدينا :

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= E_0 \cos(a+b) + E_0 \cos(a-b) \\ &= E_0(\cos a \cos b - \sin a \sin b + \cos a \cos b + \sin a \sin b) \qquad (٤-٩) \\ &= 2E_0 \cos a \cos b = 2E_0 \cos\left[(\Delta k)x - (\Delta\omega)t\right]\cos(kx - \omega t) \end{aligned}$$

وهي موجة جيبية معدلة كما في الشكل (٤-١) :



الشكل(٤-١)

حيث يعطي غلاف (envelope) الموجة بالشكل : $\cos\left[(\Delta k)x - (\Delta\omega)t\right]$ وهي الموجة الحاملة التي تحمل المعلومات، وتنتشر بسرعة $\frac{\Delta\omega}{\Delta k}$. وعندما $\Delta\omega \to 0$ نحصل على السرعة المجموعية :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \qquad (٤-١٠)$$

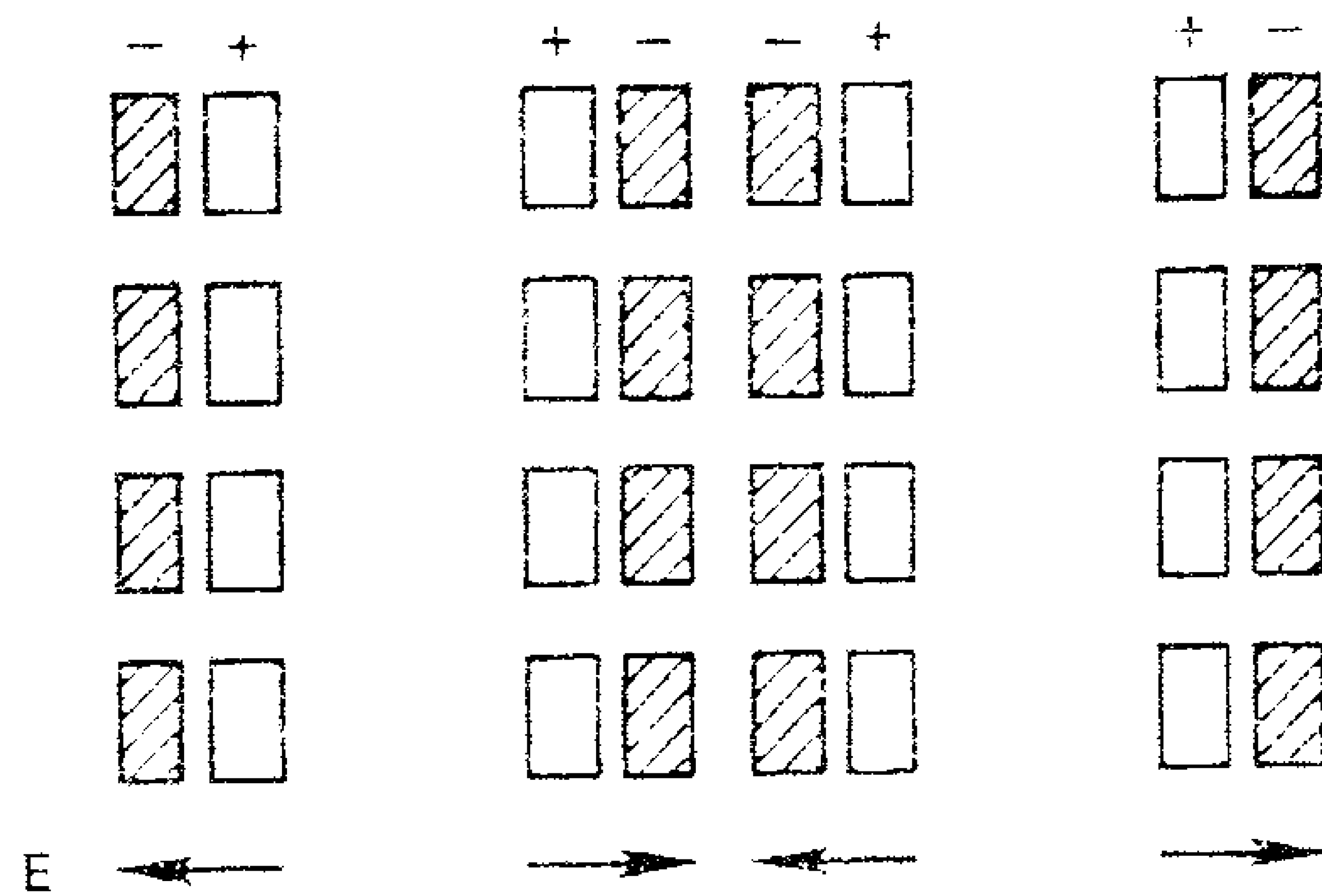
وهي لا يمكن أن تساوي سرعة الضوء c.

٤-٣ الاهتزازات في البلازما (Plasma oscillations):

سبق وأشرنا إلى أن البلازما تشكل ما نسبته ٩٩ ٪ من عالمنا الرحب، فهي تتواجد في النجوم والسدم الغازية والرياح الشمسية والغلاف الجوي المحيط بالأرض (طبقة الأيونوسفير)، وتعتبر هذه الأوساط غنية بالظواهر الموجية، كما وتلعب دوراً مهماً في وقاية الحياة على الأرض من الإشعاعات الكونية .

كما سبق وأشرنا إلى أن البلازما تحتوي مزيجاً مكوناً من جسيمات معتدلة وجسيمات مثارة وأيونات وإلكترونات محققة ما يسمى حالة شبه الاعتدال، حيث تحتوي على مزيج من شحنات

موجبة وسالبة بمقادير متساوية. تساهم هذه الخاصية في استقرار البلازما، لكن عندما تخضع البلازما لإضطراب خارجي بحيث يؤدي إلى انحراف هذه المكونات عن وضع اتزانها، تقوم مجالات الشحنات الفراغية المتشكلة داخلياً نتيجة لهذا الاضطراب إلى زيادة الحركة الجماعية لجسيمات البلازما، أما قوى الاضطراب الخارجية فتقوم بتسريع الالكترونات والأيونات بصورة جماعية، إلا أن الأيونات تبقى عاجزة عن مجاراة الالكترونات فتبقى متخلفة عنها خاضعة بذلك للقصور الذاتي نتيجة كبر كتلتها مقارنة بكتل الالكترونات، مما يؤدي إلى إبتعاد الالكترونات عن حالة التوازن الأصلية، والتي تقود بدورها إلى نشوء مجالات كهربائية داخلية في الجهة المعاكسة لحركة الالكترونات. ونسمي تواتر اهتزاز الالكترونات في هذه الحالة تواتر البلازما الذي سندرسه لاحقاً، وفي الشكل (٤-٢) تمثل المستطيلات البيضاء مائع الأيونات، أما المستطيلات المظلمة فتمثل مائع الالكترونات المنزاحة بشكل متناوب.



الشكل (٤-٢)

تخضع الالكترونات نتيجة ذلك لقوى إرجاع ناتجة عن التجاذب الكهربائي لكولون وبالنتيجة تخضع الالكترونات تحت تأثير هذه القوى إلى حركة اهتزازية جماعية، ويترافق هذا الاهتزاز بتواتر عال، كما تعيد الحركة الاهتزازية نفسها بشكل دوري مترافقة بتزايد أو تناقص الطاقة الحركية لهذه الالكترونات على حساب الطاقة الكامنة والعكس بالعكس. إلا أن سعة هذا الاهتزاز لا تبقى ثابتة في الحالة العامة، وذلك نتيجة للتصادم بين الالكترونات والجسيمات المتعادلة، ويترافق هذا التصادم بتخامد جماعي للحركة الاهتزازية، وبالتالي تناقص تدريجي في سعة هذه الحركة الاهتزازية. نحصل من خلال هذه الحركات الاهتزازية على اهتزاز كهربائي ساكن. وسوف نحسب تواتر البلازما ضمن التقريبات التالية:

- عدم وجود مجال مغناطيسي خارجي.

- الطاقة الحرارية معدومة $\kappa T = 0$.
- ثبات الأيونات في الوسط الموافق لتوزع منتظم .
- البلازما غير محدودة .
- نفرض أن حركة الإلكترونات وفق الاتجاه x فقط .

ونستطيع أن نكتب العلاقات التالية بناء على التقريبات السابقة :

$$\nabla = \hat{x}\frac{\partial}{\partial x}\ ,\ \vec{E} = E\,\hat{x}\ ,\ \nabla\times\vec{E} = 0\ ,\ \vec{E} = -\nabla\phi \qquad (١١-٤)$$

وبالتالي لا يوجد مجال مغناطيسي مهتز . وهذه الاهتزازات هي اهتزازات كهربائية ساكنة .

تعطى معادلة حركة الالكترونات ومعادلة الاستمرار بالشكل :

$$mn_e\left[\frac{\partial\overrightarrow{v_e}}{\partial t}+\left(\overrightarrow{v_e}.\vec{\nabla}\right)\overrightarrow{v_e}\right] = -en_e\vec{E} \qquad (١٢-٤)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t}+\vec{\nabla}.\left(n_e\,\overrightarrow{v_e}\right) = 0 \qquad (١٣-٤)$$

ومعادلة ماكسويل الوحيدة التي سنحتاج إليها هي التي لا تحتوي على $\overrightarrow{B}$ أي معادلة بواسون ، وهي حالة خاصة تطرقنا إليها عند دراسة البلازما كمائع وهي تقريب البلازما . وهي لا تفيدنا في إيجاد $\overrightarrow{E}$ ، وهي حالة تواترات مرتفعة ، حيث أن اعتبار القصور الذاتي للالكترونات عامل مهم ، والانحراف عن وضع الاستقرار هو العامل المهم في هذه الحالة ، وبالتالي نكتب :

$$\varepsilon_0\vec{\nabla}.\vec{E} = \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial\vec{x}} = e\left(n_i - n_e\right) \quad (mks)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\partial\vec{E}}{\partial\vec{x}} = 4\pi e\left(n_i - n_e\right) \quad (cgs) \qquad (١٤-٤)$$

يمكن حل المعادلات (٤-١٢) - (٤-١٤) بسهولة عبر جعلها خطية (linearization) ، ونفهم من ذلك أن سعة الاهتزاز صغيرة ، ويمكن إهمال الحدود التي لا تحتوي معاملات سعة من درجات مرتفعة . حيث نقوم أولا بفصل المتغيرات إلى قسمين ، قسم يمثل الجزء الثابت

ونعطيه الدليل 0 . وقسم يمثل الجزء المضطرب ونعطيه الدليل 1 أي :

$$n_e = n_0 + n_1 \;;\; \overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{v_0} + \overrightarrow{v_1} \;;\; \overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_0} + \overrightarrow{E_1} \quad (٤-١٥)$$

وتمثل الأجزاء الثابتة متغيرات البلازما في حالة غياب الاهتزازات . وبما أننا ندرس بلازما معتدلة متجانسة قبل إزاحة الالكترونات ، نحصل على :

$$\vec{\nabla} n_0 = \overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{E_0} = 0$$

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{\partial \overrightarrow{v_0}}{\partial t} = \frac{\partial \overrightarrow{E_0}}{\partial t} = 0 \quad (٤-١٦)$$

وتصبح المعادلة (٤-١٢) بالشكل :

$$m\left[\frac{\partial \overrightarrow{v_1}}{\partial t} + \left(\overrightarrow{v_1}.\vec{\nabla}\right)\overrightarrow{v_1}\right] = -e\,\overrightarrow{E_1} \quad (٤-١٧)$$

واضح أن الحد $\left(\overrightarrow{v_1}.\vec{\nabla}\right)\vec{v}$ هو من الدرجة الثانية بالنسبة للسعة وسنجعل المعادلة خطية وذلك بإهمال هذا الحد . وتكون النظرية خطية linear theory صحيحة بقدر ما تكون $|v_1|$ صغيرة بشكل كاف بحيث يمكننا فعلاً إهمال الحد من الدرجة الثانية وتصبح المعادلة (٤-١٣) بالشكل :

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \vec{\nabla}.\left(n_0\overrightarrow{v_1}\right) + \nabla.\left(n_1\overrightarrow{v_1}\right) = 0 \;;\; \left(n_0 + n_1\right)\left(v_0 + v_1\right)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \nabla \overrightarrow{v_1} + v_1 . \vec{\nabla} n_0 = 0 \quad (٤-١٨)$$

نذكر أن $n_{i0} = n_{e0}$ في حالة الاعتدال و $n_{i1} = 0$ وذلك في معادلة بواسون (٤-١٤) وذلك باعتبار ان الأيونات الموجبة ثابتة ، وبالتالي نحصل على :

$$\varepsilon_0 \nabla.\overrightarrow{E_1} = -en_1 \quad (mks)$$

$$\nabla.\overrightarrow{E_1} = -4\pi e n_1 \quad (cgs) \quad (٤-١٩)$$

نفرض أن الحدود المهتزة تسلك سلوكاً جيبياً أي :

$$\overrightarrow{v_1} = v_1 e^{i(kx-\omega t)}\hat{x}$$

$$n_1 = n_1 e^{i(kx-\omega t)}$$

$$\vec{E} = E e^{i(kx-\omega t)}\hat{x} \qquad (٤-٢٠)$$

وبالتالي يمكن التعويض عن الاشتقاق بالنسبة للزمن $\frac{\partial}{\partial t}$ بـــ $-i\omega$ و ∇ بـــ $-k\hat{x}$ ، عندئذ تصبح المعادلات (٤-١٧)-(٤-١٩) بالشكل:

$$-im\,\omega v_1 = -eE_1 \qquad (٤-٢١)$$

$$-i\,\omega n_1 = -n_0 ik v_1 \qquad (٤-٢٢)$$

$$ikE_1 = -4\pi e n_1 \qquad (٤-٢٣)$$

وبحذف n_1 و E_1 تصبح المعادلة (٤-٢١) بالشكل:

$$-im\,\omega v_1 = -e\frac{-e}{ik\,\varepsilon_0}\frac{-n_0 ikv_1}{-i\,\omega} = -i\,\frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0\omega}v_1 \quad (mks)$$

أو

$$-im\,\omega v_1 = -e\frac{-4\pi e}{ik}\frac{-n_0\,ik\,v_1}{-i\,\omega} = -i\,\frac{4\pi n_0 e^2}{\omega}v_1 \quad (cgs) \qquad (٤-٢٤)$$

عند عدم انعدام v_1 تصبح المعادلة (٤-٢١) بالشكل:

$$\omega^2 = \frac{n_0 e^2}{m\,\varepsilon_0} \quad (mks)$$

$$\omega^2 = \frac{4\pi\,n_0 e^2}{m} \quad (cgs)$$

ويكون تواتر البلازما عندئذ بالشكل:

$$\omega_p = \left(\frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0\,m}\right)^{1/2} \;\; rad/\sec \quad (mks)$$

$$\omega_p = \left(\frac{4\pi n_0 e^2}{m}\right)^{1/2} \quad (cgs) \qquad (٤-٢٥)$$

أي : $\omega_{p_i} = \left(\frac{4\pi n_i e^2}{M}\right)^{1/2} \quad (cgs)$ تواتر لانغيمور للأيونات (mks $\omega_{p_i} = \left(\frac{e^2 n_i}{\varepsilon_0 M}\right)^{1/2}$)

$\omega_{p_e} = \left(\frac{4\pi n_e e^2}{m}\right)^{1/2} \quad (cgs)$ تواتر لانغيمور للالكترونات(mks $\omega_{p_e} = \left(\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m}\right)^{1/2}$)

n_e : كثافة الالكترونات ، m : كتلة الإلكترون .

وبشكل تقريبي وبعد التعويض في الثوابت المعروفة نستطيع استخدام العلاقة :

$$\omega_p / 2\pi = f_p = 9\sqrt{n} \qquad (٤-٢٦)$$

حيث يتعلق هذا التردد فقط بكثافة البلازما ، وهو من المتحـولات الأساسية لأي بلازما . وبسبب القيمة الصغيرة لـــ m ، يكون تردد البلازما عادة كبيراً جداً . فمثلاً عندما تكون كثافة البلازما $n = 10^{18}\, m^{-3}$ يكون التردد :

$$f_p = 9\left(10^{18}\right)^{1/2} = 9\times10^9 \sec^{-1} = 9GHz$$

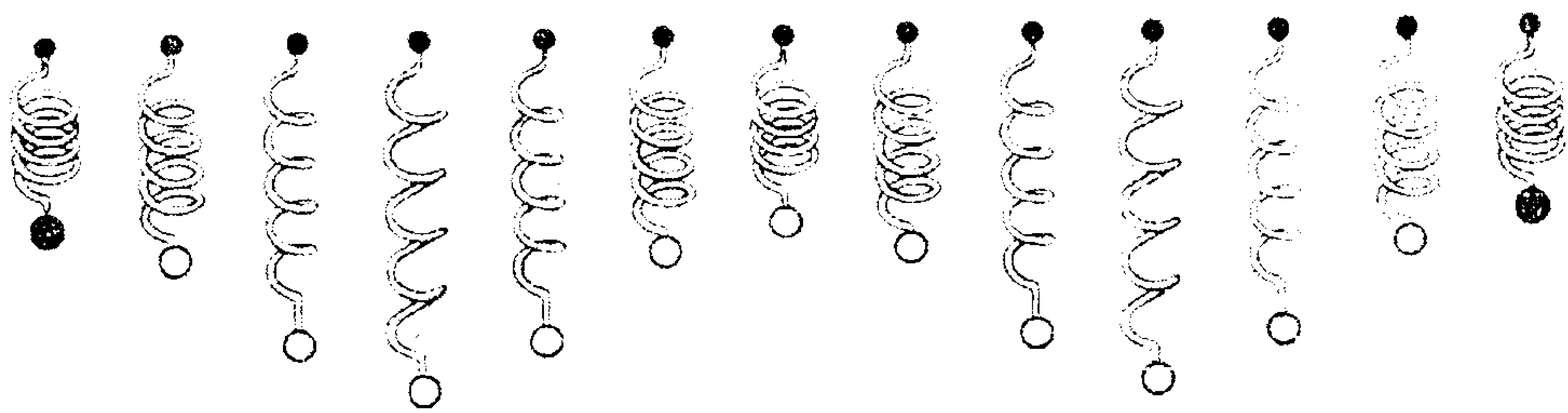
ويقع الإشعاع f_p بتردد عادة ضمن مجال الأمـواج الميكروية(microwave range) .

ويمكن مقارنة هذا التردد مع تردد إلكترونات آخرى ω_{ce} ونحصل على العلاقة :

$$f_{ce} \simeq 28GHz / Tesla = 2,8GHz / kG \qquad (٤-٢٧)$$

وبالتـــالي إذا كـــان المجـــال المغناطيســـي $B \approx 0.32T = 3.2\,kG$ والكثافـــة $n = 10^{18}\, m^{-3} = 10^{12}\, cm^{-3}$ يكون التواتر السيكلتروني للإلكترونـات مسـاو تقريبـاً لتواتر إلكترونات البلازما .

تدلنا المعادلة (٤-٢٥) أن ظهور اهـتزازات البلازمـا يتعلـق فقـط بكثافتـها n . وبشـكل خـاص عندمـا لا تتعلـق ω بــــ k تكـون السـرعة المجموعيـة $\frac{d\omega}{dk}$ معدومـة ، ولا تحـدث الاضطرابات . ويمكن توضيح ذلك بمثال ميكانيكي كما في الشكل (٤-٣) .



الشكل (٤-٣)

لنأخذ مثلا عددا من النوابض المتشابهة والمثبتة على مسافة واحدة كل منها بالنسبة للآخر ، ولنعلق في هذه النوابض كرات معدنية متماثلة ، ولنزيح هذه الكرات عن وضع التوازن إزاحات متساوية بينها طور زمني ثابت ، عندئذ سوف تهتز هذه الكرات وكأنها موجة لها أي من الاتجاهين ، ولها طول موجة . إذا تركنا الكرة الأولى والأخيرة دون اهتزاز ، فإن الاهتزاز سيبدو وكأنه موجة مسافرة ومستقرة بين الكرتين الأولى والأخيرة .

هذه الحركة الموجية ليست بهذه الدقة في حالة البلازما لأن أمواج البلازما تنتشر وفق الاتجاه $\vec{k}$ وليس بشكل معامد على $\vec{k}$. وتنشأ الاهتزازات المستقلة في البلازما عندما لا تصطدم الالكترونات مع الشحنات الموجبة أو مع بعضها البعض ، أما المجال الكهربائي الموافق فإنه لا يستطيع الامتداد أبعد من الاضطراب الأولي ويتوضع بجوار الطبقات البلازمية المهتزة . من أهم خصائص البلازما يكمن في قدرتها على احتواء تنوع كبير في الظواهر الموجية والأمثلة تشتمل على أمواج كهرومغناطيسية عرضية عالية التردد وأمواج البلازما الكهروستاتية الطويلة . . . الخ

توجد في مناطق الترددات المنخفضة أنماط موجية هامة في البلازما المغناطيسية و التي يطلق عليها أمواج آلفن والأمواج الصوتية المغناطيسية .

يمكن تمثيل انتشار الأمواج لكل الأنماط الممكنة والمختلفة بعلاقة التشتت والتي هي عبارة عن علاقة تربط التواتر ω بالعدد الموجي k باستقطابها .

تمدنا دراسة الأمواج البلازمية بمعلومات هامة عن خصائص البلازما ، والتي تكون مفيدة في تشخيص البلازما .

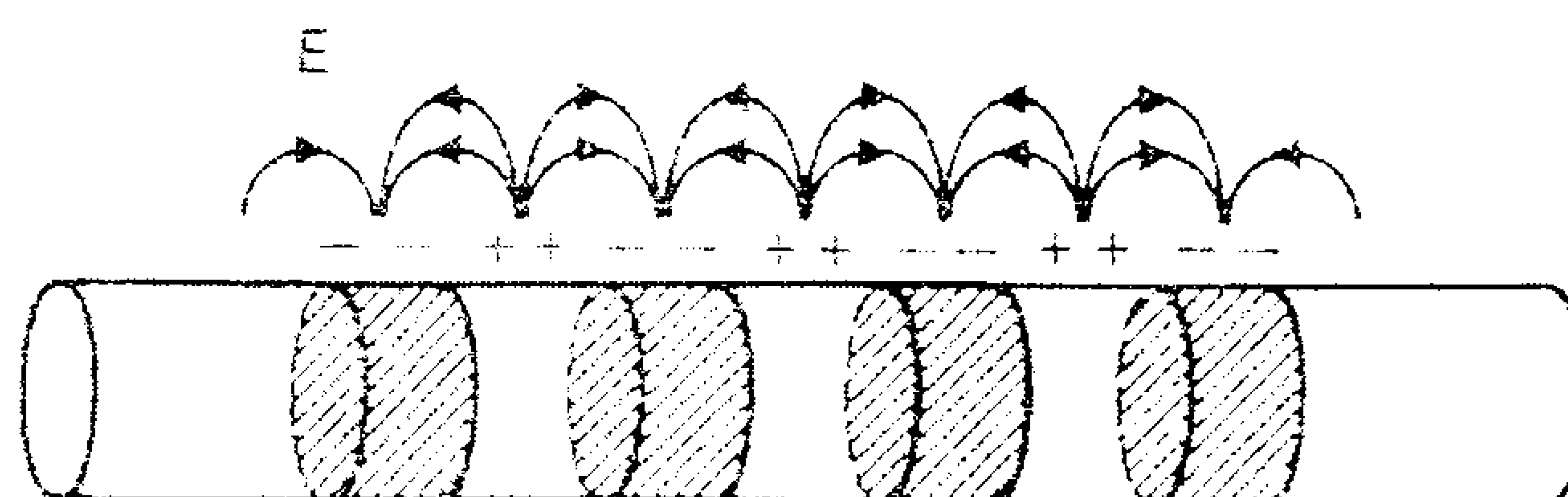
تؤدي عمليات التشتت مثل التي تحدث بالتصادمات إلى اضمحلال سعة الموجة . يعني هذا انتقال الطاقة من المجال الموجي إلى جسيمات البلازما بالإضافة لذلك توجد آلية أساسية لا تصادمية لتخامد الموجة في البلازما ، والتي تسمى تخامد لانداو ، وتعتبر عملية أثر بعض

جسيمات البلازما هي المسؤولة عن تخامد لانداو ، تتحرك الجسيمات هنا بسرعات قريبة من سرعة طور الموجة ، وتكون النتيجة النهائية هي انتقال الطاقة من الموجة إلى الجسيمات .

يعتبر تخامد لانداو صفة مميزة للبلازما اللاتصادمية ، والذي يوافق الدراسة الحركية لتشكل المجرات . . . إلخ .

من جهة أخرى يمكن الحصول على أنماط ذات سعات متزايدة كنتيجة لعدم الاستقرار ، والتي تعتبر ذات أهمية كبيرة في الحالات الحركية للبلازما .

يبين الشكل (٤-٤) المناطق الموجبة والسالبة (المظللة) لمخطط بلازما واقعة ضمن أسطوانة . حيث يسبب المجال الكهربائي الهدبي تزاوج بين الطبقات المضطربة والمنتظمة ، ولا تبقى الاهتزازات في موضعها .



الشكل (٤-٤) انتشار اهتزازات البلازما الناشئة عن المجالات الهدبية في وسط محدود

لدراسة الأمواج في البلازما توجد طريقتين رئيستين تقريبيتين ومستخدمتين بصورة عادية في تحليل مسألة الأمواج في البلازما ، ففي أحدهما توصف البلازما كوسط له ناقلية أو ثابت عزل ، كما تختلف معادلة الموجة الموافقة لهذا الوسط عن معادلات ماكسويل . فعند تطبيق مجال مغناطيسي خارجي ساكن تصبح البلازما مكافئة لعازل غير متماثل الخواص والممثل بتنسور العازلية الثنائي .

أما في التقريب الثاني فيتم حل معادلات ماكسويل بصورة متوافقة مع المعادلات التي تصف حركة الجسيمات .

٤-٤ أمواج الكترونات البلازما(Electron plasma waves):

هناك عامل آخر يؤدي إلى اهتزاز البلازما وهو الحركة الحرارية . حيث تصل الالكترونات إلى قيم قريبة من البلازما في سرعتها الحرارية وهي تحمل معلومات عما يحدث في منطقة الاهتزاز ، وعندئذ نستطيع تسمية اهتزازات البلازما بالأمواج . ويمكن أخذ هذا العامل بعين

الاعتبار إذا أضفنا الحد $-\nabla Pe$ إلى معادلة الحركة (١٢-٤) . وفي هذه المسألة الأحادية درجة الحرية نعتبر قيمة γ مساوية لـ 3 بحسب المعادلة :

$$\gamma=\left(2+N\right)/N=\frac{2+1}{1}=3$$

وحسب معلوماتنا من الوحدة السابقة (المعادلة(٣- ٥٦)) لدينا :

$$p_e=C\,\rho_e^{\gamma};\quad \gamma=\frac{c_p}{c_V};\quad \rho=Mn=Atomic\ mass\ unit\times n;C=const$$

وبعد الاشتقاق نحصل على :

$$\vec{\nabla}P_e=C\,\gamma\,\rho_e^{\gamma-1}\vec{\nabla}\rho_e=C\,\gamma\frac{\rho_e^{\gamma}}{\rho}M\,\vec{\nabla}\,n_e=P_e\,\gamma\frac{\vec{\nabla}n_e}{n_e}\Rightarrow\frac{\vec{\nabla}P_e}{P_e}=\gamma\frac{\vec{\nabla}n_e}{n_e}$$

$$\Rightarrow\frac{\vec{\nabla}P_e}{P_e}=3\frac{\vec{\nabla}n_e}{n_e}=\frac{3\kappa T_e}{\kappa T_e}\frac{\vec{\nabla}n_e}{n_e}=\frac{3\kappa T_e\vec{\nabla}n_e}{n_e\kappa T}=\frac{3\kappa T_e\vec{\nabla}n_e}{P_e}$$

$$\Rightarrow\vec{\nabla}P_e=3\kappa T_e\vec{\nabla}n_e=3\kappa T_e\vec{\nabla}(n_0+n_1)=3\kappa T_e\frac{\partial n_1}{\partial x}\hat{x}$$

وتكون معادلة الحركة الخطية (linearized) :

$$mn_0\frac{\partial v_1}{\partial t}=-e\,n_0\,E_1-3\kappa T_e\frac{\partial n_1}{\partial x}\qquad(٢٨-٤)$$

نشير هنا أنه عند جعل المعادلة خطية، نهمل الحدود $n_1\frac{\partial v_1}{\partial t}$ و n_1E_1 وكذلك $(\vec{v_1}.\nabla)\vec{v_1}$ لأنها من الدرجة الثانية.

اعتمادا على المعادلات (٤-٢٠) تصبح المعادلة (٤-٢٨) بالشكل :

$$-im\,\omega\,n_0v_1=-e\,n_0\,E_1-3\kappa T_e\,ikn_1\qquad(٢٩-٤)$$

وتعطى E_1 و n_1 من المعادلة (٤-٢٣)، حيث :

$$-i\,\omega n_1=-n_0\,ik\,v_1\Rightarrow n_1=\frac{k\,v_1}{\omega}n_0\ ;\ ik\,E_1=-4\pi e\,n_1\Rightarrow E_1=\frac{-4\pi e\,n_1}{ik}\quad(cgs)$$

أو

$$\left.\begin{aligned} -in\omega n_0 v_1 &= \left[e\, n_0 \left(-\frac{4\pi e}{ik} \right) + 3\kappa T_e\, ik \right] \frac{k\, v_1}{\omega} n_0 \cdot \frac{\omega}{im} \\ \Rightarrow \qquad \omega^2 v_1 &= \left(\frac{4\pi e^2 n_0}{m} + \frac{3\kappa T_e}{m} k^2 \right) v_1 \end{aligned}\right\} (cgs)$$

وبالتالي :

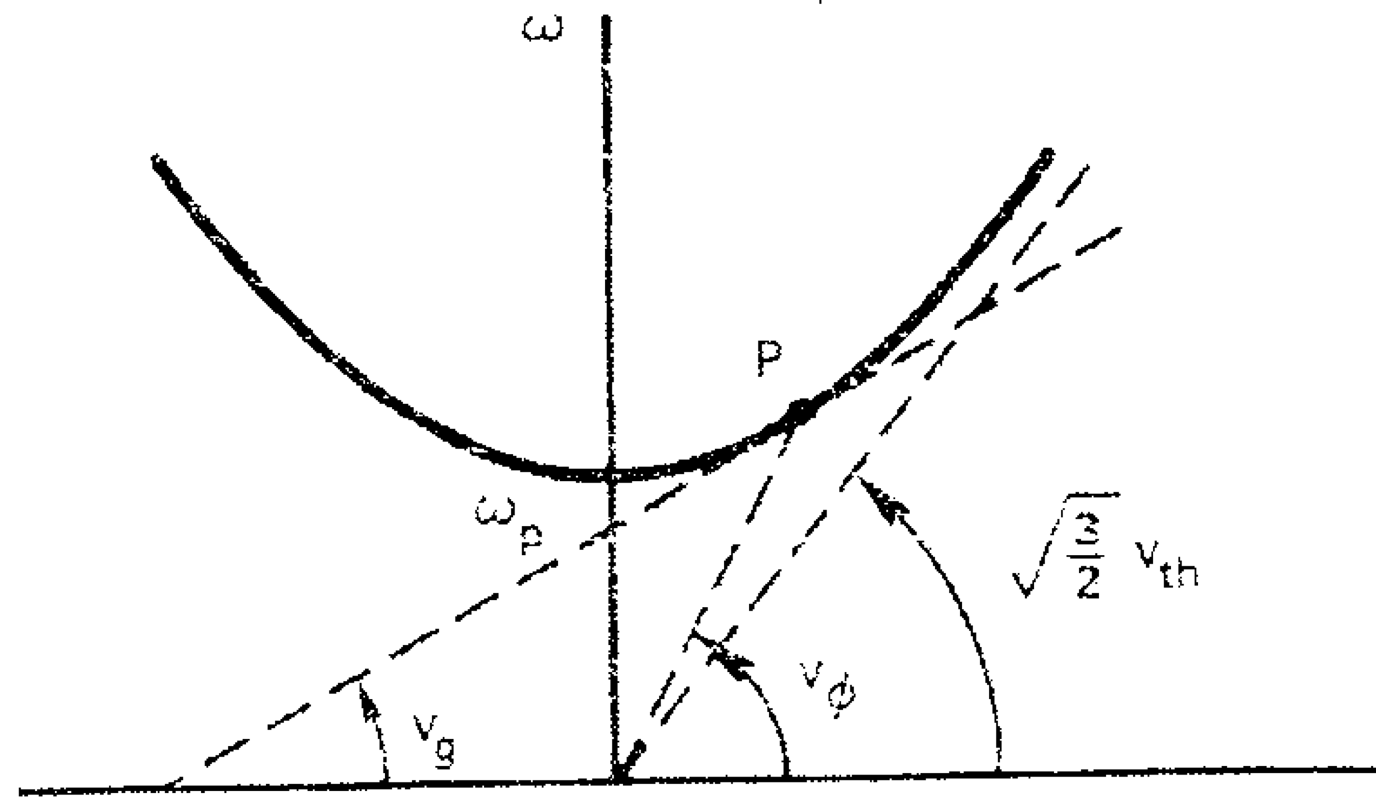
$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} k^2 v_{th}^2 \qquad (٤-٣٠)$$

حيث $v_{th}^2 = \frac{2\kappa T_e}{m}$. وبالتالي يتعلق التواتر بـــ k وتصبح السرعة المجموعية :

$$\Leftarrow 2\omega d\omega = \frac{3}{2} v_{th}^2\, 2k\, dk$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{3}{2}\frac{k}{\omega} v_{th}^2 = \frac{3}{2}\frac{v_{th}^2}{v_{ph}} \qquad (٤-٣١)$$

ويمكن ملاحظة أن $c > v_g$ دوما برسم المعادلة (٤-٣٠) والحصول على الشكل (٤-٥).



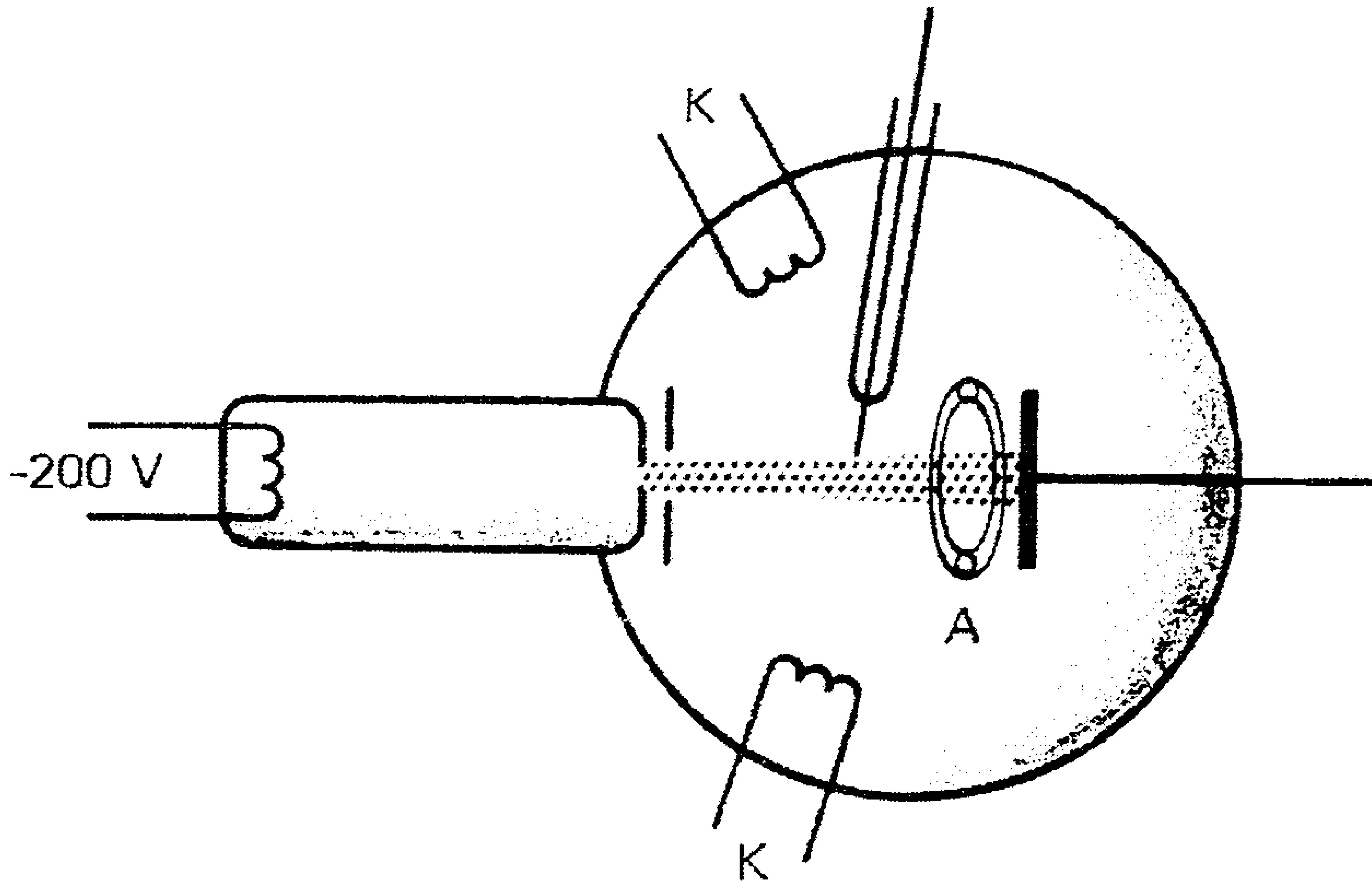
الشكل (٤-٥) علاقة تشتت أمواج إلكترونات البلازما

نلاحظ أنه عند أي نقطة P من هذا الشكل يكون ميل المنحني عن نقطة الأصل هو سرعة الطور $\frac{\omega}{k}$. ويكون ميل المنحني الذي يعطي السرعة المجموعية عند النقطة P كما هو موضح في الشكل السابق ، وهو دوما أقل من $\sqrt{\frac{3}{2}} v_{th}$ لأن :

($\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} k^2 v_{th}^2 \Rightarrow \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{k^2} + \frac{3}{2} v_{th}^2} \Rightarrow \lim_{k \to 0} \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{k^2} + \frac{3}{2} v_{th}^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{th}^2$) . وهو أقل من c . لاحظ أنه

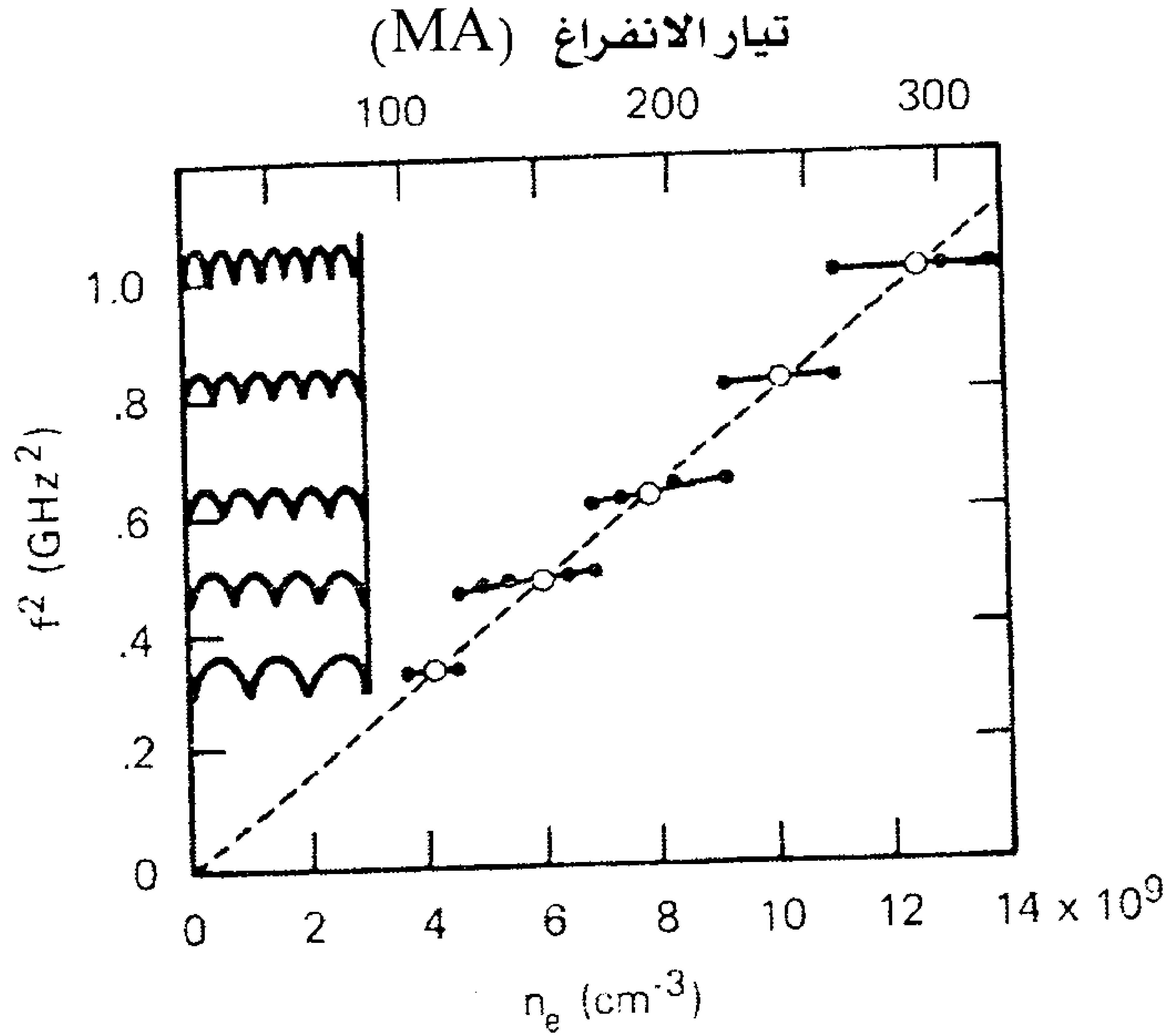
عندما تكون k كبيرة (λ صغيرة)، تنتقل المعلومات بصورة أساسية بسرعة مساوية للسرعة الحرارية. أما عندما تكون k صغيرة (λ كبيرة) تنتقل المعلومات بسرعة أصغر من السرعة الحرارية، حتى لو كانت $v_{ph} > v_{th}$ ، وذلك لأن تدرج الكثافة يكون صغيراً عندما تكون λ كبيرة وتنقل الحركة الحرارية في هذه الحالة معلومات قليلة جداً إلى الطبقات المجاورة.

إن وجود الاهتزازات في البلازما معروف منذ عهد لانغيمور عام ١٩٢٠، أما الدراسة التفصيلية لها بدأت من قبل (Bohm & Gross) عام ١٩٤٩، اللذين قالا أنه يمكن توليد الأمواج في البلازما بصورة بسيطة بتطبيق جهد متغير على شبكة أو سلسلة شبكات موضوعة في البلازما، حيث أن مولدات الإشارات المهتزة من مرتبة GHz لم تكن موفقة في ذلك الوقت، وكانوا يستخدمون بدلاً عنها حزمة إلكترونية لتوليد الأمواج. حيث أن مرور الإلكترونات في أي منطقة مستقرة بتردد f_p يولد مجالاً كهربائياً له هذا التردد ويولد بالتالي اهتزازات في البلازما. وليس من الضروري في البداية أن تكون الإلكترونات على شكل حزمة، حيث أنه بمجرد نشوء الاهتزازات في البلازما، تشكل هذه الإلكترونات حزمة تؤدي إلى تزايد هذه الاهتزازات نتيجة للآلية العكسية لوجود الأيونات الموجبة في البلازما. ولقد تم التأكد من هذه النظرية تجريبياً لأول مرة عام ١٩٥٤ من قبل (Looney & Brown)، حيث صنّعا تجربة مؤلفة من كرة زجاجية نصف قطرها حوالي $10cm$ (كما في الشكل (٤-٦)). بحيث يتم توليد البلازما داخل الكرة بواسطة الانفراغ الكهربائي بين المهابط k وحلقة المصعد A تحت ضغط $3\times10^{-3}Torr$ لبخار الزئبق.



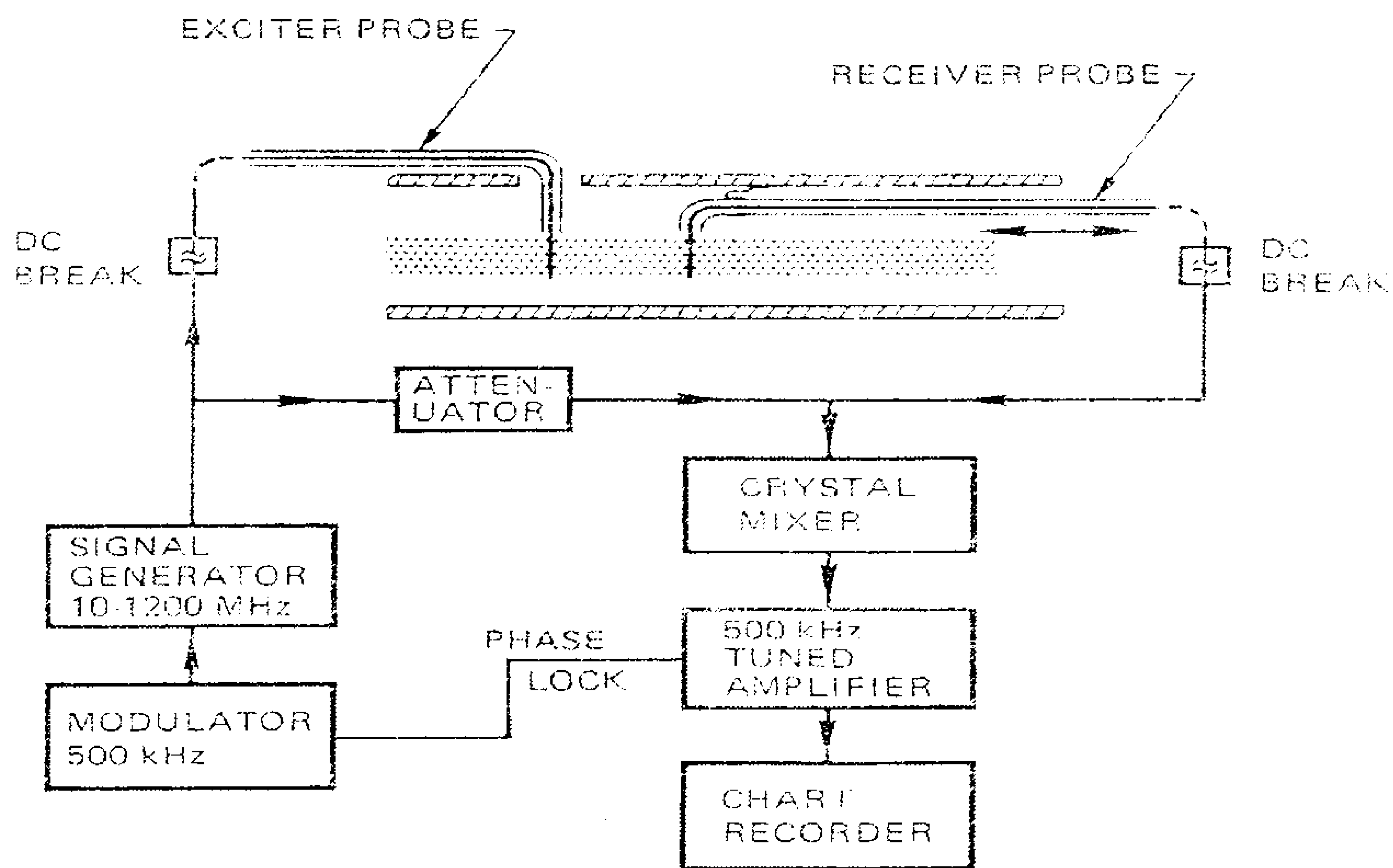
الشكل (٤-٦) تجربة Looney-Brown للاهتزازات في البلازما

وتم توليد حزمة الكترونية عبر ذراع جانبية تحوي سلك رفيع يطبق عليه جهد سالب ويتم تسريع الالكترونات الصادرة حتى $200V$ وإدخالها في البلازما عبر فتحة صغيرة. ويتم استخدام مجس متحرك رفيع متصل مع مستقبل إشارة لتسجيل الاهتزازات، يوضح الشكل (٤-٧) نتائج تجربة Looney-Brown وهو مخطط لـ f^2 كتابع لتيار الانفراغ المتناسب مع كثافة البلازما. يدل الجزء المنقط على العلاقة الخطية الموضحة في العلاقة (٤-٢٦) ويعود الانحراف عن الخط المستقيم للحد $k^2 v_{th}^2$ في المعادلة (٤-٣٠). إلا أنه لم يتم رصد كل التواترات، أما k فهي عندئذ عدد موجي ناتج عن تكامل نصف الأطوال الموجية على طول عمود البلازما. وتظهر على يسار الشكل (٤-٧) الأمواج الموقوفة. أما الأمواج المسافرة فلم يتم رصدها في هذه التجربة. لقد بات واضحا من هذه التجربة المبكرة أنه للحصول على بلازما متجانسة كما في النظرية يحتاج إلى مهارة عالية. وهناك عدد من التجارب اللاحقة التي برهنت على صحة علاقة التشتت التي أوجدها (Bohm-Gross) والمبينة في العلاقة (٤-٣٠).



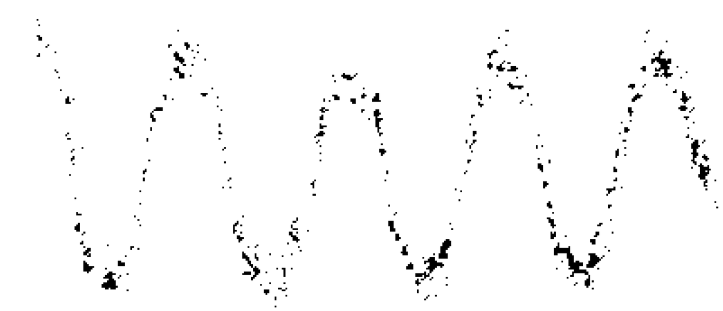
الشكل (٤-٧) مخطط التواترات المسجلة بدلالة كثافة البلازما والمتناسبة مع تيار الانفراغ

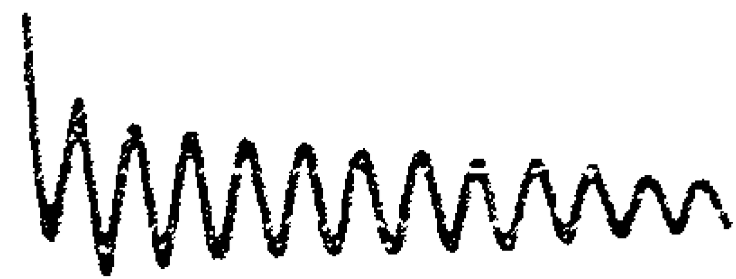
وكنموذج لتجربة حديثة نسبياً يمكن أن نعرض نتائج Barrett وJones و Franklin. ويوضح الشكل (٤-٨) مخططاً لهذه التجربة لقد تم الحصول على عمود البلازما المستقر بواسطة Q- machine وذلك بالتأين الحراري لذرات C.s على صفائح حارة من التنغستين (غير ظاهرة في الشكل). ويحدد مجال مغناطيسي قوي حركة الالكترونات على طول العمود ويتم توليد الأمواج من أحد المجسات الموصولة على مولد اهتزازات، ويتحسس وجودها مجس آخر متحرك، ويحيط بالبلازما غلاف معدني وهو يمنع نشوء ظاهرة القطع(cutoff) والتي يمكن ملاحظتها عند مرور إشارات ميكرو موجية (إشارات كهرومغناطيسية) ويمثل الغلاف المعدني دليل موجي العمود.



الشكل (٤-٨) مخطط تجربة قياس أمواج البلازما

ويبين الشكل (٤-٩) شكل الإشارة الناتجة كتابع للموضع على طول عمود البلازما. وهو يعطي قياس k .

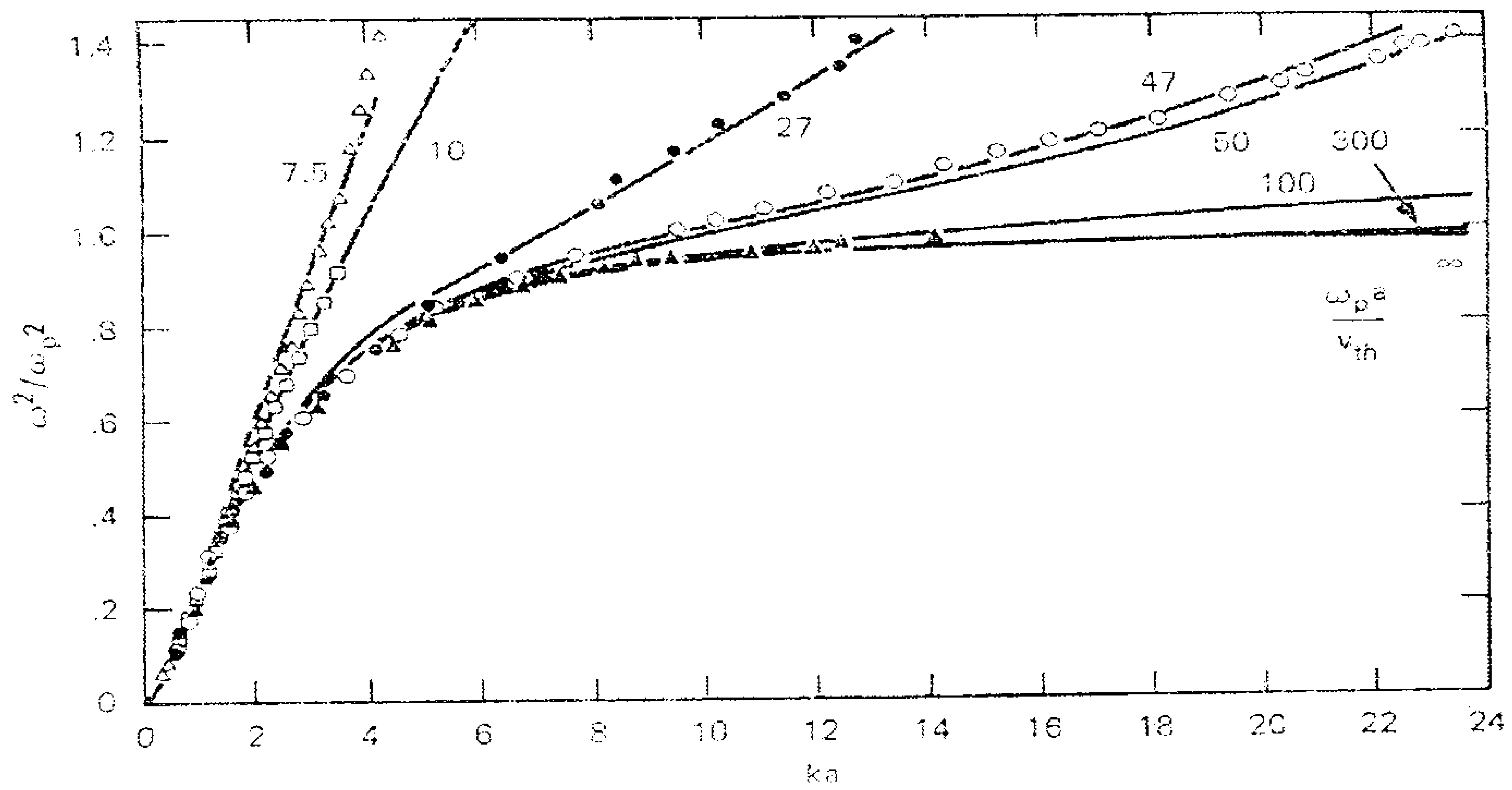

$n_0 = 2\times10^{10}\ cm^{-3}$
$f = 950$ MHz
$\lambda = 3.5$ cm


$n_0 = 4\times10^{8}\ cm^{-3}$
$f = 170$ MHz
$\lambda = 1.3$ cm


$n_0 = 1\times10^{7}\ cm^{-3}$
$f = 20$ MHz
$\lambda = 5.1$ cm

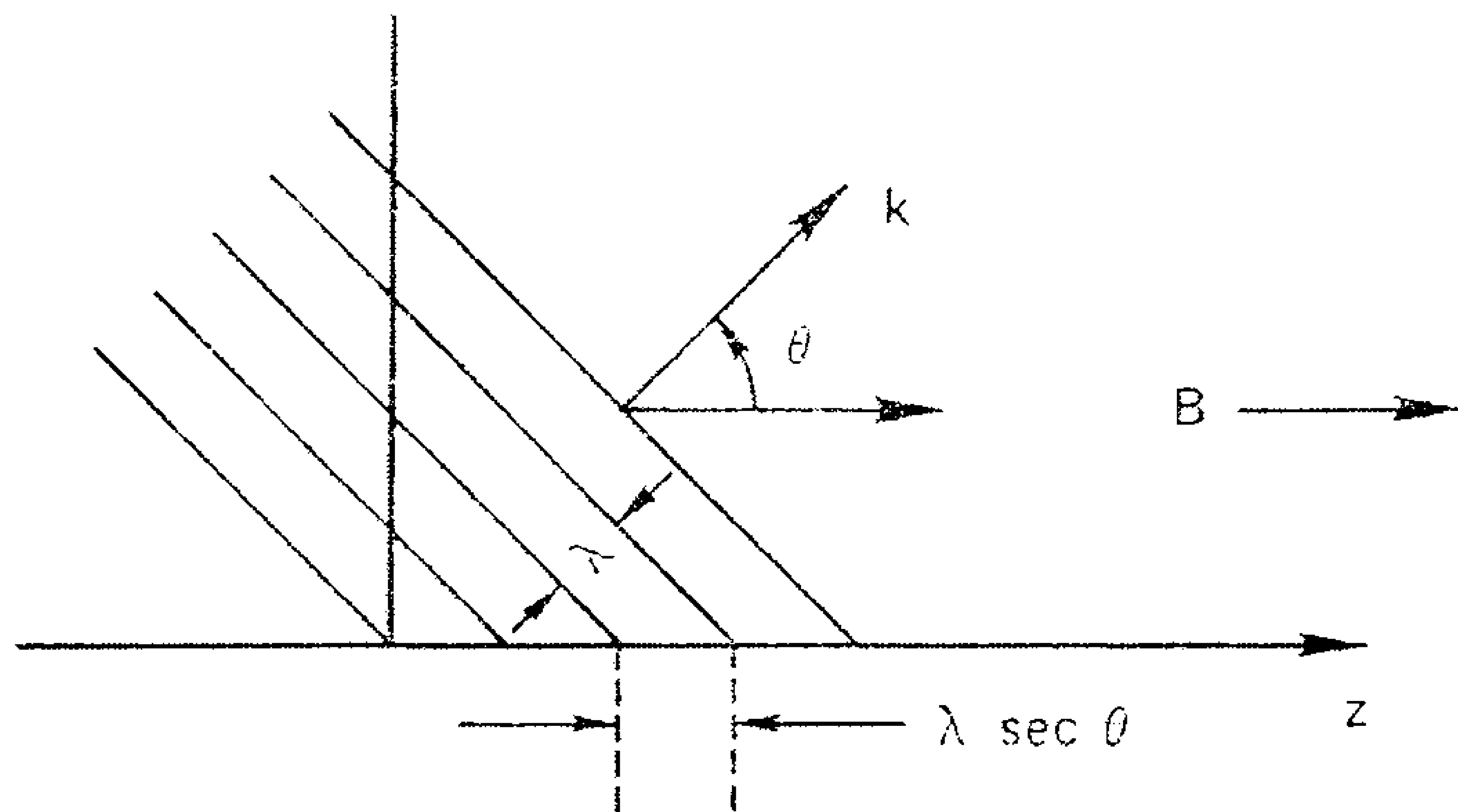
الشكل (٤-٩)

وعندما يتغير تواتر مولد الإشارة ω يمكن رسم مخطط تغير منحنى التشتت $\left(\omega/\omega_p\right)^2$ بدلالة المقدار ka حيث a هو نصف قطر عمود البلازما، كما في الشكل (٤-١٠). والمنحنيات المختلفة في هذا الشكل تتعلق بالمقدار $\omega_p a/v_{th}$. وعندما تكون $v_{th}=0$ نحصل على الخط المشار إليه بـ ∞ والذي يوافق علاقة تشتت $\omega=\omega_p$.



الشكل(٤-١٠)

ويظهر تأثير تناقص ω عندما تكون ka صغيرة على نهايتي عمود البلازما كما هو موضح في الشكل(٤-٤). ولتحقيق الشروط الحدية التي يفرضها الغلاف المعدني وبالتحديد تحقيق $E = 0$ على الغلاف، يجب أن تنتشر أمواج البلازما بزاوية بالنسبة للمجال المغناطيسي. ويكون التداخل الهدام بين الأمواج المنتشرة ذو مركبتين مختلفتين لـ k نحو الداخل ونحو الخارج وهذا ما يحقق الشروط الحدية. ولكن يكون للأمواج المنتشرة بزاوية بالنسبة للمجال المغناطيسي $\overrightarrow{B}$ ذروة وقاع متباعدين بمسافة أكبر من $\frac{\lambda}{2}$ كما في الشكل (٤-١١)، وبما أن الالكترونات تستطيع الحركة وفق $\overrightarrow{B}$ فقط (إذا كان $\overrightarrow{B}$ كبيرا جدا)، فإن تسارعها يقل وتواترها يصبح أقل من ω_p .



الشكل(٤-١١)

٤-٥ الأمواج الصوتية (SOUND WAVES):

لنذكر الآن بالأمواج الصوتية في الهواء العادي كمقدمة لدراسة الأمواج الصوتية. إذا أهملنا اللزوجة نستطيع كتابة معادلة نافييه – ستوكس (Navier - Stokes) من الوحدة السابقة:

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right]=-\vec{\nabla}p+\rho\upsilon\nabla^2\vec{u}$$

والتي تصف هذه الأمواج بالشكل:

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}+\left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v}\right]\equiv-\vec{\nabla}p\equiv-\gamma\frac{p}{\rho}\overrightarrow{\nabla\rho} \qquad (٤-٣٢)$$

حيث:

$$p=c\rho^{\gamma}\Rightarrow\nabla p=c\gamma\rho^{\gamma-1}\nabla p=\gamma\frac{p}{\rho}\nabla p$$

ومعادلة الاستمرار هي:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla.(\rho v)=0 \qquad (٤-٣٣)$$

وبجعل المعادلة (٤-٣٢) خطية حول p_0 و ρ_0 منتظمين نحصل على:

$$-i\omega\rho_0\vec{v_1}=-\frac{\gamma p_0}{\rho_0}i\vec{k}\rho_1 \qquad (٤-٣٤)$$

$$-i\omega\rho_1+\rho_0 i\vec{k}.\vec{v_1}=0 \qquad (٤-٣٥)$$

حيث أخذنا من جديد العلاقة الموجية من الشكل $\exp\left[i\left(\vec{k}.\vec{r}-\omega t\right)\right]$. وفي حالة موجة مستوية حيث $\vec{k}=k\hat{x}$ و $\vec{v}=v\hat{x}$ نحصل بعد إهمال ρ_1 على:

$$-i\,\omega\,\rho_0\overrightarrow{v_1} = -\gamma\frac{p_0}{\rho_0}ik\,\frac{\overrightarrow{k}\,.\overrightarrow{v_1}}{\omega}\rho_0 \Rightarrow$$

$$\omega^2\left(k\,.\overrightarrow{v_1}\right) = k^2\gamma\frac{p_0}{\rho_0}\left(\overrightarrow{k}\,.\overrightarrow{v_1}\right) \Rightarrow$$

$$\omega^2 v_1 = k^2\frac{\gamma\,p_0}{\rho_0}v_1 \Rightarrow \qquad (٣٦-٤)$$

$$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{\gamma\,p_0}{\rho_0}\right)^{1/2} = \left(\frac{\gamma\,\kappa T}{M}\right)^{1/2}$$

حيث: $\rho_0 = Mn$ و $p_0 = n\,\kappa T$.

وهي علاقة سرعة الأمواج الصوتية c_s في الغازات المعتدلة. والأمواج هنا هي أمواج ضغط تنتشر من طبقة إلى أخرى بواسطة التصادم مع جزيئات الهواء.

في البلازما التي لا تحتوي ذرات معتدلة، والتصادمات أقل، تحدث ظاهرة مماثلة نسميها أمواج التصادم الأيوني (ion acoustic wave) أو اختصاراً الأمواج الأيونية (ion wave).

٤-٦ الأمواج الأيونية (ION WAVE):

لا تحدث الأمواج الصوتية العادية في غياب الصدمات. ولكن الأيونات تبقى تنقل الاهتزازات من واحد لآخر بسبب شحنتها، ويمكن أن تحدث الأمواج الصوتية إذا وجد مجال كهربائي بسيط. وبما أن حركة الأيونات ستؤخذ بعين الاعتبار وهي على شكل اهتزازات منخفضة التواتر، ويمكننا استخدام تقريب البلازما عندئذ نعتبر $n_i = n_e = n$ ولا نستخدم معادلة بواسون.

تعطى معادلة مائع الأيونات بغياب المجال المغناطيسي بالشكل:

$$Mn\left[\frac{\partial\vec{v}_i}{\partial t}+\left(\vec{v}_i\,.\vec{\nabla}\right)\vec{v}_i\right] = en\overrightarrow{E}-\nabla\overrightarrow{p} = -en\nabla\Phi-\gamma_i\,\kappa T_i\,\vec{\nabla}n \qquad (٣٧-٤)$$

حيث اعتبرنا أن $\overrightarrow{E} = -\vec{\nabla}\Phi$ واستخدمنا معادلة الحالة.

بجعل هذه المعادلة خطية وبفرض أننا ندرس أمواج مستوية نحصل على:

$$-i\omega M n_0 \vec{v}_{il} = -e n_0 i k \Phi_1 - \gamma_i \kappa T_i i k n_1 \qquad (٤-٣٨)$$

وفي حالة الالكترونات يمكننا فرض $m = 0$ (لصغرها) ، وبفرض أن الحركة تتم موازية لـ $\vec{B}$ ، (وفي حالتنا $\vec{B} = 0$) فإن توازن القوى على الالكترونات يتطلب :

$$n_e = n = n_0 \exp\left(\frac{e\Phi_1}{\kappa T_e}\right) = n_0\left[1 + \frac{e\Phi_1}{\kappa T_e} + ...\right]$$

ويكون حد الاضطراب في كثافة الالكترونات وكذلك الأيونات من الشكل :

$$n_1 = n_0 \frac{e\Phi_1}{\kappa T_e} \qquad (٤-٣٩)$$

هنا n_0 في علاقة بولتزمان تعني أيضاً كثافة البلازما المستقرة التي يمكننا فيها اعتبار $\Phi_0 = 0$ لأننا اعتبرنا $\vec{E}_0 = 0$ بجعل المعادلة (٤-٣٩) خطية نهمل الحدود من المراتب العليا في منشور تايلور للتابع الأسي .

المعادلة الأخرى التي تلزمنا أيضاً هي معادلة الاستمرار الخطية . لدينا من المعادلة (٤-٢٢) :

$$i\omega n_1 = n_0 i k v_{il} \qquad (٤-٤٠)$$

يمكننا تبديل Φ و n_1 في المعادلة (٤-٣٨) بقيمها من المعادلتين (٤-٣٩) و (٤-٤٠) ونحصل على :

$$\Leftarrow i\omega M n_0 v_{il} = \left(e n_0 i k \frac{\kappa T_e}{e n_0} + \gamma_i \kappa T_i i k\right)\frac{n_0 i k v_{il}}{i\omega}$$

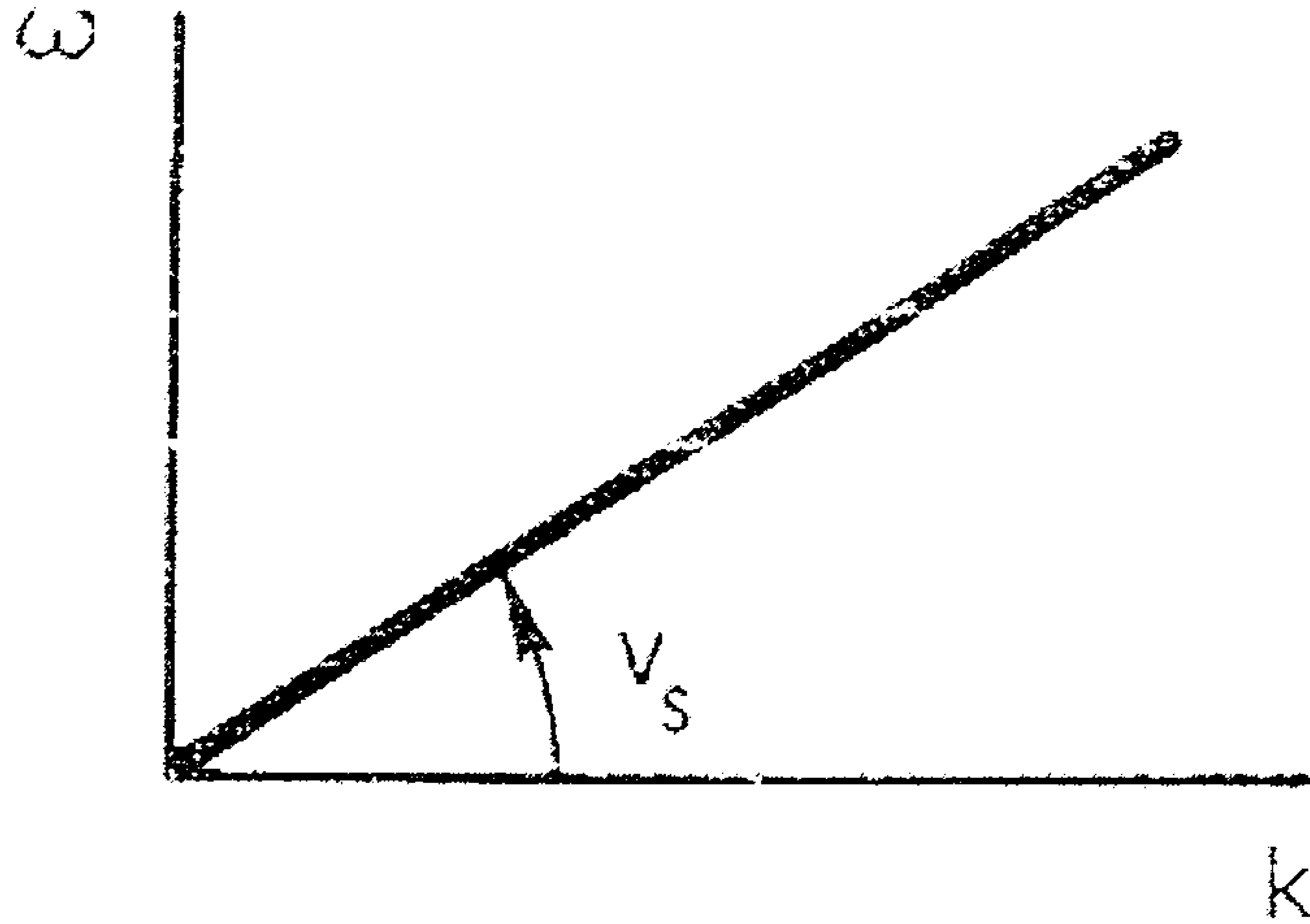
$$\Leftarrow \omega^2 = k^2\left(\frac{\kappa T_e}{M} + \frac{\gamma_i \kappa T_i}{M}\right) \qquad (٤-٤١)$$

$$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{\kappa T_e + \gamma_i \kappa T_i}{M}\right)^{1/2} \equiv v_s$$

وهي علاقة تشتت للأمواج الصوتية الأيونية (ion acoustic waves)، v_s هي

سرعة الصوت في البلازما.

بما أن الأيونات متوضعة موجة مستوية، يمكننا هنا فرض $\gamma_i = 3$ ، أما الإلكترونات فهي تتحرك بسرعة أكبر بكثير من هذه الأمواج، وهي تستطيع أن توازن حرارتها في كل مكان، فإننا نعتبرها متساوية درجة الحرارة (isothermal) ونعتبر $\gamma_e = 1$. وفي الحالة المعاكسة يجب وضع γ_e في الحد κT_e في المعادلة (٤-٤١). يوضح الشكل (٤-١٢) علاقة تشتت الأمواج الأيونية. وهو يختلف عن علاقة تشتت الأمواج الإلكترونية (الشكل (٤-٥)).



الشكل (٤-١٢) علاقة تشتت للأمواج الأيونية عندما يكون طول ديباي صغيراً

نعتبر اهتزازات البلازما أمواجاً ذات تواتر ثابت مع تعديل سبب الحركة الحرارية.

الأمواج الأيونية أساساً هي أمواج ذات سرعة ثابتة، وتكون السرعة الطورية فيها مساوية للسرعة المجموعية. ويمكن تفسير الفرق بين الأمواج الإلكترونية والأمواج الأيونية فيزيائياً. ففي حالة الأمواج الإلكترونية تكون الأيونات مثبتة تقريباً. أما في حالة الأمواج الأيونية فإن الإلكترونات تكون متحركة بسرعة كبيرة وتميل لتكوين مجال كهربائي بنتيجة تجمع الأيونات. ولكن ذلك لا يتم لأنه وكما وجدنا في الوحدة الأولى لأن الجهود من مرتبة $\frac{\kappa T_e}{e}$ تتسرب بسبب الحركة الحرارية للألكترونات. وما يحدث هو التالي: تشكل الأيونات مناطق انضغاط وتخلخل كما في حالة موجة صوتية عادية. وتميل مناطق

الانضغاط للتوغل داخل مناطق التخلخل لسببين: الأول هو أن الحركة الحرارية للأيونات تؤدي إلى انتشار الأيونات، وهذا يؤدي إلى ظهور حد ثان في الجذر التربيعي للمعادلة(٤-٤١). والثاني هو أن حزم الأيونات موجبة الشحنة وتميل إلى التشتت بسبب نشوء المجال الكهربائي، وهذا المجال بالواقع محاط بالألكترونات عدا قسم منها (من مرتبة κT_e) يمكن أن يؤثر على الحزم الأيونية. وتقود هذه الظاهرة إلى بروز الحد الأول من الجذر التربيعي في المعادلة (٤-٤١). ويتم إبعاد الأيونات تحت تأثير قصورها الذاتي، وينشأ من جديد التخلخل والانضغاط لتكوين الموجة.

تقود هذه الظاهرة إلى ظاهرة أخرى، وهي أنه عندما تسعى κT_i نحو الصفر، تبقى الأمواج الأيونية. وهذا لا يحدث في الغاز المعتدل (المعادلة (٤-٣٦)). وتعطى سرعة الصوت عندئذ بالعلاقة:

$$v_s = \left(\kappa T_e / M\right)^{1/2} \qquad (٤-٤٢)$$

وهو ما يمكن ملاحظته غالباً في بلازما المختبر التي يكون فيها الشرط $T_i << T_e$ محقق على الأغلب. تتعلق سرعة الصوت v_s بدرجة حرارة الإلكترونات (لأن المجال الكهربائي من مرتبتها) وبكتلة الأيونات (لأن عطالة المائع من مرتبتها).

٤-٧ تحقق تقريب البلازما (Validity of the plasma approximation):

استخدمنا شرط الاعتدال $n_i = n_e$ عند الحصول على سرعة الأمواج الأيونية، وذلك بفرض أن $\overrightarrow{E}$ محدود. ولملاحظة الخطأ الناجم عن هذا الغرض، لنفرض أن n_e مختلفة عن n_i ولنستخدم معادلة بواسون بشكلها الخطي:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_0 \nabla.\overrightarrow{E_1} = \varepsilon_0 k^2 \Phi_1 = e\left(n_{i1} - n_{e1}\right) \quad (mks) \\ &\nabla.\overrightarrow{E_1} = k^2 \Phi_1 = 4\pi e\left(n_{i1} - n_{e1}\right) \quad (cgs) \end{aligned} \qquad (٤-٤٣)$$

ونحصل على كثافة الالكترونات من معادلة بولتزمان الخطية (٤-٣٥) أي من العلاقة:

$$n_{e1} = \frac{e\Phi_1}{\kappa T_e} n_0 \qquad (٤-٤٤)$$

بتعويض هذه العلاقة في المعادلة (٤-٤٣) نحصل على :

$$\varepsilon_0 \Phi_1 \left(k^2 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 \kappa T_e} \right) = e n_{il} \ (mks) \ ; \ \Phi_1 \left(k^2 + \frac{4\pi n_0 e^2}{\kappa T_e} \right) = 4\pi n_{il} e \ (cgs)$$

$$\varepsilon_0 \Phi_1 \left(k^2 \lambda_D^2 + 1 \right) = e n_{il} \lambda_D^2 \ (mks) \ ; \ \Phi_1 \left(k^2 \lambda_D^2 + 1 \right) = 4\pi e n_{il} \lambda_D^2 \ (cgs) \qquad (٤-٤٥)$$

وتعطى كثافة الأيونات من معادلة الاستمرار للأيونات الخطية (linearized) (٤-٤٠) :

$$i\omega n_{il} = i k n_0 v_{il} \Rightarrow n_{il} = \frac{k}{\omega} n_0 v_{il} \qquad (٤-٤٦)$$

بتعويض (٤-٤٥) و (٤-٤٦) في معادلة حركة الأيونات (٤-٣٨) نجد :

$$i\omega M n_0 v_{il} = \left(\frac{e n_0 i k}{\varepsilon_0} \cdot \frac{e \lambda_D^2}{1 + k^2 \lambda_D^2} + \gamma_i \kappa T_i i k \right) \frac{k}{\omega} n_0 v_{il} \quad (mks)$$

$$i\omega M n_0 v_{il} = \left(e n_0 i k \frac{4\pi e \lambda_D^2}{1 + k^2 \lambda_D^2} + i k \gamma_i \kappa T_i \right) \frac{k}{\omega} n_0 v_{il} \quad (cgs) \qquad (٤-٤٧)$$

$$\omega^2 = \frac{k^2}{M} \left(\frac{n_0 e^2 \varepsilon_0^{-1} \lambda_D^2}{1 + k^2 \lambda_D^2} + \gamma_i \kappa T_i \right) (mks) \ ; \ \omega^2 = \frac{k^2}{M} \left(\frac{4\pi e^2 n_0 \lambda_D^2}{1 + k^2 \lambda_D^2} + \gamma_i \kappa T_i \right) (cgs)$$

$$\Rightarrow \frac{k}{\omega} = \left(\frac{\kappa T_e}{M} \frac{1}{1 + k^2 \lambda_D^2} + \gamma_i \frac{\kappa T_i}{M} \right)^{1/2} \qquad (٤-٤٨)$$

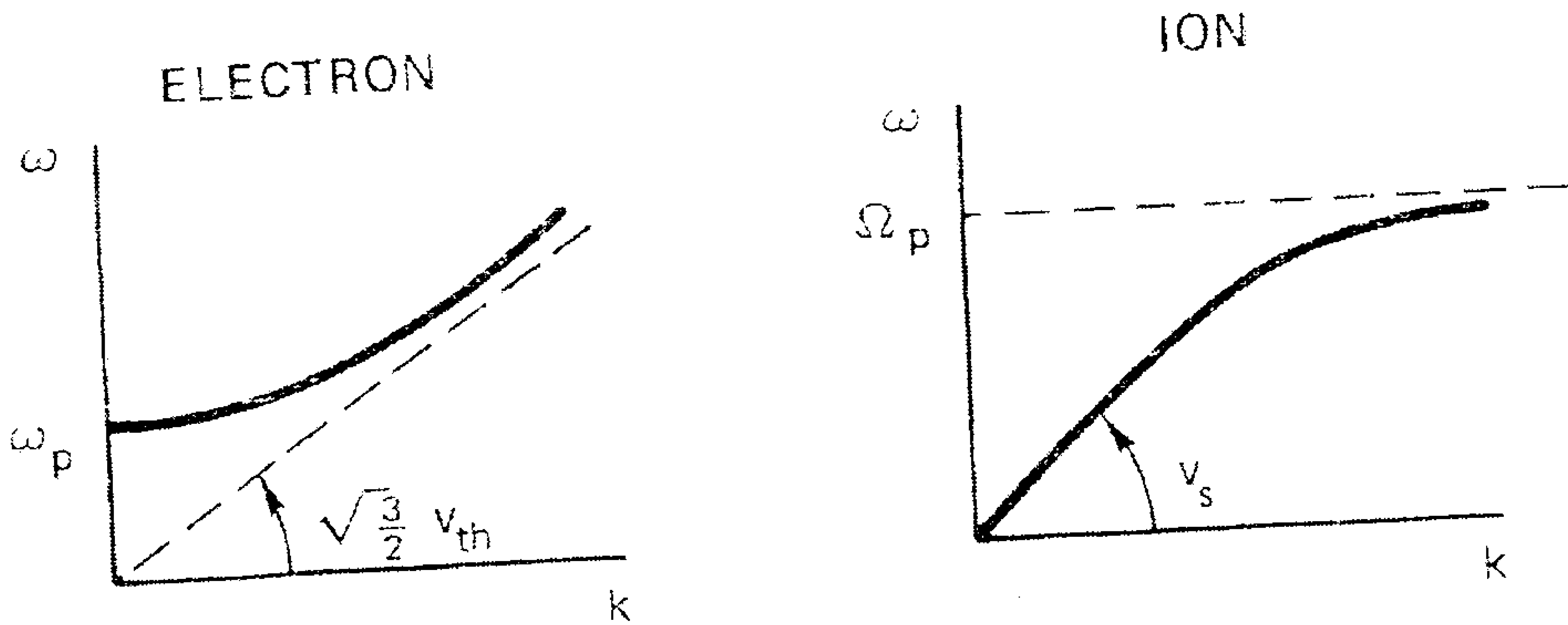
وهي تشبه المعادلة (٤-٤١) التي سبق وحصلنا عليها، باستثناء وجود المعامل $1 + k^2 \lambda_D^2$. أي لقد قاد تقريبنا $n_i = n_e$ إلى خطأ من مرتبة $k^2 \lambda_D^2 = \left(2\pi \lambda_D / \lambda \right)^2$. وبما أن λ_D صغير جداً في معظم التجارب، فإن تقريب البلازما محقق من أجل جميع الأمواج المنخفضة التردد ما عدا الأمواج ذات الأطوال الموجية الأقصر.

٤–٨ مقارنة بين الأمواج الإلكترونية والأيونية (Comparison of ion and electron waves):

إذا درسنا هذه الأمواج ذات الأطوال الموجية الأقصر، بأخذ $k^2\lambda_D^2 >> 1$ فإن المعادلة (٤–٤٧) تصبح:

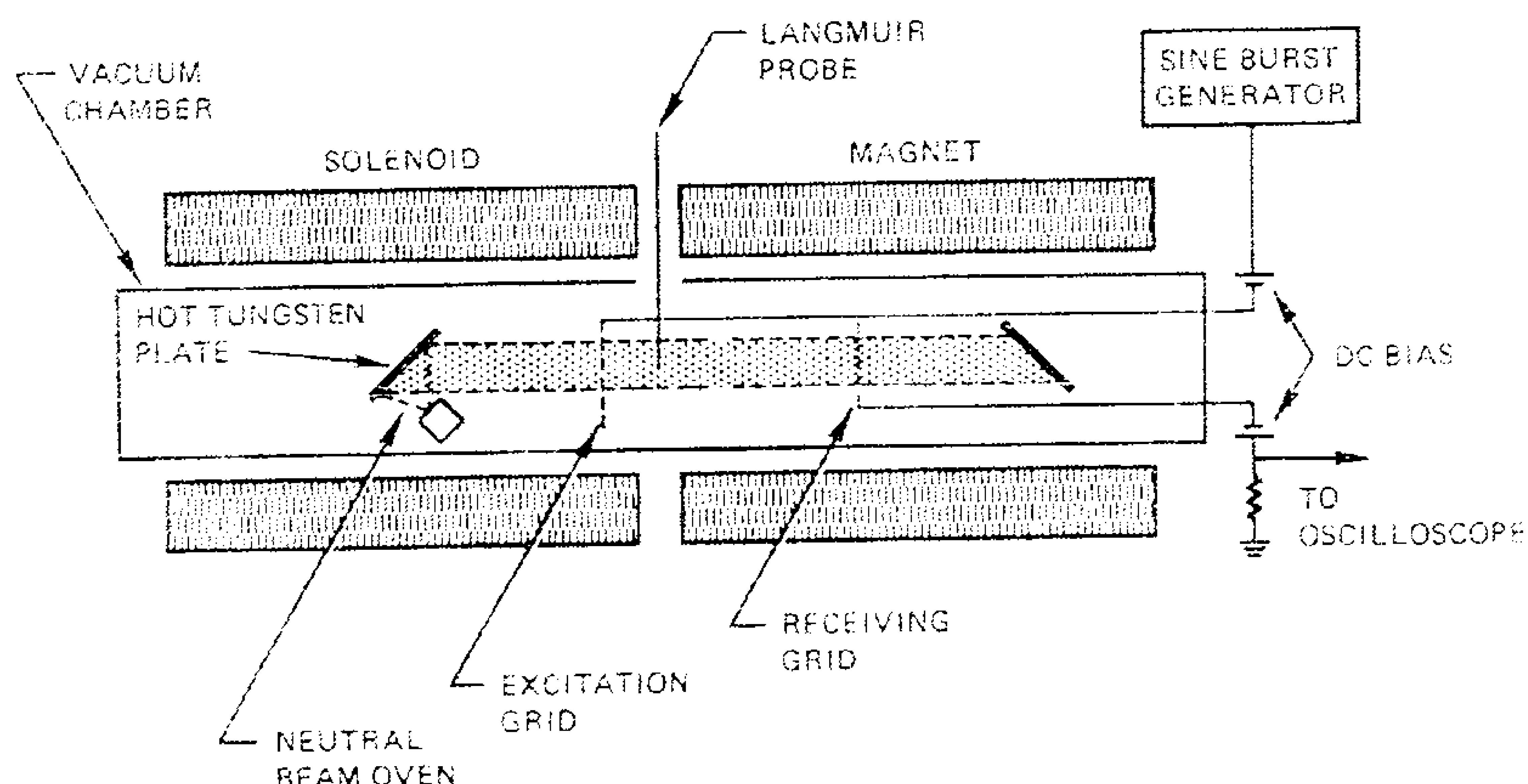
$$\omega^2 = k^2\frac{n_0e^2}{\varepsilon_0 M k^2} = \frac{n_0e^2}{\varepsilon_0 M} \equiv \Omega_p^2\ (mks)\ ;\ \omega^2 = k^2\frac{4\pi e^2 n_0\lambda_D^2}{M k^2\lambda_D^2} = \frac{4\pi e^2 n_0}{M} \equiv \Omega_p^2\ (cgs) \quad (٤٩-٤)$$

للسهولة نأخذ فقط الشرط $T_i \to 0$. هنا Ω_p تواتر أيونات البلازما. في حالة التواترات المرتفعة (أطوال موجية قصيرة) تتحول الموجة الأيونية الصوتية إلى موجة ذات تواتر ثابت. ونحصل على سلوك إضافي بين أمواج الكترونات البلازما والأمواج الأيونية الصوتية، تتميز الأولى بتواتر ثابت وتصبح بسرعة ثابتة عندما تكون k كبيرة، وتتميز الأخيرة بسرعة ثابتة وتصبح بتواتر ثابت عندما تكون k كبيرة. وهذه المقارنة موضحة بالشكل (٤–١٣).



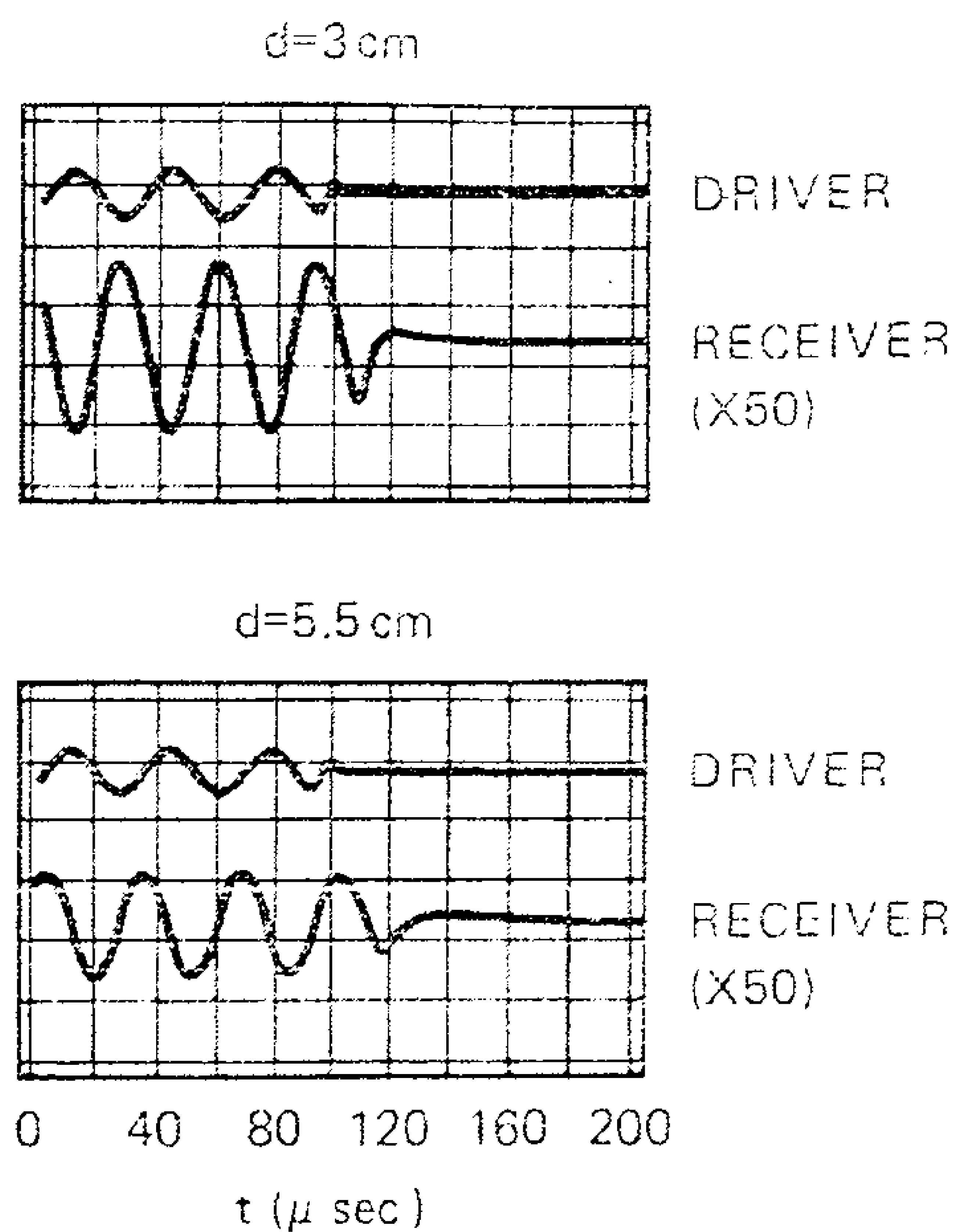
الشكل (٤-١٣) مقارنة بين منحني التشتت لكل من أمواج الكترونات البلازما والأمواج الأيونية الصوتية

لقد تم التأكد من وجود الأمواج الأيونية تجريبيا للمرة الأولى من قبل Wong-Motley-D'Angelo . ويوضح الشكل (٤–١٤) مخططا لهذه التجربة والتي تعتبر أيضا Q-machine (ليس بالصدفة أن نذكر غالبا جهازQ-machine حيث أن التجارب الأخرى التي تؤكد صحة نظرية البلازما لم تكن ممكنة إلا بعد اختراع مصادر البلازما المستقرة) .



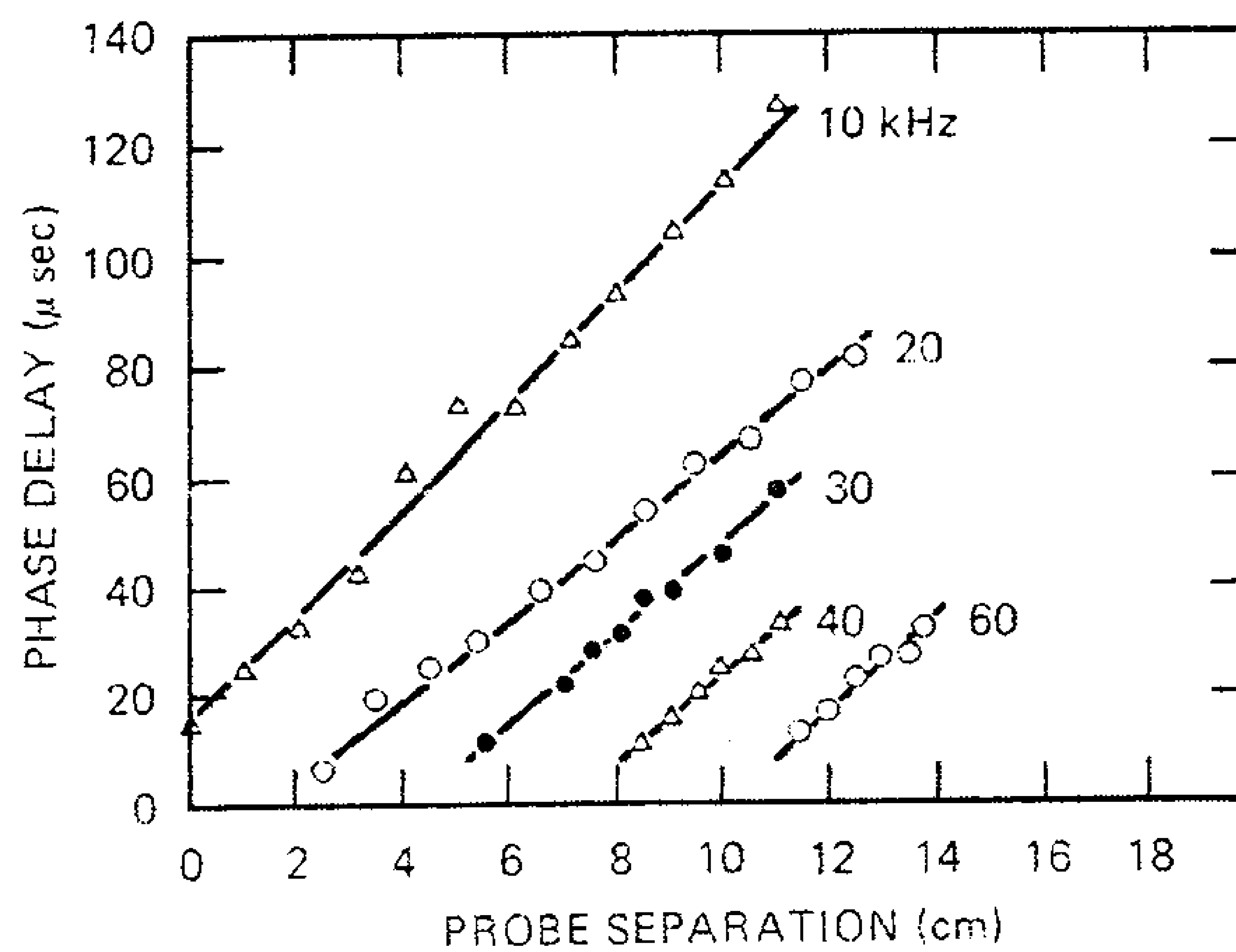
الشكل (٤-١٤) جهاز Q-machine لكشف الأمواج الأيونية

لقد تم توليد وكشف هذه الأمواج بواسطة شبكات موضوعة في البلازما . ويوضح الشكل (٤-١٥) إشارات راسم إشارة منقولة من البلازما . ويمكن الحصول على السرعة الطورية من الإزاحة الطورية (السرعة الطورية مساوية هنا للسرعة المجموعية) .



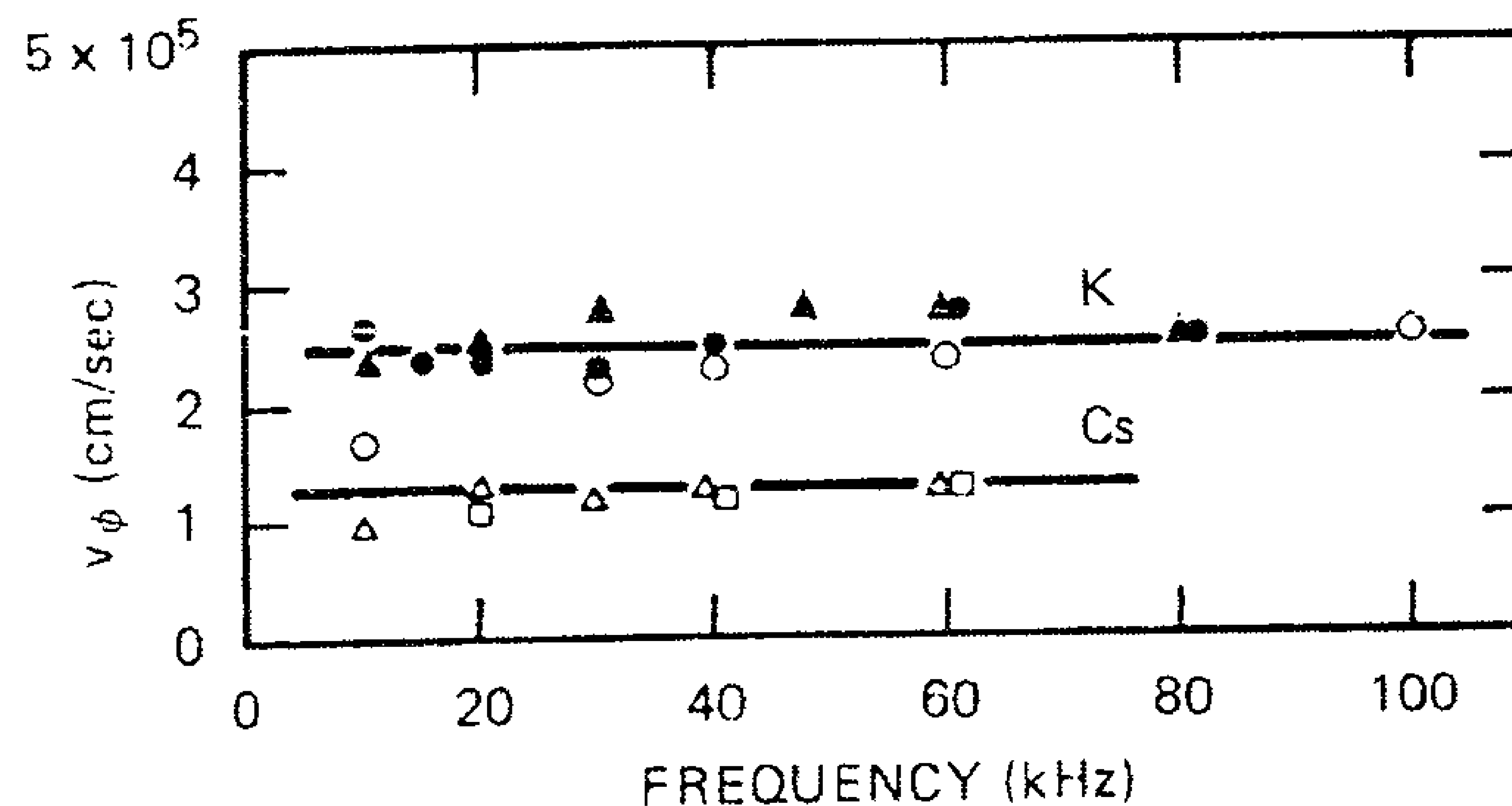
الشكل (٤-١٥)

وقد تم رسم هذه الإزاحات الطورية كتوابع للمسافة في الشكل (٤-١٦) من أجل كثافة البلازما $3\times10^{17}\,m^{-3}$.



الشكل (٤-١٦)

أما ميل هذه الخطوط الذي يعطي السرعات الطورية فهو موضح في الشكل (٤-١٧) من أجل ω و n_0 وعلاقتها بـ M تجريبيا ومجموعتي النقاط من أجل بلازما البوتاسيوم K والسيزيوم Cs .



الشكل (٤-١٧)

٤-٩ الاهتزاز الكهربائي الساكن للإلكترونات عالية التواتر والعمود على $\overrightarrow{B}$

(Electrostatic electron oscillations perpendicular to $\overrightarrow{B}$)

$(\overrightarrow{E}_1 \perp \overrightarrow{B}_0 \;\&\; \overrightarrow{B}_1 = 0)$

حتى الآن فرضنا أن $\overrightarrow{B} = 0$. وعند وجود المجال المغناطيسي تنشأ أنواع أخرى عديدة من الأمواج. سوف ندرس أبسط الحالات ، بدءا من الاهتزازات الكهربائية الساكنة للإلكترونات عالية التواتر والعمودية على المجال المغناطيسي.

علينا أولاً أن نذكر بالمفاهيم (عمودية، موازية، طولية، عرضية، كهربائية ساكنة، كهرومغناطيسية).

عادة نصطلح مفهوم الاهتزازات العمودية والموازية بالنسبة لـ $\vec{k}$، وهي اهتزازات الجزء غير المضطرب (الثابت) من المجال المغناطيسي $\vec{B}_0$.

أما مفهوم الاهتزازات الطولية والعرضية فهي اهتزازات الجزء المضطرب من المجال الكهربائي $\vec{E}_1$ فيؤخذ أيضاً بالنسبة لـ $\vec{k}$. وعندما يكون المجال المغناطيسي المضطرب $\vec{B}_1 = 0$ نحصل على الموجة الكهربائية الساكنة، أما في الحالة الموافقة لكون $\vec{B}_1 \neq 0$ تكون الموجة كهرومغناطيسية، ويمكن التعبير عن ذلك وفق معادلة ماكسويل (قانون فارادي):

$$(mks)\ \vec{\nabla}\times\vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \qquad (cgs)\ \vec{\nabla}\times\vec{E}_1 = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \quad (٤-٥٠)$$

$$\vec{k}\times\vec{E}_1 = \omega\vec{B}_1\,(mks); \qquad \vec{k}\times\vec{E}_1 = \frac{\omega}{c}\vec{B}_1\ (cgs) \quad (٤-٥١)$$

من أجل الموجة الطولية يكون($\vec{k} \parallel \vec{E}_1$) $\vec{k}\times\vec{E}_1 = 0$ والموجة الموافقة عبارة عن موجة كهربائية ساكنة، أما إذا تحقق الشرط $\vec{k}\times\vec{E}_1 \neq 0$ فالموجة الموافقة عبارة عن موجة عرضية (موجة كهرومغناطيسية).

لدراسة هذه الحالة يفترض أن الالكترونات في الوسط البلازمي تهتز بصورة معامدة لـ $\vec{B}_0$ والأيونات شبه ساكنة. بإهمال الحركة الحرارية(الطاقة الحرارية) وذلك بفرض أن $KT_e = 0$ بحيث يكون لهذا الوسط قيمة ثابتة لكل من n_0 & $\vec{B}_0$ وكذلك $\vec{B}_0 = 0, \vec{v} = 0$. عندها يمكننا التعبير عن حركة الالكترونات بالمعادلات الخطية التالية:

$$m\frac{\partial \overrightarrow{v_{e1}}}{\partial t} = -e(\vec{E} + \frac{1}{c}\overrightarrow{v_{e1}} \times \overrightarrow{B_0}) \quad (cgs),$$

$$m\frac{\partial \overrightarrow{v_{e1}}}{\partial t} = -e(\vec{E} + \overrightarrow{v_{e1}} \times \overrightarrow{B_0}) \quad (mks) \qquad (٤-٥٢)$$

$$\frac{\partial n_{e1}}{\partial t} + n_0 \nabla . \vec{v}_{e1} = 0 \qquad (٤-٥٣)$$

$$\vec{\nabla}.\overrightarrow{E_1} = -4\pi e\, n_{e1} \quad (cgs), \qquad \varepsilon_0 \vec{\nabla}.\overrightarrow{E_1} = -e\, n_{e1} \quad (mks) \qquad (٤-٥٤)$$

بفرض أن $\vec{k} \parallel \vec{E}_1$ وينطبقان على المحور x بينما ينطبق $\overrightarrow{B_0}$ على المحور z كما في الشكل (٤-١٨) بحيث :

$$k_y = k_z = E_y = E_z, \quad \vec{k} = k\,\hat{\vec{x}}, \vec{E} = E\,\hat{\vec{x}}$$

بحذف الدليلين $e1$ وكتابة المعادلة (٤-٥٢) وفق مركباتها، نحصل على :

$$-im\omega v_x = -eE - \frac{eB_0}{c} v_y \qquad (٤-٥٥)$$

$$-im\omega v_y = \frac{eB_0}{c} v_x, \qquad -im\omega v_z = 0 \qquad (٤-٥٦)$$

بحساب v_y من (٤-٥٦) وتعويضها في (٤-٥٥) نحصل على :

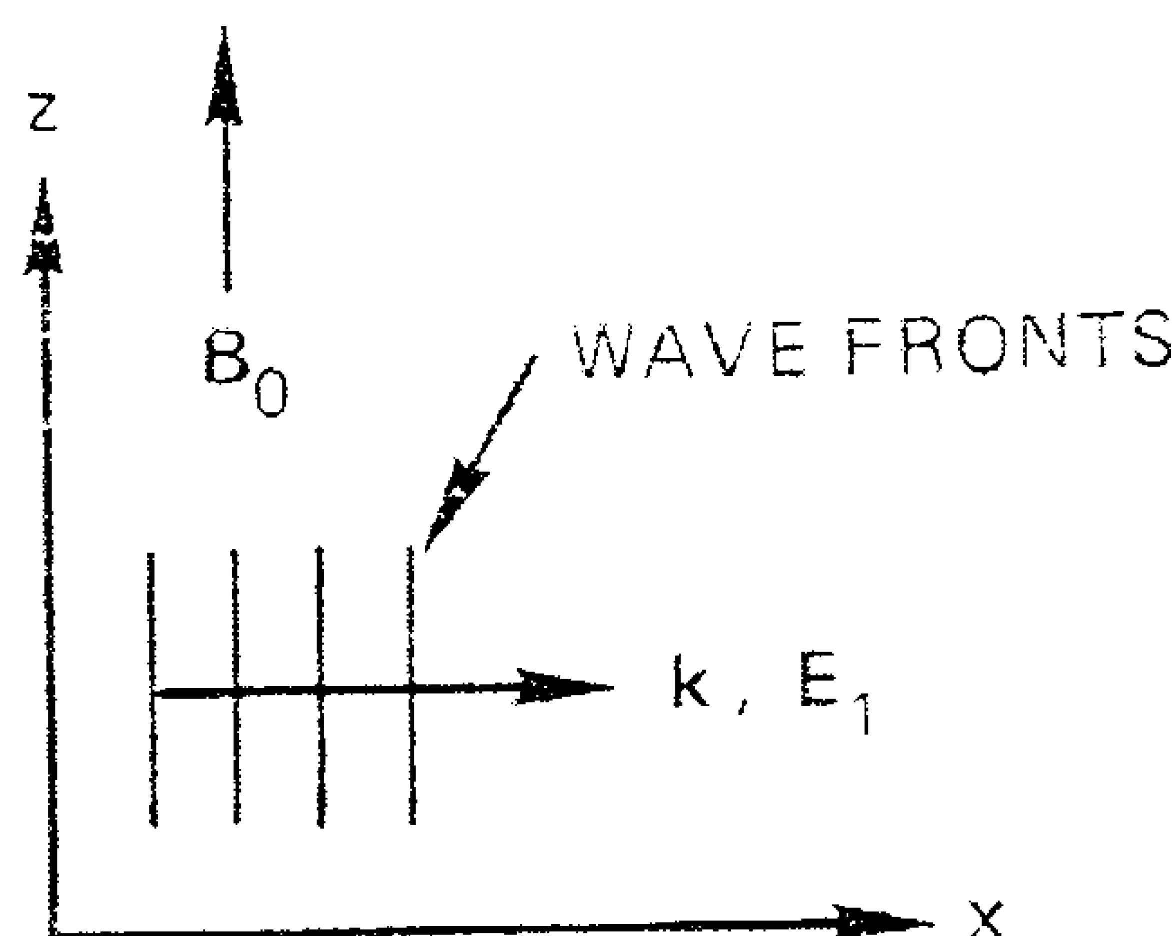
$$v_y = -\frac{eB_0}{im\omega c} v_x$$

وبالتالي :

$$-im\omega v_x = -eE + \frac{eB_0}{im\omega c} v_x \frac{eB_0}{c}$$

$$im\omega v_x = eE + \frac{ieB_0}{m\omega c} v_x \qquad (٤-٥٧)$$

$$v_x = \frac{eE}{im\omega(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2})} = \frac{eE/im\omega}{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$



الشكل(٤-١٨)

وتصبح v_x من أجل ($\omega = \omega_c = \dfrac{eB_0}{mc}$) غير محدودة، يتوافق هذا الشرط مع حالة التردد السيكلتروني (ω_c)، فمن أجل هذا التواتر يغير المجال الكهربائي إشارته مع v_x وتردد الالكترونات في نفس الوقت، حيث تتحرك الجسيمات سوية عند إهمال الحدين $(\vec{v}.\nabla)\vec{v}$ و ∇p . من جهة أخرى يمكن الحصول على التغير في عدد الجسيمات n_1 من العلاقة (٤-٥٣) حيث:

$$-i\,\omega n_1 = -ikn_0 v_x$$

$$n_1 = \frac{k}{\omega} n_0 v_x \qquad (٤-٥٨)$$

بجعل المعادلة (٤-٥٤) خطية وباستخدام النتيجتين الأخيرتين، نحصل على:

$$kE = -4\pi e \frac{k}{\omega} n_0 \frac{eE/im\omega}{1-\dfrac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$

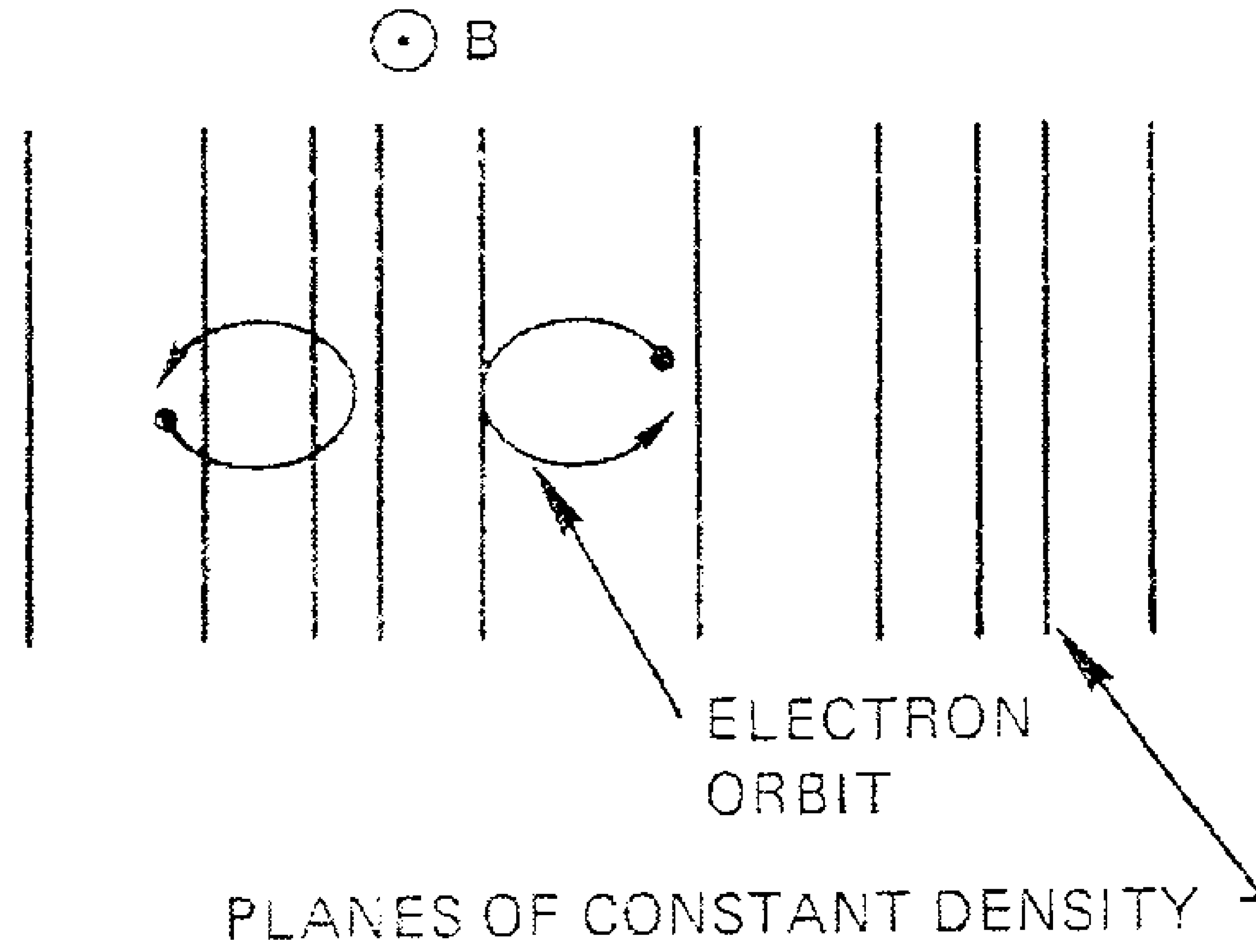
$$iE = i\,\frac{4\pi e^2 n_0}{m} E \frac{1}{\omega^2}\left(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)^{-1} \qquad (٤-٥٩)$$

$$\left(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)E = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}E$$

وبالتالي تكون علاقة التشتت الموافقة:

$$1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2} = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \Rightarrow \omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2 \equiv \omega_h^2 \qquad (٤-٦٠)$$

يسمى التواتر ω_h بالتواتر الهجين العلوي (Upper hybrid Frequency)، يوافق هذا التواتر الأمواج الكهربائية الساكنة للالكترونات عبر المجال المغناطيسي $\overrightarrow{B_0}$ المعامد بينما يوافق التواتر $\omega = \omega_p$ الأمواج المنتشرة بصورة موازية لـــ $\overrightarrow{B_0}$ ، أما سرعة المجموعة فتبقى معدومة طالما أن الحركات الحرارية معدومة . تشكل الالكترونات في مستوى الموجة مناطق انضغاط ومناطق تخلخل، فتحت تأثير المجال المغناطيسي $\overrightarrow{B_0}$ والمعامد للحركة تقوم قوة لورنتز بتحويل المسار إلى قطوع ناقصة، حيث توجد قوى إرجاع تؤثر على الالكترونات المهتزة مكونة من قوة ناتجة عن الحقل الكهربائي الساكن وأخرى ناتجة عن قوة لورنتز. يزداد تواتر الاهتزاز بتزايد قوة الإرجاع هذه مقارنة مع اهتزاز البلازما عندما يتناهى المجال المغناطيسي إلى الصفر ويتناهى $\omega_c \to 0$ وكذلك $\omega_p \to 0$ عندما تتناهى كثافة البلازما للصفر و تصبح العلاقة (٤-٦٠) بالشكل التالي : $\omega = \omega_c$ ، حيث $\omega_p = 0$ ونحصل على مركز التوجيه للارمور(Larmor Gyration) لأن القوة الكهربائية الساكنة تنعدم مع الكثافة . يوضح الشكل (٤-١٩) حركة الالكترونات في حالة الاهتزاز فوق الهجين



الشكل (٤-١٩) حركة الالكترونات في حالة الاهتزاز فوق الهجين

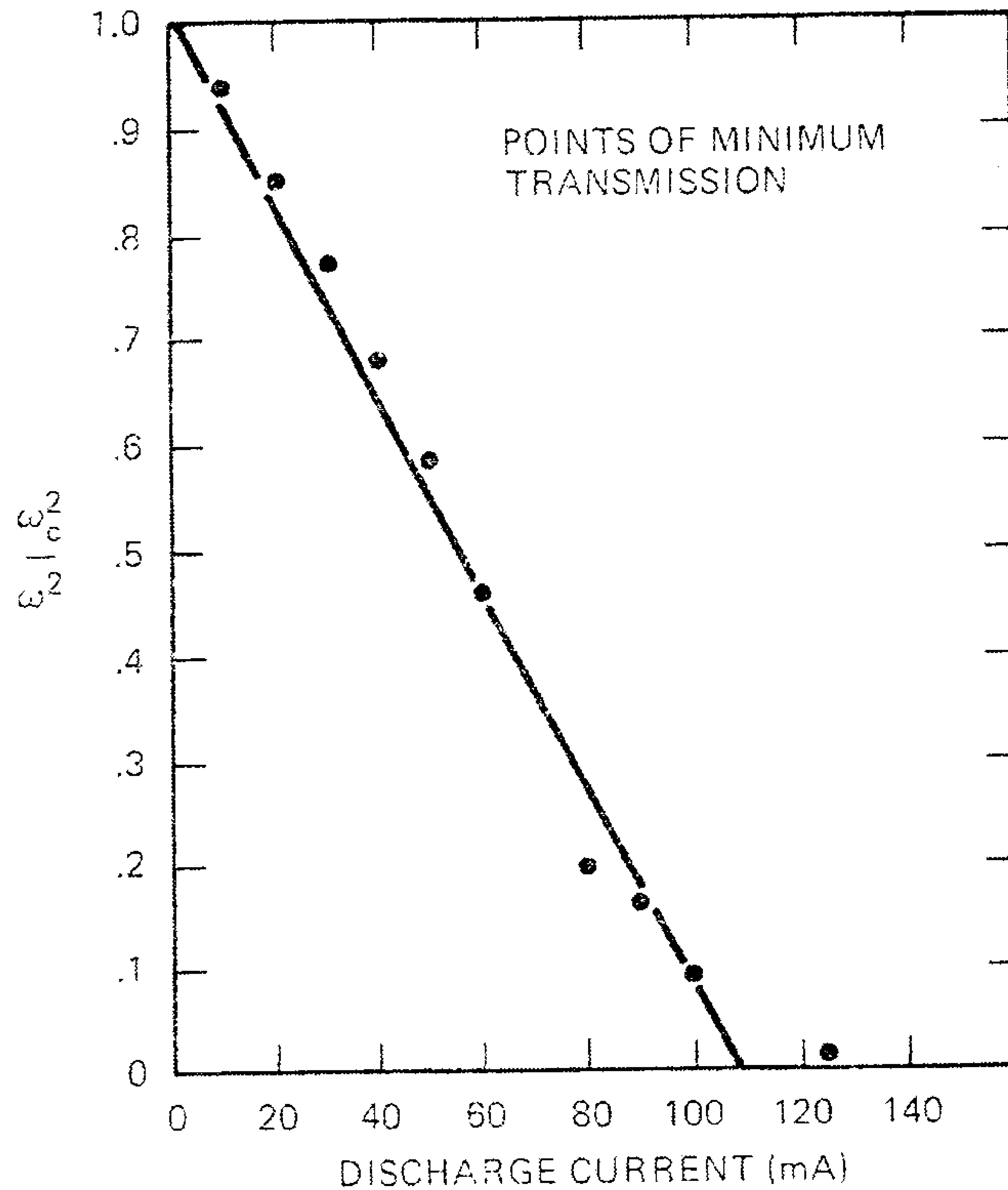
إذا كان منحى انتشار هذه الأمواج يصنع زاوية قدرها (θ) مع المجال المغناطيسي الخارجي $\overrightarrow{B_0}$ نحصل عندها على موجتين إحداهما تشبه اهتزاز البلازما والأخرى تشبه الاهتزاز فوق الهجين .

توافق إحدى الموجتين اهتزاز البلازما ($\omega = \omega_p$) بينما توافق الأخرى كون ($\omega = \omega_c$).

نستطيع إيجاد علاقة خطية بين $\frac{\omega_c^2}{\omega^2}$ والكثافة :

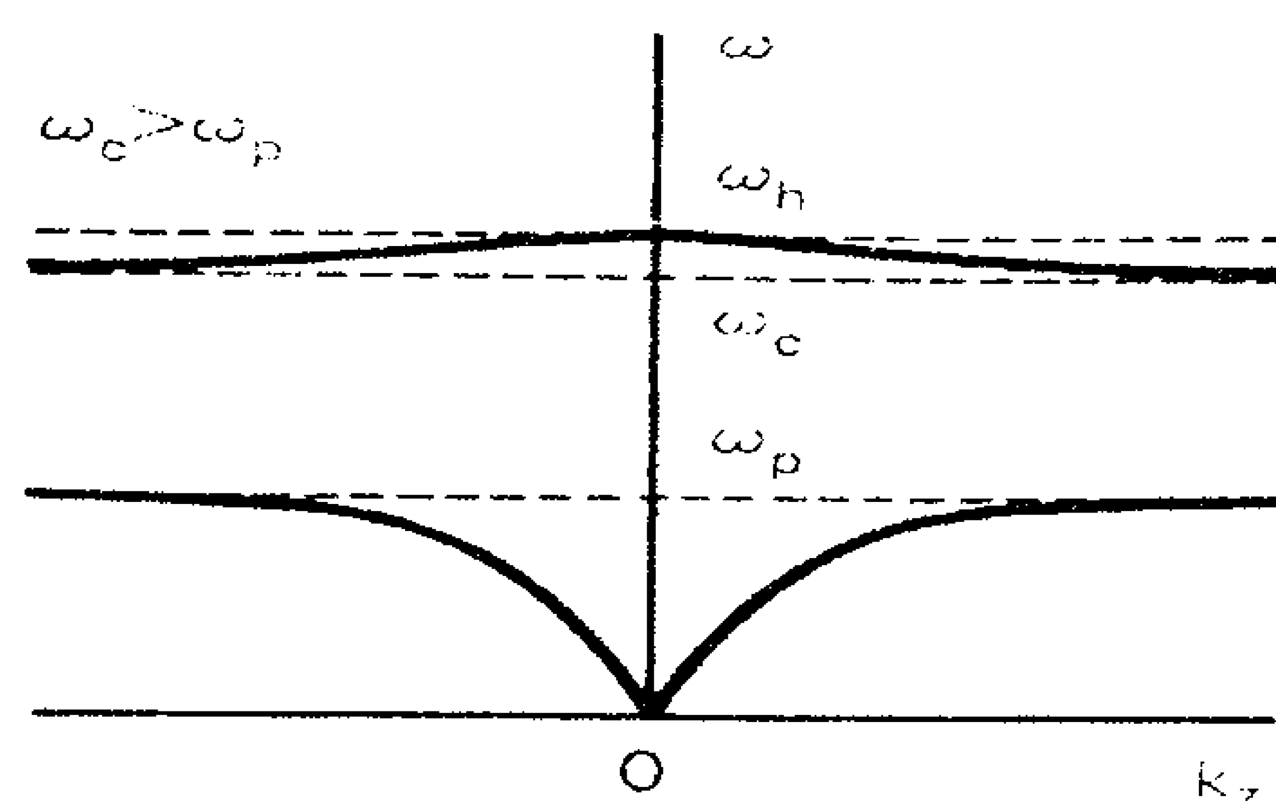
$$\frac{\omega_c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{4\pi e^2 n}{m\omega^2} \qquad (٤-٦١)$$

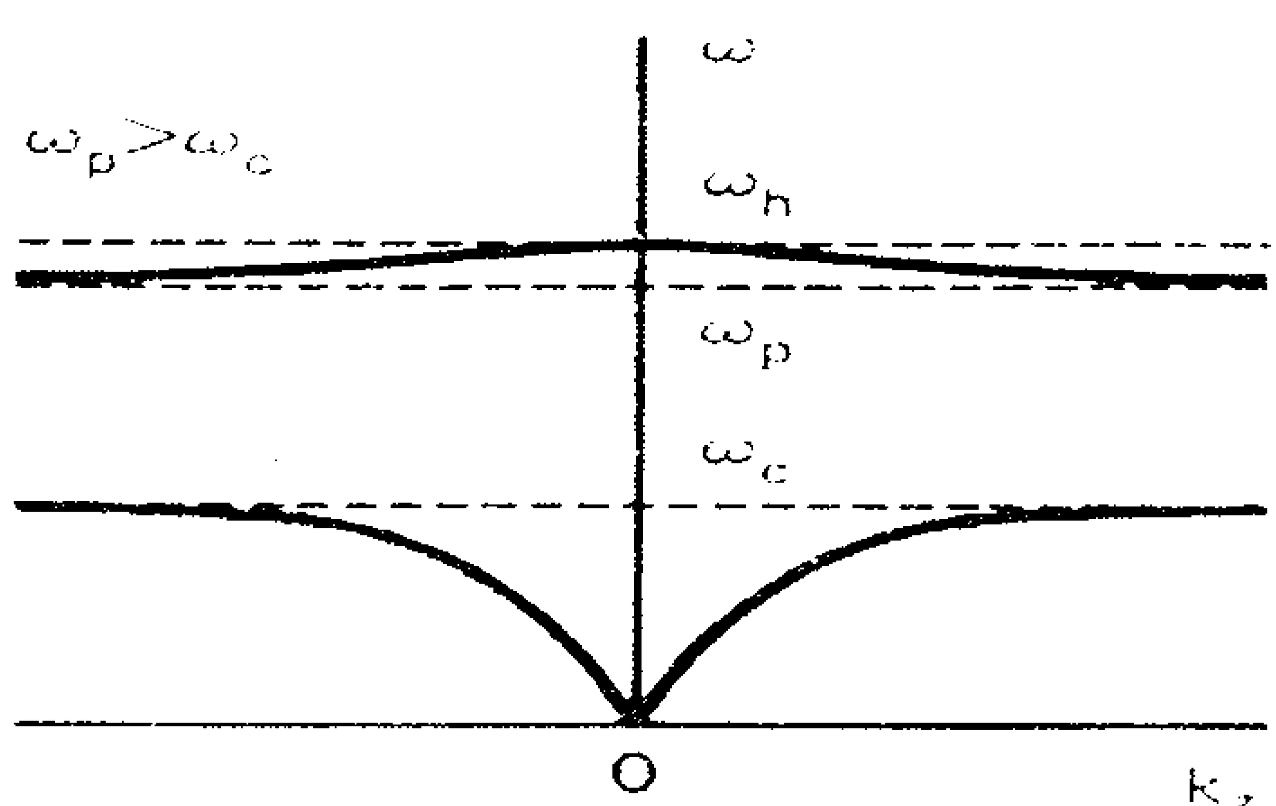
وتنتج هذه العلاقة الخطية من النقاط التجريبية في الشكل (٤-٢٠) حيث تم الرسم بدلالة تيار الانفراغ، الذي هو من مرتبة الكثافة n .



الشكل (٤-٢٠)

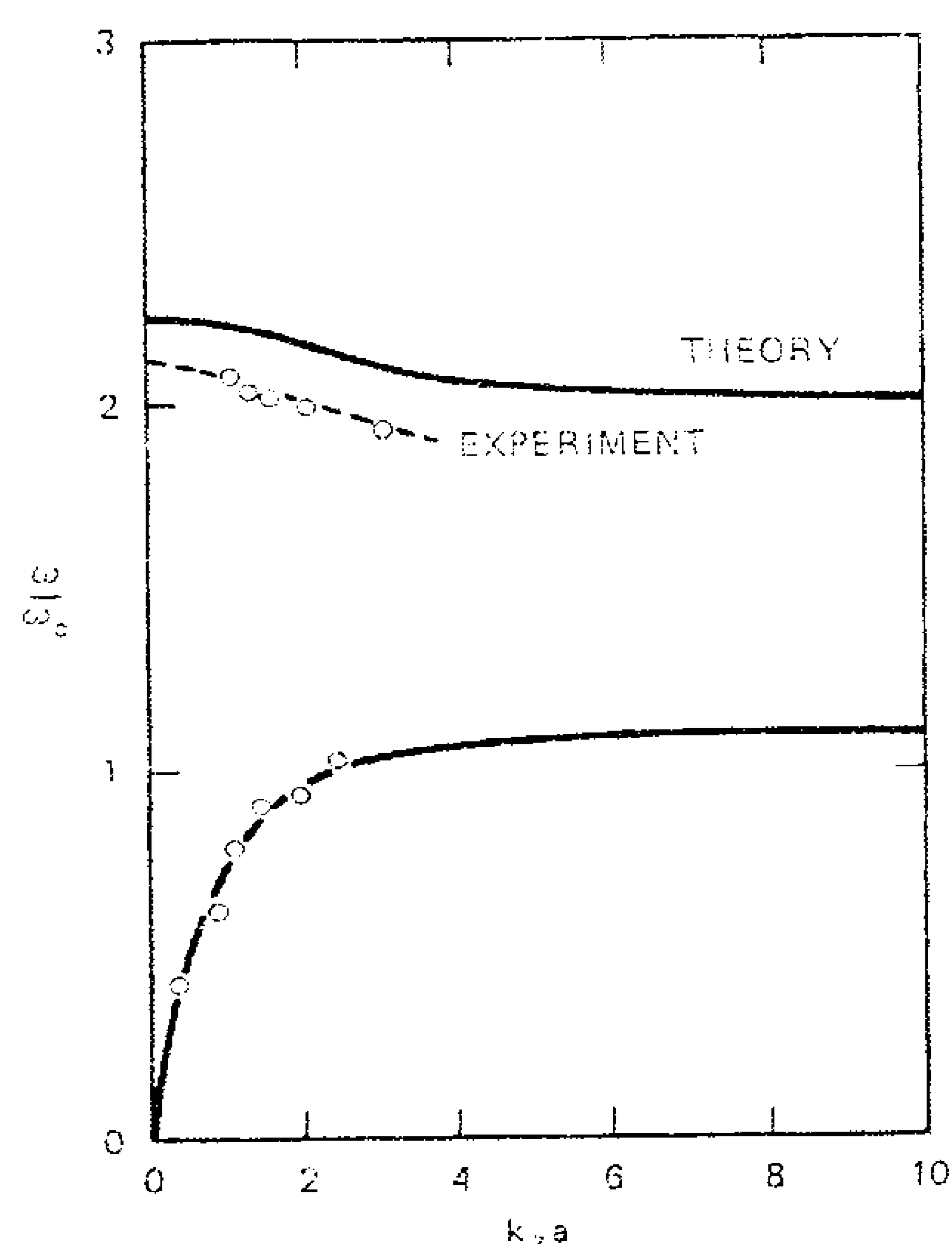
يمكن إيضاح تحولات ω بدلالة kz لهاتين الموجتين في الشكل (٤-٢١) الذي يوضح منحنيات التشتت لـ(Trivelpiece - Gould) الموافقة لأمواج إلكترون الكهرباء الساكنة في ناقل اسطواني الشكل مليء ببلازما منتظمة ومجال مغناطيسي متحد المحور. بسبب التناظر في المعادلة (٤-٦٠) نلاحظ أن حالة $\omega_p \succ \omega_c$ هي نفس حالة $\omega_c \succ \omega_p$ مع تبديل الأدلة.





الشكل (٤-٢١) منحنيات التشتت لـ (Trivelpiece - Gould) الموافقة لأمواج إلكترون الكهرباء الساكنة في ناقل اسطواني الشكل مليء ببلازما منتظمة ومجال مغناطيسي متحد المحور

يبين الشكل (٤-٢٢) البرهان التجريبي لمنحنيات (Trivelpiece- Gould) ومقارنته مع النظرية.



الشكل (٤-٢٢)

٤-١٠ الأمواج الكهرومغناطيسية عندما يكون المجال المغناطيسي الخـــارجي $\overrightarrow{B_0}=0$:

هنا $\overrightarrow{B_1}\neq 0$. وهذه الحالة هي حالة أمواج كهرومغناطيسية عرضيـة- أمـواج ضوئيـة أو راديوية منتشرة في البلازما . لندرس باختصار الأمواج الضوئية في الفراغ .

لنأخذ معادلتي ماكسويل التاليتين :

$$(mks)\ \vec{\nabla}\times\overrightarrow{E_1}=-\frac{\partial\overrightarrow{B_1}}{\partial t},\qquad (cgs)\ \vec{\nabla}\times\overrightarrow{E_1}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\overrightarrow{B_1}}{\partial t} \quad (٤-٦٢)$$ قانون فارادي

$$(mks)\vec{\nabla}\times\overrightarrow{B_1}=\mu_0\left(\vec{j_1}+\varepsilon_0\frac{\partial\overrightarrow{E_1}}{\partial t}\right)\quad (cgs)\ \vec{\nabla}\times\overrightarrow{B_1}=\frac{4\pi}{c}\vec{j}_1+\frac{1}{c}\frac{\partial\overrightarrow{E_1}}{\partial t} \quad (٤-٦٣)$$ قانون آمبير

حيث : $\overrightarrow{B_1}\neq 0\ \&\ \overrightarrow{E_1}\neq 0$

في حالة الفراغ يكون:

$$\vec{j}=0\ \&\ c=\mu=1(cgs),\ \vec{j}=0\ \&\ \varepsilon_0\mu_0=c^{-2}\,(mks)$$

بأخذ دوار المعادلة(٤-٦٣) وتعويض (٤-٦٢) في (٤-٦٣) ، وبعد الاشتقاق بالنسـبة للزمن نحصل على:

$$\nabla\times(\nabla\times\overrightarrow{B_1})=\frac{1}{c}\nabla\times\frac{\partial\overrightarrow{E_1}}{\partial t}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{B_1}}{\partial t^2}\ (cgs) \quad (٤-٦٤)$$

في حالة الأمواج المستوية نفرض أنها متناسبة مع المقدار: $\exp[i\,(kx-\omega t)]$

وبالتالي نعوض: $\frac{\partial}{\partial t}\rightarrow -i\,\omega,\ \nabla\rightarrow i\,\vec{k}$ وبالتالي:

$$\frac{\omega^2}{c^2}\overrightarrow{B_1}=-\vec{k}\times(\vec{k}\times\overrightarrow{B_1})=[\vec{k}(\vec{k}.\overrightarrow{B_1})-k^2\overrightarrow{B_1}] \quad (٤-٦٥)$$

وبما أن $\nabla.\overrightarrow{B_1}=0$ ينتج $\vec{k}.\overrightarrow{B_1}=-i\nabla.\overrightarrow{B_1}=0$ ويكون لدينا:

$$\omega^2=k^2c^2 \quad (٤-٦٦)$$

وهـي علاقـة تشـتت الأمـواج الكهرومغناطيسـية فـي الخـلاء وتكـون $c = \frac{\omega}{k} = v_{ph}$ السرعة الطورية.

في حالة البلازما ذات $\overrightarrow{B_1} \neq 0$ لاتتغير المعادلة (٤-٦٢) أما المعادلة (٤-٦٣) فقد أضفنـا إليها الحد $\frac{\overrightarrow{j_1}}{\varepsilon_0}\,(mks)$ $\frac{4\pi}{c}\overrightarrow{j_1}\,(cgs),$ وذلـك لأخـذ التيـارات الناجمـة عـن حركـة الشحنات من المرتبة الأولى بعين الاعتبار. باشتقاق هذه المعادلة بالنسبة للزمن نحصل على:

$$(mks)\,c^2\vec{\nabla}\times\frac{\partial\overrightarrow{B_1}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial\overrightarrow{j_1}}{\partial t} + \frac{\partial^2\overrightarrow{E_1}}{\partial t^2},\quad (cgs)\,\vec{\nabla}\times\frac{\partial\overrightarrow{B_1}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\frac{\partial\overrightarrow{j_1}}{\partial t} + \frac{1}{c}\frac{\partial^2\overrightarrow{E_1}}{\partial t^2} \qquad (٤-٦٧)$$

وبما أن دوار المعادلة (٤-٦٢) هو:

$$(mks)\;\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\overrightarrow{E_1}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\overrightarrow{E_1}) - \nabla^2\overrightarrow{E_1} = -\vec{\nabla}\times\frac{\partial\overrightarrow{B_1}}{\partial t},$$

$$(cgs)\;\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\overrightarrow{E_1}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\overrightarrow{E_1}) - \nabla^2\overrightarrow{E_1} = -\frac{1}{c}\vec{\nabla}\times\frac{\partial\overrightarrow{B_1}}{\partial t} \qquad (٤-٦٨)$$

بإهمال $\vec{\nabla}\times\frac{\partial\overrightarrow{B_1}}{\partial t}$ وبأخذ التناسب مع المقدار: $\exp[i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)]$ نحصل على:

$$(cgs)\;i\vec{k}(i\vec{k}.\overrightarrow{E_1}) - (i\vec{k})^2\overrightarrow{E_1} = -\frac{1}{c}\frac{4\pi}{c}(-i\omega\overrightarrow{j_1}) - \frac{1}{c}\frac{1}{c}(-i\omega)^2\overrightarrow{E_1}$$

$$(cgs)\;-\vec{k}(\vec{k}.\overrightarrow{E_1}) + (\vec{k})^2\overrightarrow{E_1} = \frac{4\pi i\omega}{c^2}\overrightarrow{j_1} + \frac{\omega^2}{c}\overrightarrow{E_1} \qquad (٤-٦٩)$$

$$(mks)\;-\vec{k}(\vec{k}.\overrightarrow{E_1}) + (\vec{k})^2\overrightarrow{E_1} = \frac{i\omega}{\varepsilon_0 c^2}\overrightarrow{j_1} + \frac{\omega^2}{c}\overrightarrow{E_1}$$

وفي حالة الأمواج العرضية يكون: $\vec{k}.\overrightarrow{E_1} = 0$ ونحصل على:

$$(\omega^2 - c^2k^2)\overrightarrow{E_1} = -4\pi i\omega\overrightarrow{j_1}\,(cgs)$$

$$(\omega^2 - c^2k^2)\overrightarrow{E_1} = -{}^{i\omega\overrightarrow{j_1}}\!\Big/_{\varepsilon_0}\,(mks) \qquad (٤-٧٠)$$

وبما أن الأمواج الضوئية أو الراديوية ذات تردد مرتفع جدا، فإننا نستطيع اعتبـار الأيونـات مثبتة، ويكون التيار بمجمله عندئذ هو تيار إلكترونات:

$$\overrightarrow{j_1} = -n_0 e \overrightarrow{v_{e1}} \qquad (٤-٧١)$$

من معادلة الحركة (عند $KT_e = 0$):

$$m \frac{\partial v_{e1}}{\partial t} = -e\overrightarrow{E_1}$$

$$v_{e1} = \frac{e\overrightarrow{E_1}}{im\omega} \qquad (٤-٧٢)$$

وبالتالي نستطيع كتابة المعادلة (٤-٧٠) بالشكل:

$$(\omega^2 - c^2k^2)\overrightarrow{E_1} = -4\pi i\,\omega n_0 e \frac{e\overrightarrow{E_1}}{im\omega} = \frac{4\pi n_0 e^2}{m}\overrightarrow{E_1}\,(cgs)$$

$$(\omega^2 - c^2k^2)\overrightarrow{E_1} = -\frac{i\omega}{\varepsilon_0} n_0 e \frac{e\overrightarrow{E_1}}{im\omega} = \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m}\overrightarrow{E_1}\,(mks) \qquad (٤-٧٣)$$

وبالتالي نحصل على عبارة ω_p^2:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2k^2 \qquad (٤-٧٤)$$

حيث $\omega_p = \left(\frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 m}\right)^{1/2}$ التردد الموافق للاهتزازات الحرة في البلازما. نستنتج من العلاقة (٤-٧٤) أن سرعة طور الموجة الكهرومغناطيسية في البلازما تكون أكبر من سرعة الضوء (c) كما تعطى سرعة الطور بالعلاقة التالية:

$$v_{ph}^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = c^2 + \frac{\omega_p^2}{k^2} > c^2 \qquad (٤-٧٥)$$

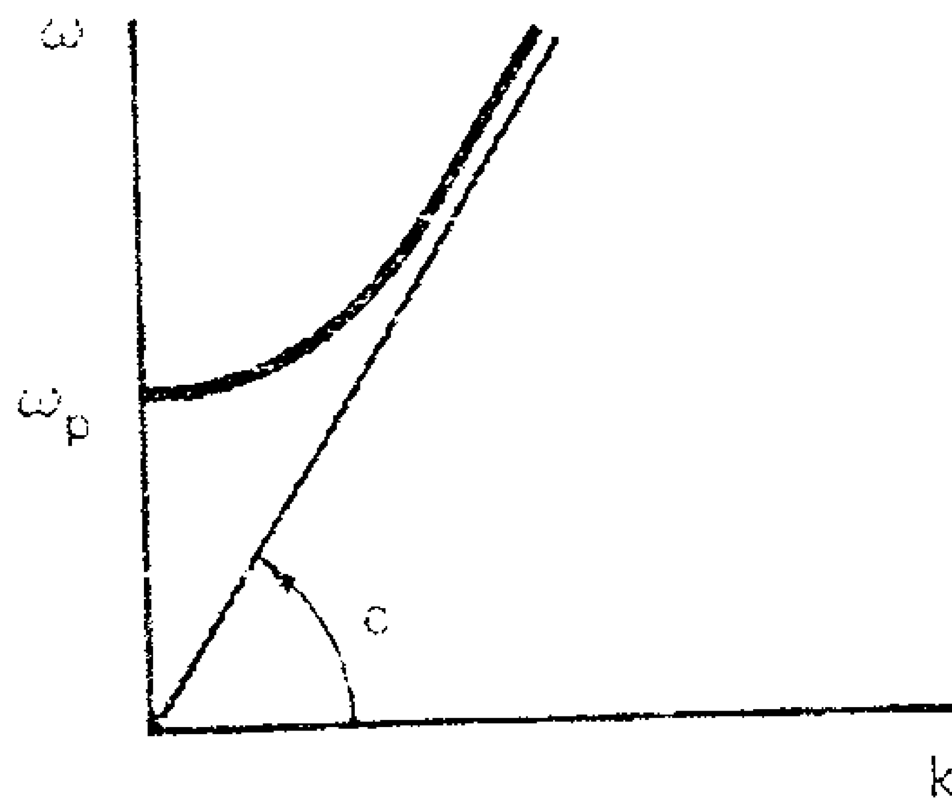
أما سرعة المجموعة فتعطى بالعلاقة التالية:

$$\frac{d\omega}{dk} = v_g = \frac{c^2}{v_{ph}} \qquad (٤-٧٦)$$

نستنتج من هذه العلاقة أن v_g أصغر من سرعة الضوء ، تتفق هذه النتيجة مع النظرية النسبية لأينشتاين ، لأن المعلومات تنتقل على الأمواج المعدلة بسرعة طورية $c > v_g$

يوضح الشكل (٤-٢٣) علاقة تشتت الأمواج الكهرومغناطيسية من أجل $\overrightarrow{B_0} = 0$.

يمكن تفسير ظاهرة تسمى بظاهرة القطع (Cutoff) والتي يمكن ملاحظتها عند مرور حزمة من الأمواج الكهرومغناطيسية (الميكروية) ذات التواتر ω عبر البلازما . انطلاقاً من العلاقة (٤-٧٤) نلاحظ أنه كلما ازدادت كثافة البلازما كلما ازداد التواتر ω_p^2 ، بينما يتناقص الحد k^2 وبالتالي يزداد طول الموجة λ .



الشكل (٤-٢٣) علاقة تشتت الأمواج الكهرومغناطيسية من أجل $\overrightarrow{B_0} = 0$

أما من أجل قيمة حدية للكثافة $n_0 = n_{cr}$ موافقة لـ $k^2 = 0$ نحصل على $\omega = \omega_p$ حيث :

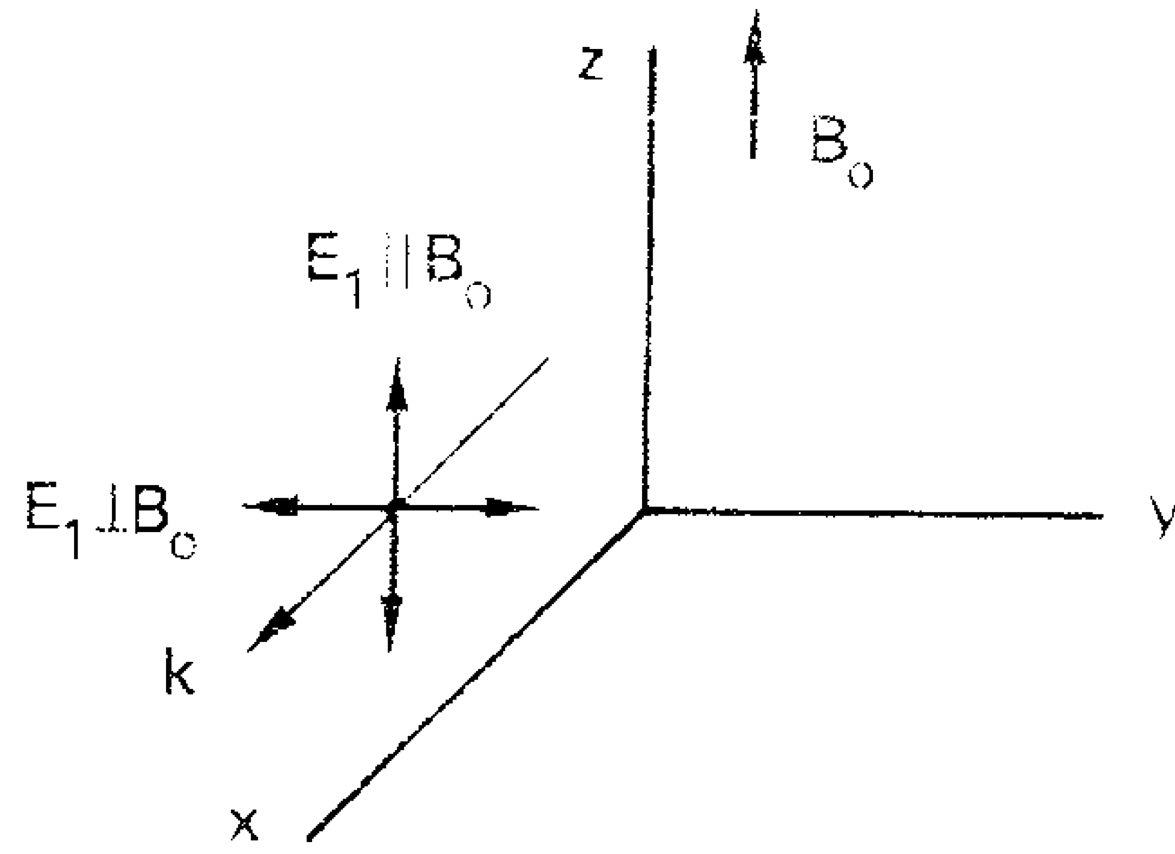
$$n_{cr} = \frac{m\,\varepsilon_0 \omega^2}{e^2}\ (mks), \quad n_{cr} = \frac{m\,\omega^2}{4\pi e^2}\ (cgs) \qquad (٤-٧٧)$$

توافق هذه العلاقة حالة الانقطاع في البلازما ، حيث لا تستطيع الأمواج الكهرومغناطيسية الانتشار في الوسط البلازمي . تفيد هذه الخاصية في قياس كثافة البلازما تجريبياً . من جهة أخرى يعبر عن عمق التوغل δ بالعلاقة التالية:

$$\delta = |k|^{-1} = c \Big/ (\omega^2 - \omega_p^2)^{1/2} \qquad (٤-٧٨)$$

٤-١١ انتشار الأمواج الكهرومغناطيسية في البلازما من أجل $\vec{k} \perp \overrightarrow{B_0}$

نميز هنا حالتين $\overrightarrow{E_1} \parallel \overrightarrow{B_0}$ وكذلك $\overrightarrow{E_1} \perp \overrightarrow{B_0}$ كما هو موضح بالشكل (٤-٢٤) :

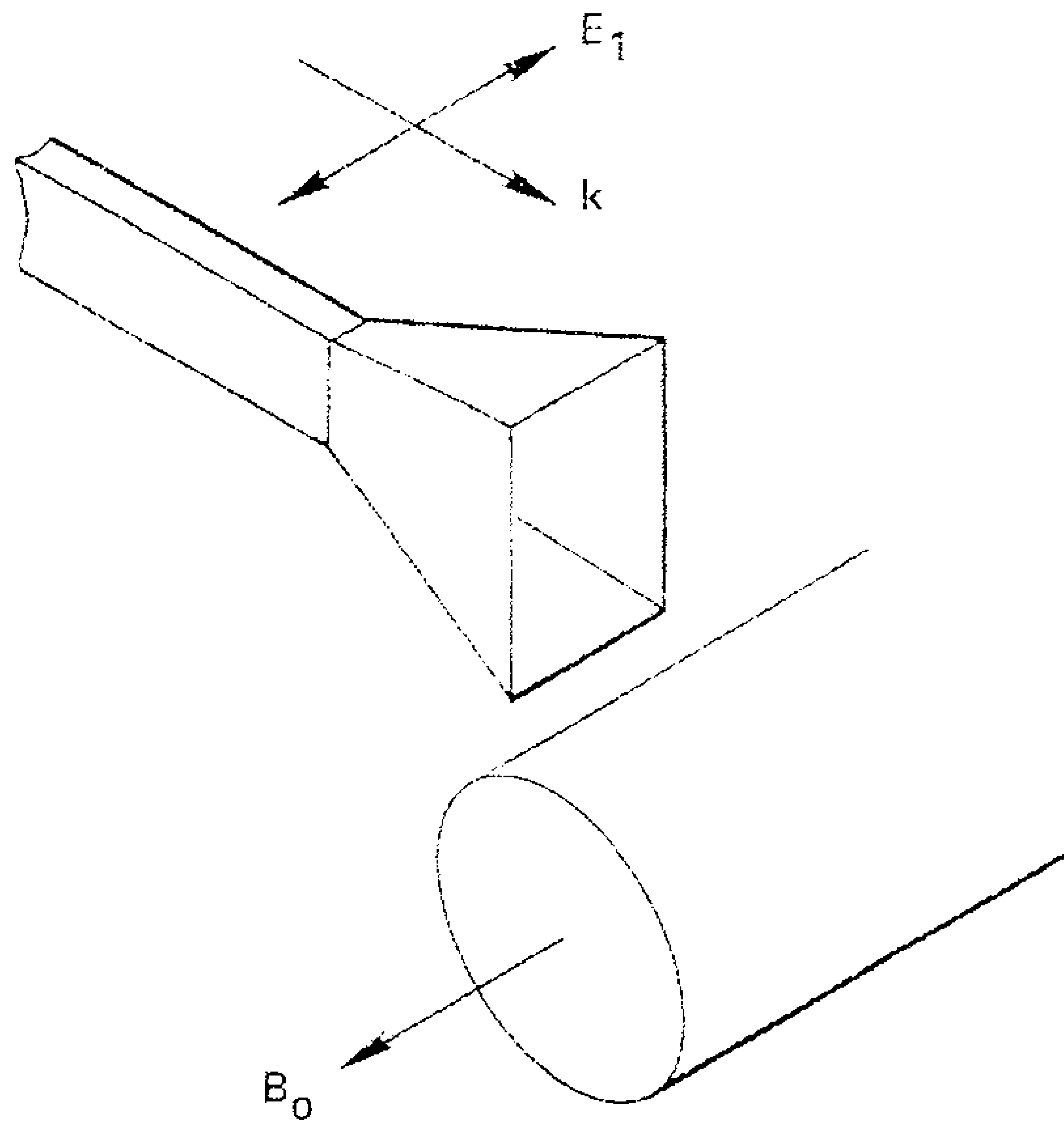


الشكل (٤-٢٤)

يطلق على الأمواج المحققة للشـرط $\overrightarrow{E_1} \| \overrightarrow{B_0}$ بـالأمواج العاديـة والأمـواج المحققـة للشرط $\overrightarrow{E_1} \perp \overrightarrow{B_0}$ بالأمواج فوق العادية .

الأمواج العادية (ordinary Waves) $\overrightarrow{E_1} \| \overrightarrow{B_0}$

فـي هـذه الحالـة نفـرض $\overrightarrow{B_0} = B_0\hat{z}$ وكذلـك $\overrightarrow{E_1} = E_1\hat{z}, \;\; \vec{k} = k\hat{x}$. ويمكـن تحقيق هذا الاختيار في التجارب الحقيقية بواسطة تسليط حزمة ميكروموجية على عمود بلازما ضمن دليل موجي ضيق وموازٍ لـــ $\overrightarrow{B_0}$ كما في الشكل (٤-٢٥):



الشكل (٤-٢٥)

وتعطى العلاقة التي تصف هذه الحالة بالمعادلة (٤-٧٠) :

$$(\omega^2 - c^2k^2)\overrightarrow{E}_1 = -4\pi i\,\omega \overrightarrow{j}_1 = 4\pi i\,\omega e n_0 \overrightarrow{v}_{e1} \quad (٧٩-٤)$$

وبما أن $\overrightarrow{E_1} = E_1\hat{z}$ فإنه يلزمنا فقط المركبة v_{ez}. وهي تعطى من معادلة الحركة :

$$m\frac{\partial v_{ez}}{\partial t} = -eE \quad (٨٠-٤)$$

وهي نفس المعادلة في حالة $\overrightarrow{B_0} = 0$ ، وتكون علاقة التشتت مشابهه لهذه الحالة أي :

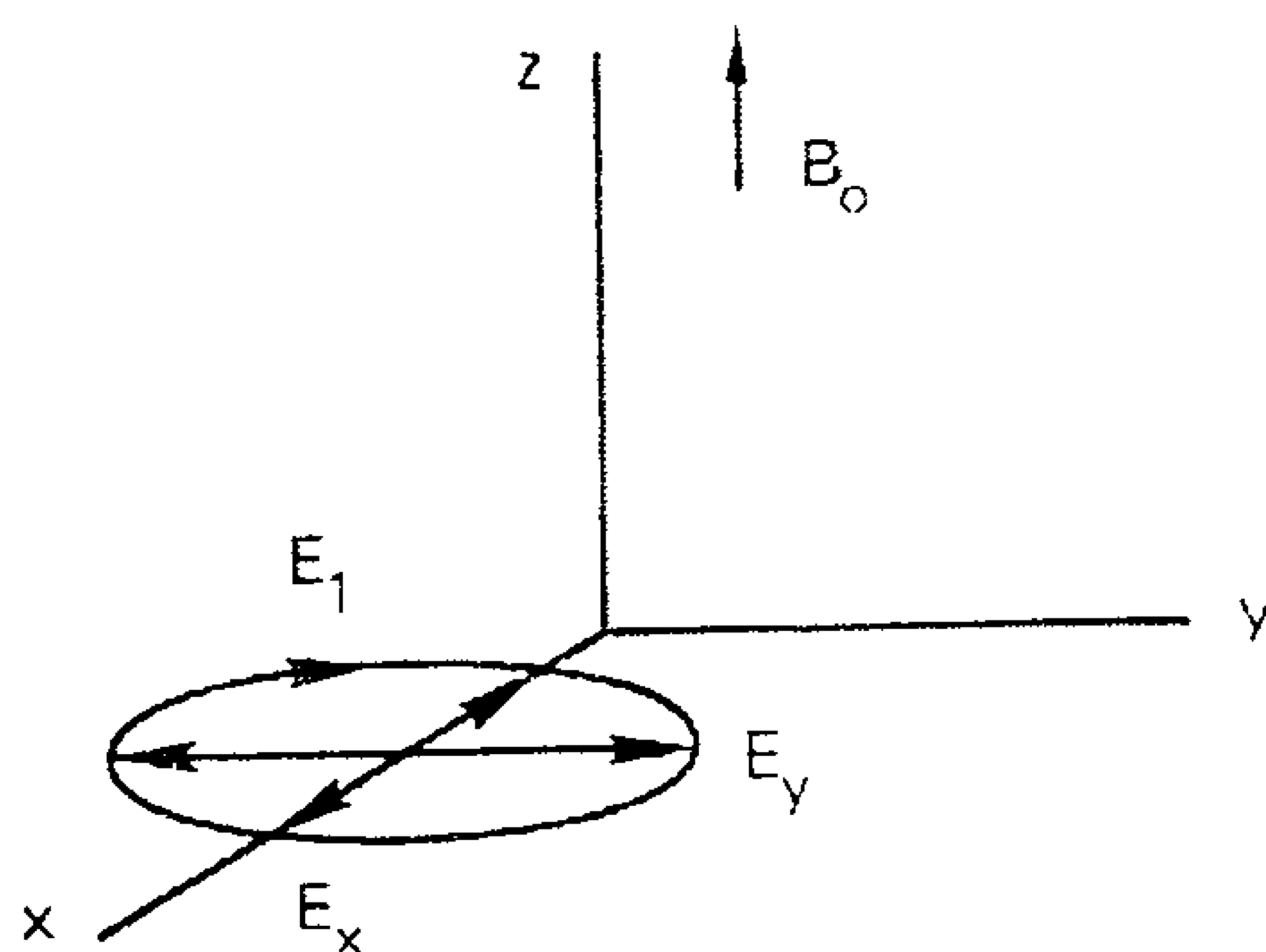
$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2k^2 \quad (٨١-٤)$$

ونسمي هذه الموجة بالموجة العادية ، وتكمن أهمية هذه النتيجة لكون الأمواج العادية في البلازما لا تتأثر بالمجال الخارجي في حال وجوده .

الأمواج فوق العادية(Extraordinary Waves) $\overrightarrow{E_1} \perp \overrightarrow{B_0}$

تخضع الالكترونات في هذه الحالة لتأثير المجال المغناطيسي $\overrightarrow{B_0}$ ، مما يؤدي إلى تغيير علاقة التشتت . نتيجة لهذا التأثير يطرأ تغير على الأمواج المنتشرة في البلازما والموافقة لهذه الحالة ، بحيث تستقطب استقطاباً اهليلجياً عوضاً عن الاستقطاب الخطي . توافق هذه الحالة معظم الأمواج المنتشرة في البلازما ، فعندما تتقدم المركبة E_x على منحى الانتشار $\overrightarrow{k}$ تصبح طولية في لحظة وعرضية في لحظة أخرى . لإدخال هذا الشكل المحتمل تأخذ $\overrightarrow{E}_1$ الشكل(٤-٢٦) :

$$\overrightarrow{E_1} = E_x\hat{x} + E_y\hat{y} \quad (٨٢-٤)$$



الشكل(٤-٢٦)

بجعل معادلة الحركة للإلكترونات خطية من أجل $\mathrm{K}T_e = 0$

$$-i\omega m\overrightarrow{v_{e1}} = -e(\overrightarrow{E}_1 + \frac{1}{c}\overrightarrow{v_{e1}} \times \overrightarrow{B_0}) \quad (cgs), \qquad (٨٣-٤)$$

ونحصل على المركبتين x, y للسرعة من العلاقتين (بعد إهمال الدليلين $1,e$):

$$v_x = \frac{-ie}{m\omega}(E_x + \frac{v_y}{c}B_0)$$
$$v_y = \frac{-ie}{m\omega}(E_y + \frac{v_x}{c}B_0) \qquad (٨٤-٤)$$

وبحل هاتين المعادلتين نجد:

$$v_x = \frac{-ie}{m\omega}[E_x + \frac{-ie}{m\omega}(E_y + \frac{v_x}{c}B_0)\frac{1}{c}B_0]$$
$$v_x(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}) = \frac{e}{m\omega}[-iE_x + \frac{\omega_c}{\omega}E_y]$$
$$v_y = \frac{-ie}{m\omega}[E_y + \frac{-ie}{m\omega}(E_x + \frac{v_y}{c}B_0)\frac{1}{c}B_0]$$
$$v_y(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}) = \frac{e}{m\omega}[-iE_y + \frac{\omega_c}{\omega}E_x]$$

وبالتالي:

$$v_x = \frac{e}{m\omega}(-iE_x + \frac{\omega_c}{\omega}E_y)(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2})^{-1}$$
$$v_y = \frac{e}{m\omega}(-iE_y + \frac{\omega_c}{\omega}E_x)(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2})^{-1} \qquad (٨٥-٤)$$

وتعطى معادلة الموجة بالعلاقة (٤-٦٩):

$$-\overrightarrow{k}(\overrightarrow{k}.\overrightarrow{E}_1) + k^2\overrightarrow{E}_1 = \frac{4\pi i\omega}{c^2}\overrightarrow{j}_1 + \frac{\omega^2}{c^2}\overrightarrow{E}_1$$

وبادراج الحد $\overrightarrow{k}.\overrightarrow{E}_1 = kE_x$ نحصل على:

$$(\omega^2 - c^2k^2)\vec{E}_1 + c^2k^2E_x\vec{k} = -4\pi i\,\omega\vec{j}_1 = 4\pi i\,\omega e n_0 \vec{v}_{e1} \quad (٤-٨٦)$$

بأخذ المركبتين x , y وباستخدام المعادلة (٤-٨٥) نحصل على :

$$\omega^2 E_x = -4\pi i\,\omega e n_0 \frac{e}{m\omega}(iE_x + \frac{\omega_c}{\omega}E_y)(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2})^{-1}$$

$$(\omega^2 - c^2k^2)E_y = -4\pi i\,\omega e n_0 \frac{e}{m\omega}(iE_y + \frac{\omega_c}{\omega}E_x)(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2})^{-1} \quad (٤-٨٧)$$

وبإدراج ω_p نستطيع كتابة هذه الجملة بالشكل :

$$(\omega^2 - \omega_h^2)[\omega^2 - \omega_h^2 - c^2k^2(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2})] = (\frac{\omega_p^2\omega_c}{\omega})^2 \quad (٤-٨٨)$$

بما أن :

$$[\omega^2(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2}) - \omega_p^2] = \omega^2 - \omega_h^2 \quad (٤-٨٩)$$

حيث ω_h التواتر الهجين وبحل مصفوفة المعادلات (٤-٨٧) نحصل على :

$$(\omega^2 - \omega_h^2)[\omega^2 - \omega_h^2 - c^2k^2(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2})] = (\frac{\omega_p^2\omega_c}{\omega})^2$$

$$\frac{c^2k^2}{\omega^2} = \frac{\omega^2 - \omega_h^2 - [(\frac{\omega_p^2\omega_c}{\omega})^2 / (\omega^2 - \omega_h^2)]}{\omega^2 - \omega_c^2} \quad (٤-٩٠)$$

وبتبسيط هذه المعادلة وبتبديل أول ω_h^2 من الطرف الأيمن بـــ $\omega_c^2 + \omega_p^2$ نحصل على علاقة التشتت التالية :

$$\frac{c^2k^2}{\omega^2}=1-\frac{\omega_p^2(\omega^2-\omega_h^2)-\frac{\omega_p^4\omega_c^2}{\omega^2}}{(\omega^2-\omega_c^2)(\omega^2-\omega_h^2)}=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{\omega^2(\omega^2-\omega_h^2)+\omega_p^2\omega_c^2}{(\omega^2-\omega_c^2)(\omega^2-\omega_h^2)}$$

$$=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{\omega^2(\omega^2-\omega_c^2)-\omega_p^2(\omega^2-\omega_c^2)}{(\omega^2-\omega_c^2)(\omega^2-\omega_h^2)} \qquad (٤-٩١)$$

$$\frac{c^2k^2}{\omega^2}=\frac{c^2}{v_{ph}^2}=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{(\omega^2-\omega_p^2)}{(\omega^2-\omega_h^2)}$$

تعبر العلاقة (٤-٩١) عن علاقة التشتت للأمواج فوق العادية الكهرومغناطيسية والمنتشرة في البلازما من أجل هذه الحالة. كما تكون هذه الأمواج طولية بصورة جزئية وعرضية طورا آخر.

٤-١٢ حالات الانقطاع والرنين للأمواج الكهرومغناطيسية المنتشرة في البلازما (Cutoffs and Resonances)

سنحاول هنا مناقشة حالات الانقطاع والرنين الموافقة لانتشار الأمواج الكهرومغناطيسية في وسط بلازمي يخضع لمجال مغناطيسي خارجي $\overrightarrow{B_0}$ ، حيث $\overrightarrow{E_1}\perp\overrightarrow{B_0}$ والعلاقات التي تربطهما ببعضهما. نحصل على حالات الانقطاع في الوسط البلازمي عندما يتناهى معامل الانكسار إلى الصفر، وتوافق هذه الحالة قيم غير محدودة لطول الموجة، حيث $\tilde{n}=ck/\omega$ ، والتي تعبر عن معامل انكسار الوسط. كما نحصل على الرنين في الحالة المعاكسة، أي التي يأخذ فيها معامل الانكسار $\tilde{n}=ck/\omega$ قيم غير محدودة، والموافق لطول موجة معدوم، حيث تنعكس الأمواج عند الانقطاع وتمتص عند الرنين. نحصل من علاقة التشتت (٤-٩١) على حالة الرنين عندما تنتهي $k\to\infty$ أو من أجل أية قيمة محدودة لـ ω . بجعل $\omega\to\omega_h$ نحصل على حالة الرنين ثانية عندما:

$$\omega^2=\omega_h^2=\omega_c^2+\omega_p^2 \qquad (٤-٩٢)$$

تعبر هذه العلاقة عن علاقة التشتت للأمواج الكهربائية الساكنة المنتشرة وفق $\overrightarrow{B_0}$.

من أجل $\omega \to \omega_h$ ، تنتهي كل من سرعة الطور وسرعة المجموعة إلى الصفر وتتحول الطاقة نتيجة ذلك إلى الاهتزازات الهجينة العليا . من هنا نستنتج أن الموجة فوق العادية تسلك بصورة جزئية سلوك موجة كهرومغناطيسية وطوراً آخر سلوك موجة كهربائية ساكنة . ففي حالة الرنين تفقد هذه الموجة شكلها الكهرومغناطيسي وتتحول إلى اهتزاز كهربائي ساكن (موجة كهربائية ساكنة) .

ونحصل على حالات الانقطاع الموافقة للموجة غير العادية عندما $k = o$ في علاقة التشتت (٤-٩١) وبالتالي تصبح هذه العلاقة بالشكل التالي :

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \qquad (٤-٩٣)$$

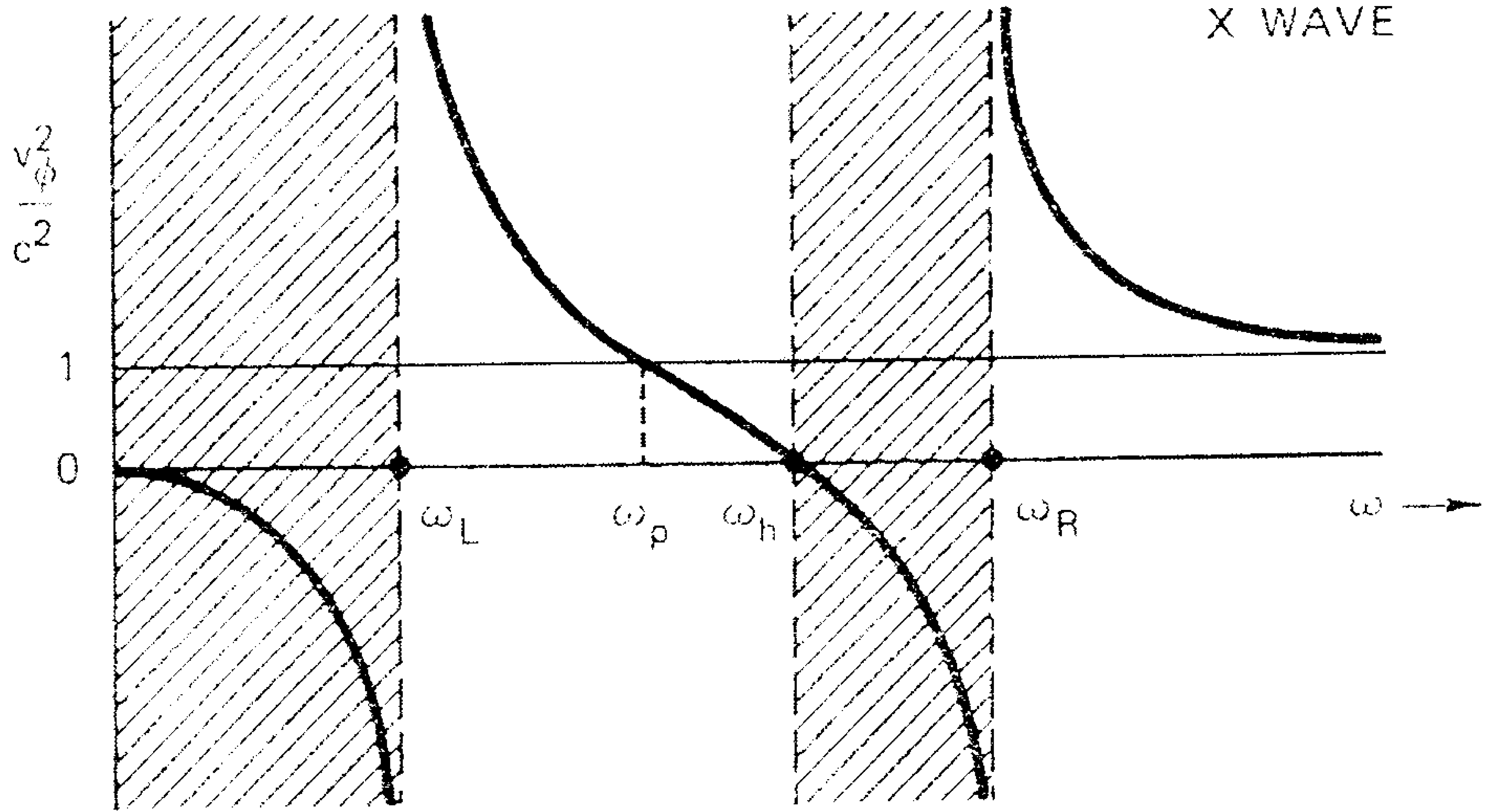
بتعويض المعادلة (٤-٩٢) في المعادلة (٤-٩٣) نحصل بعد القيام ببعض الإجراءات الرياضية على ما يلي :

$$\omega^2 \pm \omega_c \omega - \omega_p^2 = 0 \qquad (٤-٩٤)$$

تدل الإشارة (±) في الحد الثاني على وجود قيمتين للتواتر ، واللتين يتحقق من أجلهما انقطاع الأمواج الكهرومغناطيسية في الوسط البلازمي ، وبالتالي نحصل على حلين من الشكل :

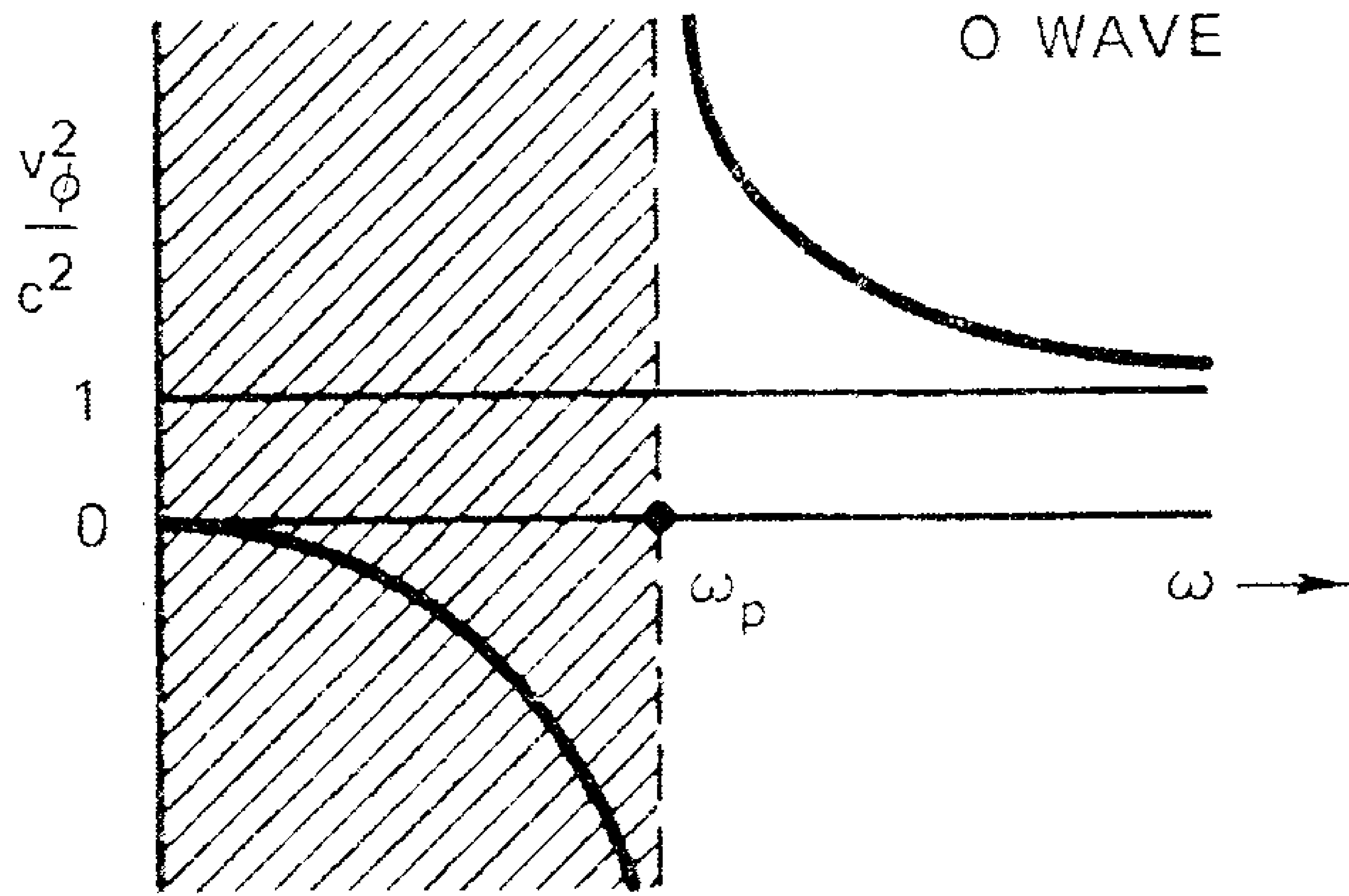
$$\omega_R = \frac{1}{2}[\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{\frac{1}{2}}]$$
$$\omega_L = \frac{1}{2}[-\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{\frac{1}{2}}] \qquad (٤-٩٥)$$

تشير كل من ω_R و ω_L إلى تواتري القطع اليميني واليساري على الترتيب . يشير الشكل (٤-٢٧)إلى هذين التواترين من خلال دراسة علاقة التشتت للموجة فوق العادية . تدل المناطق المخططة على انقطاع الموجة الكهرومغناطيسية ، أما المناطق الأخرى فتمثل مناطق عبور للموجة . يمكن تفسير ذلك بعد فرض أن التردد السيكلتروني ثابت ، والموجة ذات التردد الثابت ترسل إلى البلازما من الخارج . كما لو أن الموجة تواجه في طريقها مناطق ذات كثافات متزايدة ويحصل نفس الشيء فيما لو كانت الكثافة ثابتة بينما يتناقص التردد تدريجياً .



الشكل (٤-٢٧)علاقة التشتت للموجة فوق العادية، والتي تعبر عن تغير سرعة الطور بدلالة التردد حيث لا تنتشر الأمواج في المناطق المظللة

تقترب v_{ph} من c من أجل كثافة قليلة للوسط البلازمي، وبالتالي تستطيع الموجة عبور الوسط البلازمي، كما أن v_{ph} تزداد حتى قيمة لـ ω تساوي تواتر القطع اليميني ω_R ، تصبح عندها v_{ph} من أجل هذه القيمة لـ ω لا نهائية. كما تصبح $\frac{\omega^2}{k^2}$ سالبة ضمن المجال $\omega_h < \omega < \omega_R$ ، ولا توجد إمكانية للانتشار عندما $\omega = \omega_h$ ، حيث يوجد رنين، كما تنتهي v_{ph} إلى الصفر ضمن المجال التالي: $\omega_L < \omega < \omega_h$ حيث تنتشر الموجة بصورة أبطأ أو أسرع من c وذلك حسب كون $\omega < \omega_p$ أو $\omega > \omega_p$. أما من أجل $\omega = \omega_p$ تنتشر الموجة بسرعة تساوي سرعة الضوء، كما نحصل من أجل $\omega < \omega_L$ على منطقة انقطاع أخرى للأمواج الكهرومغناطيسية. من جهة أخرى يمكن التعبير عن علاقة التشتت الموافقة للموجة العادية بالشكل (٤-٢٨) والتي تحتوي على انقطاع واحد فقط.



الشكل (٤-٢٨)علاقة التشتت الموافقة للموجة العادية والتي تحتوي على انقطاع واحد فقط.

٤-١٣ انتشار الأمواج الكهرومغناطيسية بصورة موازية لـ $\overrightarrow{B_0}$

Electromagnetic Waves parallel to $\overrightarrow{B_0}$

لنفرض الآن أن $\vec{k} = k\hat{z}$ ولنفرض أن لـ $\overrightarrow{E_1}$ مركبتين كما يلي :

$$\overrightarrow{E_1} = E_x\hat{x} + E_y\hat{y} \qquad (٤-٩٦)$$

يمكننا أيضا استخدام المعادلة الموجية للأمواج فوق العادية (٤-٨٦) :

$$(\omega^2 - c^2k^2)\overrightarrow{E}_1 + c^2k^2E_x\vec{k} = -4\pi i\,\omega\vec{j}_1 = 4\pi i\,\omega e n_0 \vec{v}_{e1}$$

فنحصل بعد القيام بإجراءات مماثلة للسابقة على علاقتي التشتت التاليتين :

$$\tilde{n}^2 = \frac{c^2k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1-(\omega_c/\omega)} \quad (R\,wave) \qquad (٤-٩٧)$$

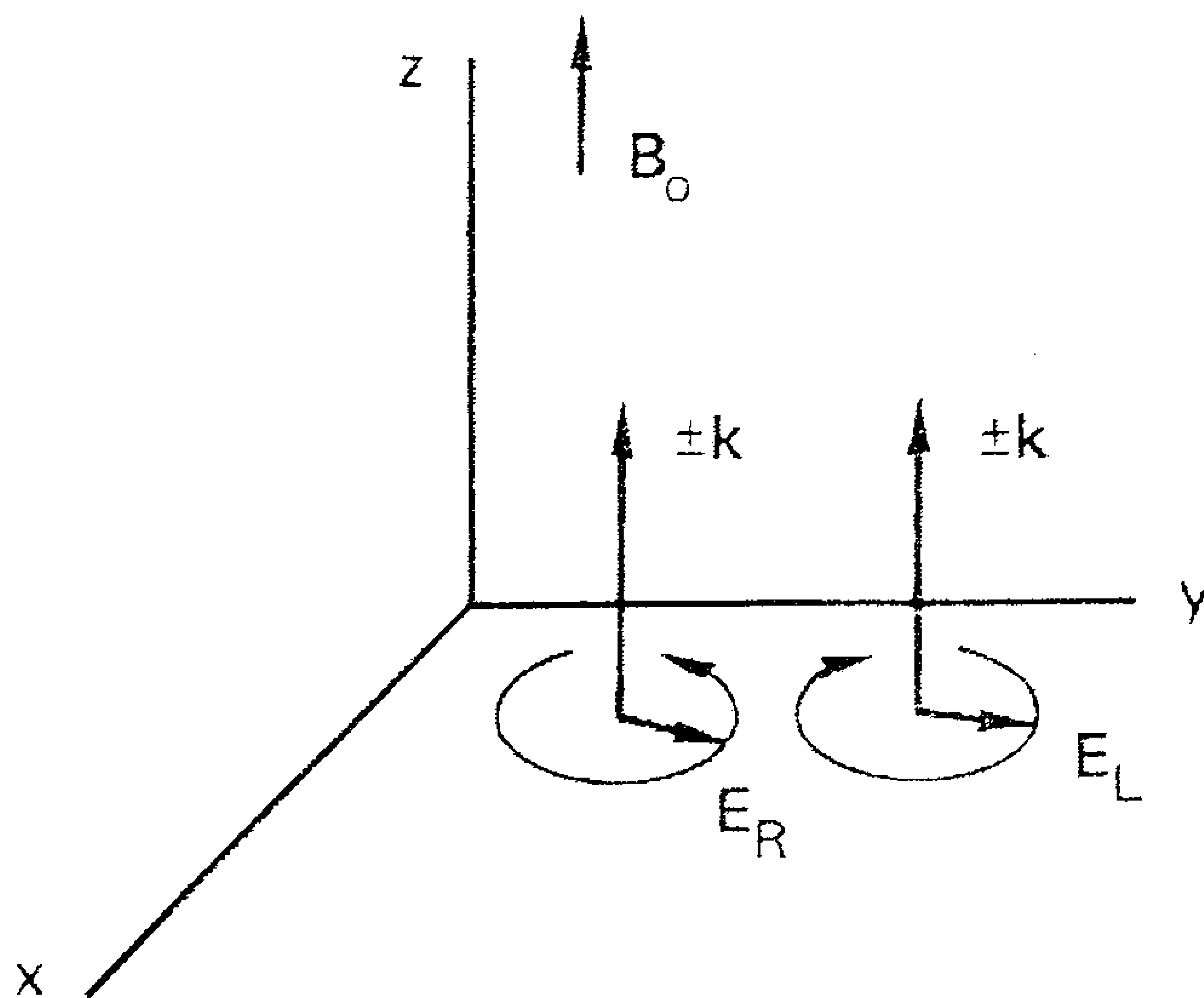
$$\tilde{n}^2 = \frac{c^2k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1+(\omega_c/\omega)} \quad (L\,wave) \qquad (٤-٩٨)$$

إن الموجتين R و L عبارة عن موجتين مستقطبتين استقطاب دائري يميني ويساري، حيث يدور متجه المجال الكهربائي للموجة R باتجاه عقارب الساعة بالنسبة للزمن عند النظر باتجاه $\overrightarrow{B_0}$ وعلى الغكس من ذلك بالنسبة للموجة L . تتكون الأمواج الأساسية المنتشرة عبر

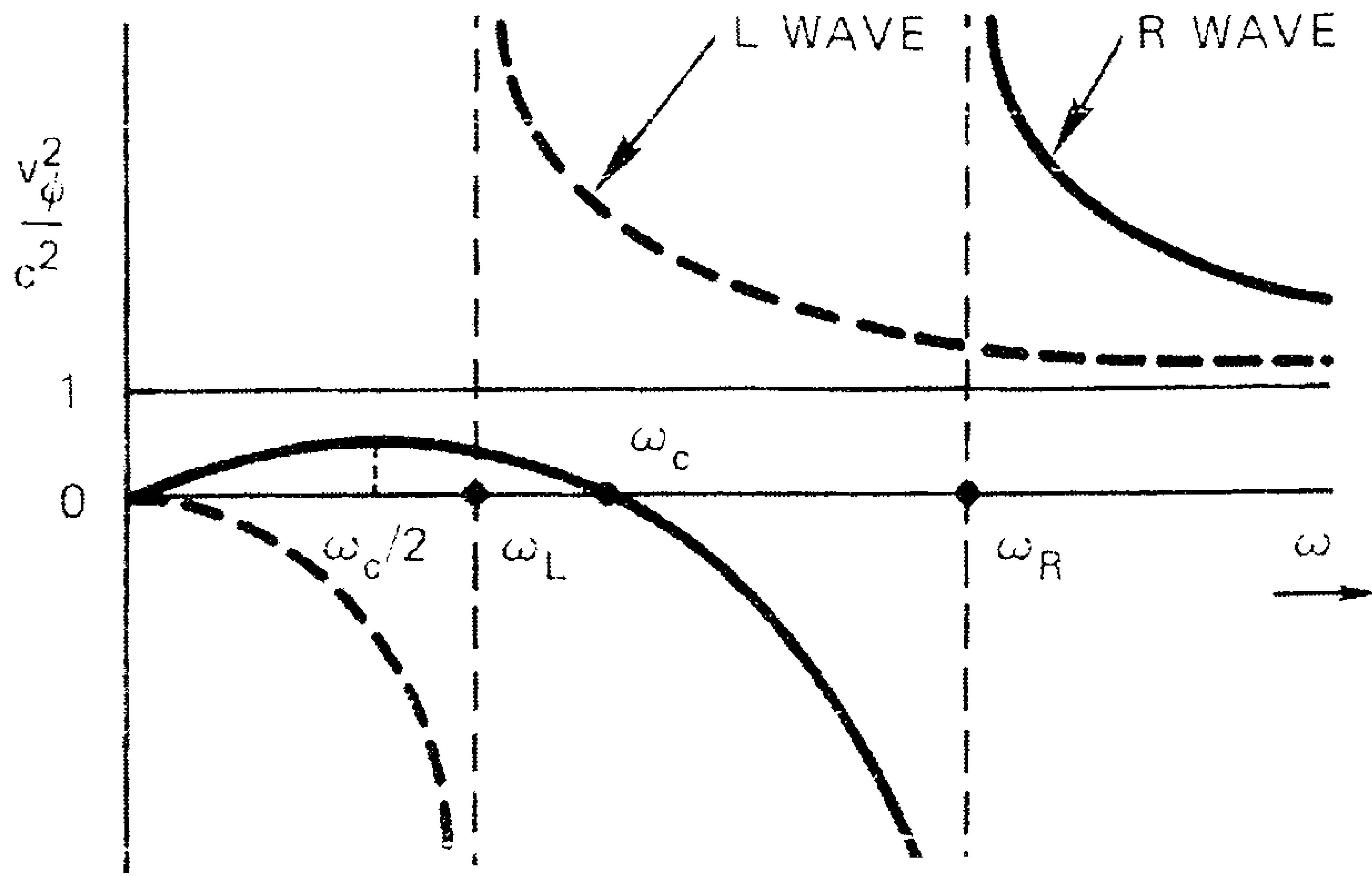
$\overrightarrow{B_0}$ مـن موجة مستقطبة استقطاب مستوي (O-Wave) وموجة مستقطبة استقطاب اهليلجي (X -Wave) .

لنحصل على حالتي القطع والرنين لـ R و L . تكون الموجة R في حالة رنين عندما $\omega = \omega_c$ والموافقة لـ $k \rightarrow \infty$ مع حركة سيكلترونية للإلكترون، وتكون جهة دوران مستوي الاستقطاب من نفس جهة التدويم (Gyration). كما تفقد الموجة طاقتها في التسارع المستمر للإلكترون، ولا يمكنها الانتشار. أما الموجة L لا يكون لها رنين بالنسبة للالكترونات بسبب دورانها بالاتجاه المعاكس. من جهة أخرى تعاني الموجة المستقطبة استقطاباً مستوياً والخاضعة لمجال مغناطيسي في البلازما من دوران في مستوي استقطابها عند إدخال حركة الأيون في الدراسة.

يوضح الشكل(٤-٢٩) الموجتين المستقطبتين استقطاب دائري يميني ويساري، كما يوضح الشكل (٤-٣٠) مخطط التشتت للموجتين R و L . نلاحظ أنه يكون للموجة L عصابة انقطاع عند الترددات المنخفضة، وتسلك سلوكاً مشابهاً للموجة O باستثناء الانقطاع ω_c ، لكن توجد عصابة ثانية للانتشار مع $v_{ph} < c$ تسمى الموجة من أجل ($\omega < \omega_c$ منطقة الترددات المنخفضة) بنموذج الأزيز لدينا (Whistler mode) والتي تعتبر مهمة في دراسة الأيونوسفير



الشكل (٤-٢٩) الموجتين المستقطبتين استقطاب دائري يميني ويساري



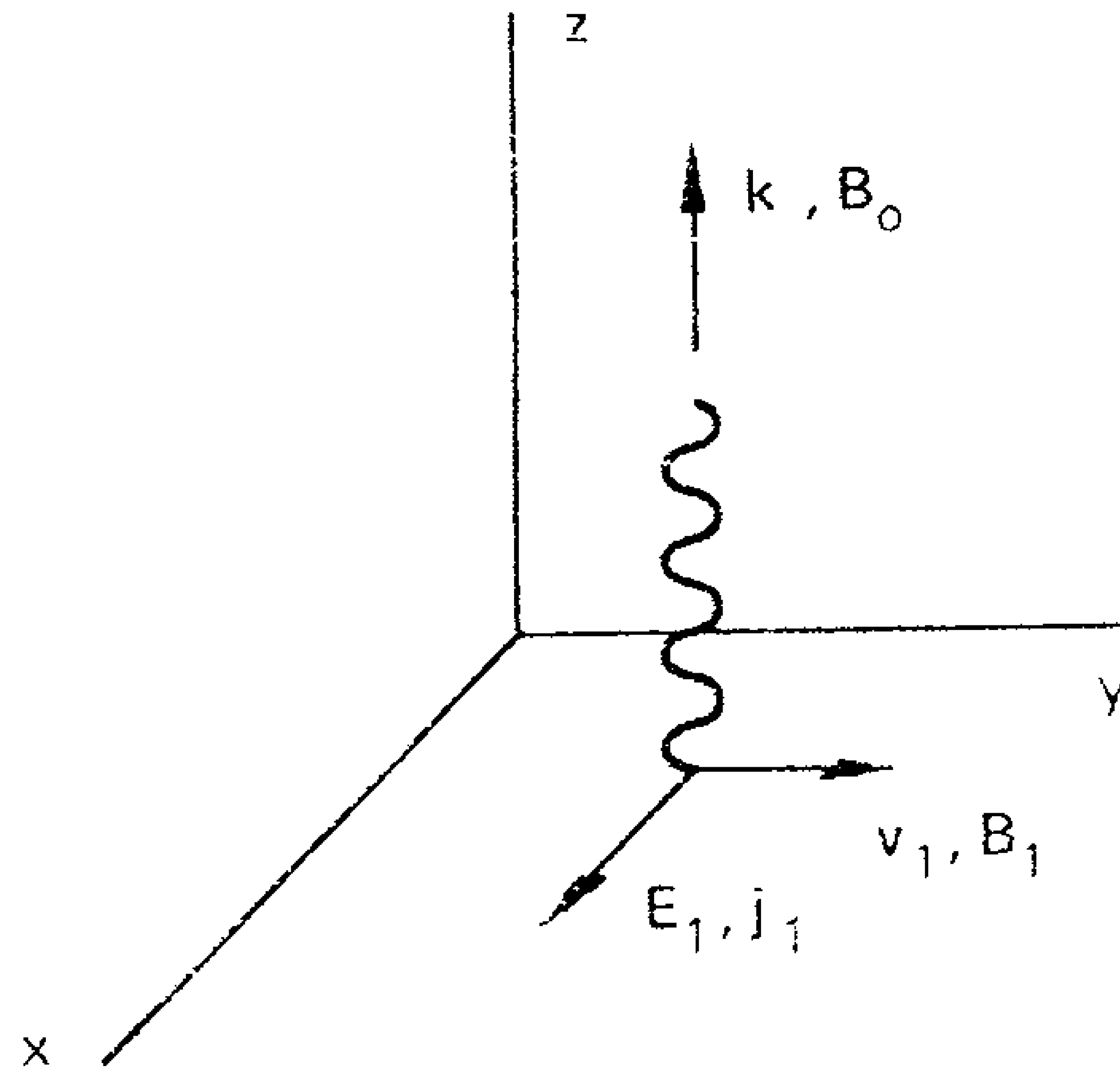
الشكل (٤-٣٠) مخطط كل من الموجتين R و L

٤-١٤ أمواج الموائع المغناطيسية(Magneto hydrodynamic Waves)

سندرس في الجزء الأخير من أنواع الأمواج المنتشرة في البلازما الأمواج الأيونية المنخفضة التردد بوجود مجال مغناطيسي. وسنركز على نوعين فقط من هذه الأمواج وهما أمواج الموائع الهيدرومغناطيسية المنتشرة باتجاه $\overrightarrow{B_0}$ أوأمواج ألفن بالإضافة إلى الأمواج المغناطيسية الصوتية.

أولا: أمواج ألفن (Alfven Waves)

أمواج ألفن في الإحداثيات المستوية تكون فيها جهة الانتشار $\vec{k}$ موازية لـ $\overrightarrow{B_0}$ أما $\overrightarrow{E_1}, \vec{j}_1$ فهي عمودية على $\overrightarrow{B_0}$، أما $\overrightarrow{B_1}, \vec{v}$ فهي عمودية على كل من $\overrightarrow{B_0}$ و $\overrightarrow{E_1}$ كما في الشكل (٤-٣١)



الشكل (٤-٣١)

نعتمد في الدراسة على معادلات ماكسويل :

$$(cgs)\ -\vec{k}(\vec{k}.\vec{E_1})+(\vec{k})^2\vec{E_1}=\frac{4\pi i\,\omega}{c^2}\vec{j_1}+\frac{\omega^2}{c}\vec{E_1}$$

$$(mks)\ -\vec{k}(\vec{k}.\vec{E_1})+(\vec{k})^2\vec{E_1}=\frac{i\,\omega}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j_1}+\frac{\omega^2}{c}\vec{E_1} \qquad (٤-٩٩)$$

بما أن $\vec{k}=k\hat{\vec{z}}$ و $\vec{E_1}=E_1\hat{\vec{x}}$ فإن المركبة الوحيـدة ذات الأهميـة هـي المركبـة x ، ويكون التيار $\vec{j}_1$ ناتج عن كل من الإلكترونات والأيونات لأننا ندرس الأمواج ذات الترددات المنخفضة . وتكون المركبة x للمعادلة (٤-٩٩) بالشكل :

$$(\omega^2-c^2k^2)E_1=-4\pi i\,\omega e n_0(v_{ix}-v_{ex})\ \ (cgs) \qquad (٤-١٠٠)$$

أما الحركات الحرارية لهذا النوع من الأمواج فهي ليست مهمة ، ولذلك نستطيع اسـتخدام حل معادلة حركة الأيونات مع اعتبار $T_i=0$.

يمكن للتعميم كتابة المركبة y للمعادلة (٤-٩٩) وحلها مع المعادلة (٤-١٠٠) وإيجـاد مركبـات السرعة لكـل مـن الإلكترونـات والأيونـات ولنفـرض أننـا اسـتخدمنا الرمـوز $M\,,+e,\Omega_c$ للأيونات والرموز $m\,,-e,\omega_c$ للإلكترونات ونحصل على الشكل النهائي التالي للحل :

$$v_{ix}=\frac{ie}{M\omega}(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2})^{-1}E_1,\quad v_{iy}=\frac{e}{M\omega}\frac{\Omega_c}{\omega}(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2})^{-1}E_1$$

$$v_{ex}=\frac{ie}{m\omega}\frac{\omega^2}{\omega_c^2}E_1\to 0,\quad v_{ey}=-\frac{e}{m}\frac{\omega_c}{\omega^2}\frac{\omega^2}{\omega_c^2}E_1=-\frac{E_1}{B_0} \qquad (٤-١٠١)$$

وضمن هذه التقريبات يمكن إهمال دوران لارمور للإلكترونات، ويكون للإلكترونات إنجراف بالاتجاه y مقداره $\vec{E}\times\vec{B}$. ونجد بتعويض هذه الحلول في المعادلة(٤-١٠٠):

$$(\omega^2-c^2k^2)E_1=-4\pi i\,\omega e n_0\frac{ie}{M\omega}(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2})^{-1}E_1\ \ (cgs) \qquad (٤-١٠٢)$$

يمكن كتابة المعادلة (٤-١٠٢) بدلالة تواتر آيونات البلازما بالشكل:

$$\omega^2-c^2k^2=\Omega_p^2(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2})^{-1} \qquad (٤-١٠٣)$$

لنفرض الآن أن $\omega^2<<\Omega_c^2$ أي أن تواتر أمواج الموائع المغناطيسية أقل بكثير من التواتر السيكلتروني للأيونات. وبالتالي تصبح المعادلة (٤-١٠٣) بالشكل:

$$\omega^2-c^2k^2=-\omega^2\frac{\Omega_p^2}{\Omega_c^2}=-\omega^2\frac{4\pi e^2n_0}{M}\frac{M^2}{e^2B_0^2}=-\omega^2\frac{4\pi\rho}{B_0^2}$$

$$\frac{\omega^2}{k^2}=\frac{c^2}{1+(\frac{4\pi\rho}{B_0^2})} \qquad (cgs) \qquad (٤-١٠٤)$$

حيث $\rho=n_0M$ كثافة الكتلة. يمثل المقام في العلاقة السابقة ثابت العزل النسبي للأمواج المنخفضة التردد عمودية الانتشار($\vec{k}=k\hat{z}$ و $\vec{E_1}=E_1\hat{x}$). تعطي المعادلة (٤-١٠٤) السرعة الطورية لموجة كهرومغناطيسية في وسط عازل.

$$\frac{\omega}{k}=\frac{c}{(\varepsilon_R\mu_R)^{1/2}}=\frac{c}{\varepsilon^{1/2}}\ \ for\ \mu_R=1$$

لقد وجدنا سابقاً أنه في معظم حالات البلازما المخبرية يكون $\varepsilon>>1$ وبالتالي يمكن كتابة المعادلة (٤-١٠٤) بشكل تقريبي بالشكل:

$$\frac{\omega}{k}=v_{ph}=\frac{B_0}{(4\pi\rho)^{1/2}}=v_A \qquad (cgs) \qquad (٤-١٠٥)$$

وتنتشر هذه الأمواج الكهرومغناطيسية بشكل مواز لـ $\vec{B_0}$ وبسرعة ثابتة تسمى سرعة آلفن (cgs) $\frac{\omega}{k}=v_{ph}=\frac{B_0}{(4\pi\rho)^{1/2}}=v_A$ وهي السرعة المميزة لإنتشار خطوط المجال المغناطيسي. ويعطى ثابت العزل النسبي في هذه الحالة بالشكل:

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{4\pi\rho c^2}{B} = 1 + \frac{c^2}{v_A^2} \qquad (١٠٦-٤)$$

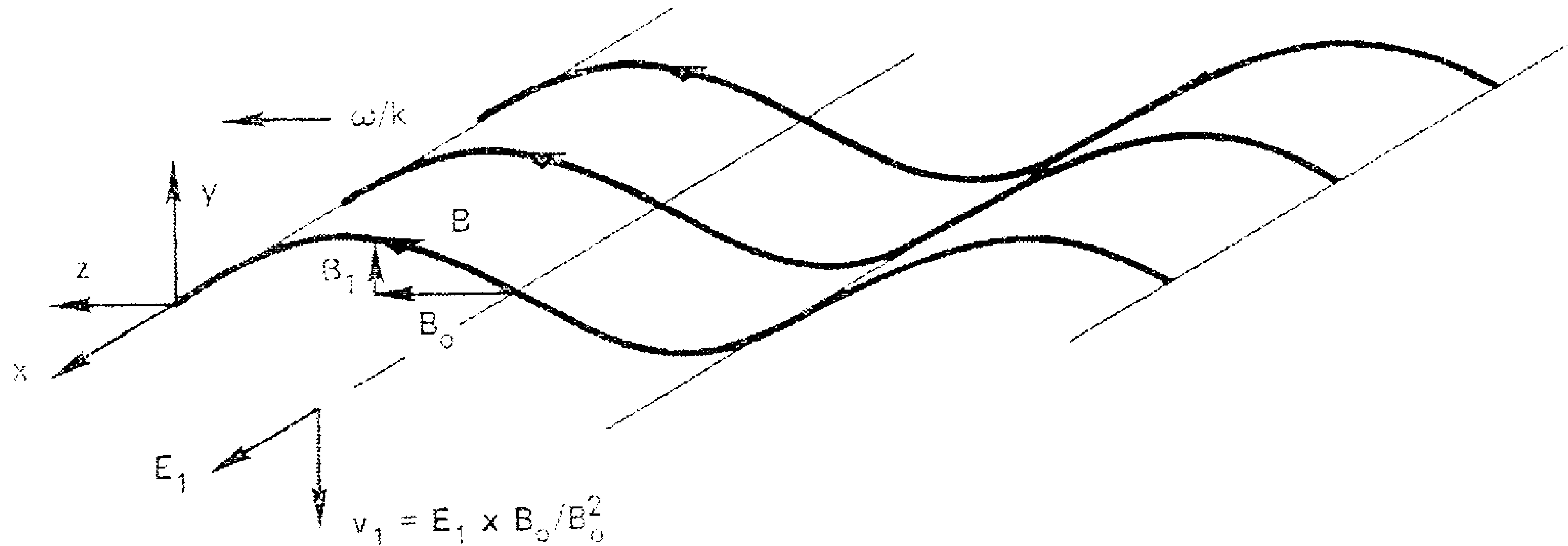
نشير هنا إلى أن v_A صغيرة في معظم أنواع البلازما وبالتالي يكون ثابت العزل النسبي كبيرا.

إن مايحدث فيزيائيا لموجة آلفن، مع التذكير بأنها موجة كهرومغناطيسية فيها مجال مغناطيسي مضطرب $\overrightarrow{B_1}$ معطى بالعلاقة:

$$(mks)\ \vec{\nabla}\times\overrightarrow{E_1} = -\frac{\partial \overrightarrow{B_1}}{\partial t}, \quad (cgs)\ \vec{\nabla}\times\overrightarrow{E_1} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overrightarrow{B_1}}{\partial t} \qquad (١٠٧-٤)$$

$$-ikE_x = i\omega B_y \Rightarrow E_x = \frac{\omega}{k}B_y \ (mks), -ikE_x = \frac{i\omega}{c}B_y \Rightarrow E_x = \frac{\omega}{ck}B_y \ (cgs)$$

هو أن الإضافة الصغيرة B_y على المجال المغناطيسي $\overrightarrow{B_0}$ تؤدي إلى جعل خطوط المجال جيبية، كما في الشكل (٤-٣٢).



الشكل (٤-٣٢)

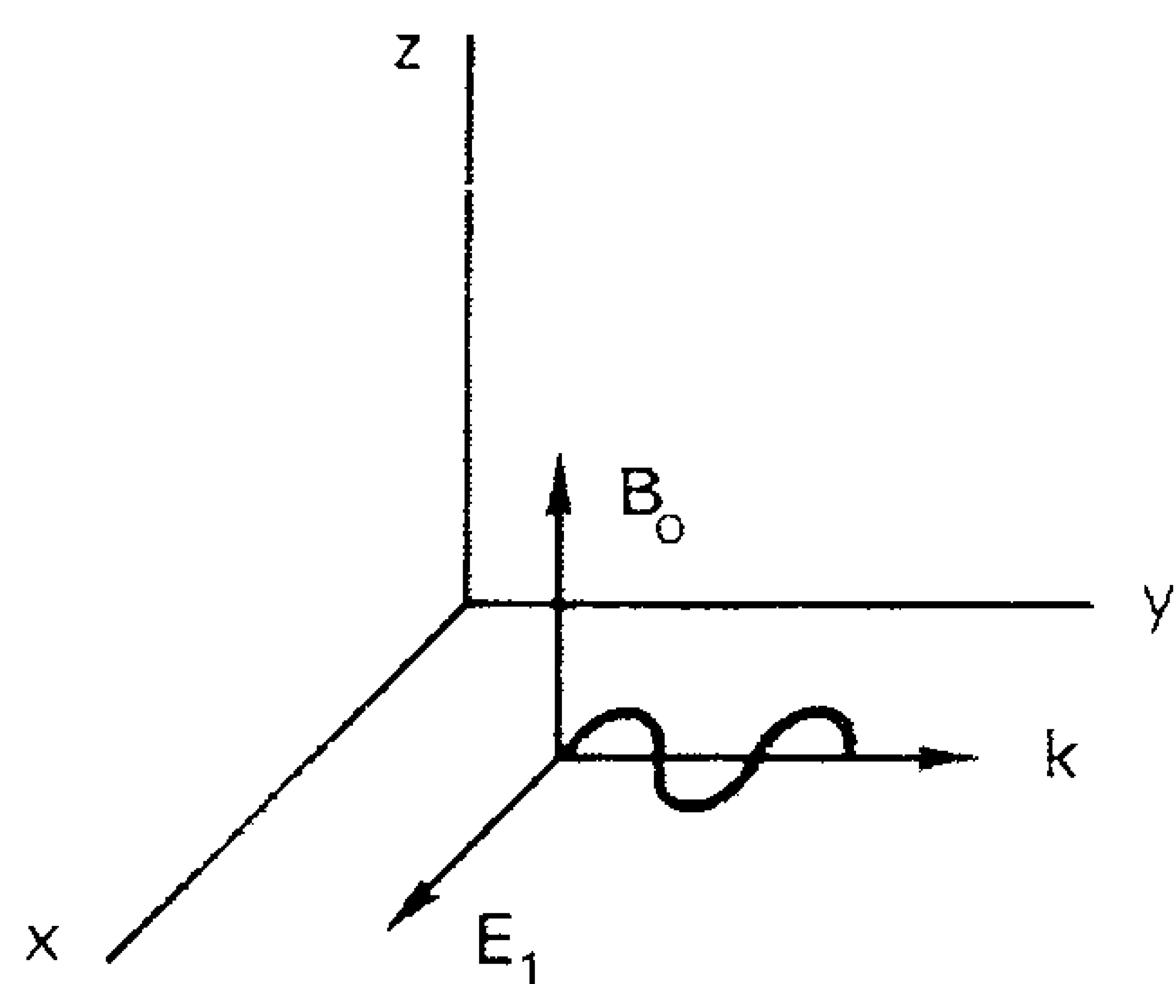
إذا تظهر أنماط جديدة للحركة الموجية عند انضغاط المائع الناقل والخاضع لمجال مغناطيسي، وذلك نظرا لوجود إجهادات مكافئة لـ $\frac{B_0^2}{\mu_0}\ (mks)$، $\frac{B_0^2}{4\pi}\ (cgs)$ باتجاه خطوط المجال المغناطيسي وضغط هيدروستاتي متماثل الخواص $\frac{B_0^2}{2\mu_0}\ (mks)$، $\frac{B_0^2}{8\pi}\ (cgs)$ كما تتصرف خطوط المجال المغناطيسي كأوتار تحت توتر قدره $\frac{B_0^2}{\mu_0}\ (mks)$، $\frac{B_0^2}{4\pi}\ (cgs)$.

وتتصرف جسيمات البلازما في المائع التام الناقلية وكأنها مشدودة إلى خطوط المجال

المغناطيسي ، وبالتالي تبدو خطوط القوة كأوتار مشدودة تحت تأثير الشد (التوتر) . بالمقارنة مع الاهتزازات العرضانية للأوتار المرنة ، و تشكل خطوط المجال المغناطيسي اهتزازات عرضانية عندما يتعرض المائع الناقل لإضطراب طفيف عن وضع الاتزان ، وتعطى سرعة انتشار هذه الاهتزازات العرضانية بسرعة آلفن (مربع سرعة آلفن= الشدة/ الكثافة)

ثانيا: الأمواج الصوتية المغناطيسية(Magnetosonic waves):

تعتبر معظم الأنماط الأساسية للحركة الموجية التي تنتشر في مائع قابل للانضغاط وغير ناقل ، عبارة عن أمواج صوتية طولية ، لندرس الآن حالة الأمواج الكهرومغناطيسية المنخفضة التردد والمنتشرة عموديا على $\overrightarrow{B_0}$. بحيث نختار $\overrightarrow{B_0} = B_0\hat{z}$ و $\overrightarrow{E_1} = E_1\hat{x}$ أما جهة الانتشار فهي $\vec{k} = k\hat{y}$ كما في الشكل (٤-٣٣) . وبالتالي نلاحظ أن انجراف (جر) المقدار $\vec{E} \times \overrightarrow{B_0}$ هو بالاتجاه $\vec{k} = k\hat{y}$ وبالتالي البلازما منضغطة وتتم دراستها خلال فترة الاهتزازات . لذلك يجب أن تحوي معادلة الحركة على الحد ∇p .



الشكل (٤-٣٣)

وتكون معادلة حركة الأيونات :

$$Mn_0 \frac{\partial \vec{v}_{i1}}{\partial t} = en_0(\overrightarrow{E_1} + \frac{1}{c}\vec{v}_{i1} \times \overrightarrow{B_0}) - \gamma_i \, \kappa T_i \, \nabla n_1 \quad (١٠٨-٤)$$

وبما أننا اخترنا $\overrightarrow{E_1} = E_1\hat{x}$ و $\vec{k} = k\hat{y}$ فإننا نحصل على :

$$v_{ix}=\frac{ie}{M\omega}(E_x+\frac{v_{iy}}{c}B_0)$$
$$v_{iy}=\frac{ie}{M\omega}(-\frac{v_{ix}}{c}B_0)+\frac{k}{\omega}\frac{\gamma_i\,\kappa T_i}{M}\frac{n_1}{n_0} \qquad (٤-١٠٩)$$

ومن معادلة الاستمرار نحصل على :

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\nabla(n.\vec{v}_i)=0\Rightarrow i\omega n_1=ikn_0v_{iy}\Rightarrow\frac{n_0}{n_1}=\frac{k}{\omega}v_{iy} \qquad (٤-١١٠)$$

وبالتالي تصبح المعادلة الثانية من (٤-١٠٩) بالشكل :

$$v_{iy}=-\frac{ie}{M\omega}\frac{v_{ix}}{c}B_0+\frac{k^2}{\omega^2}\frac{\gamma_i\,\kappa T_i}{M}v_{iy}\Rightarrow v_{iy}(1-A)=-\frac{i\Omega_c}{\omega}v_{ix};A=\frac{k^2}{\omega^2}\frac{\gamma_i\,\kappa T_i}{M} \qquad (٤-١١١)$$

بتعويض هذه العلاقة في المعادلة الأولى من (٤-١٠٩) والإصلاح نحصل على :

$$v_{ix}=\frac{ie}{M\omega}E_x+\frac{i\Omega_c}{\omega}(-i\frac{i\Omega_c}{\omega})(1-A)^{-1}v_{ix}$$
$$v_{ix}(1-\frac{\Omega_c^2/\omega^2}{1-A})=\frac{ie}{M\omega}E_x \qquad (٤-١١٢)$$

وهي المركبة الوحيدة لـــ v_{i1} التي نحتاج إليها . نستطيع كتابة المعادلة (٤-١٠٠) بالشكل :

$$(\omega^2-c^2k^2)E_x=-4\pi i\omega en_0(v_{ix}-v_{ex})\ (cgs) \qquad (٤-١١٣)$$

وبإيجاد v_{ex} بطريقة مشابهة بعد فرض : $\omega^2<<\omega_c^2,\ \omega^2<<k^2v_{ther}^2$ فنحصل على :

$$v_{ex}=\frac{ie}{m\omega}\frac{\omega^2}{\omega_c^2}(1-\frac{k^2}{\omega^2}\frac{\gamma_e\,\kappa T_e}{m})E_x\rightarrow\frac{ik^2c^2}{\omega B_0^2}\frac{\gamma_e\,\kappa T_e}{e}E_x \qquad (٤-١١٤)$$

بالحل المشترك للمعادلات الثلاث الأخيرة وبفرض $\omega^2<<\Omega_c^2$ بحيث يمكن إهمـال $1-A$ بالنسبة لـــ Ω_c^2/ω^2 واعتماداً على تعريف v_A,Ω_p نحصل على علاقة التشتت التالية :

$$\frac{\omega^2}{k^2}=c^2\frac{v_s^2+v_A^2}{c^2+v_A^2} \qquad (٤-١١٥)$$

حيث v_s سرعة انتشار الموجة الصوتية والناتجة عن انضغاط وتخلخل جسيمات الوسط والناتجة عن تغيرات في الضغط p والكثافة ρ بالعلاقة التالية :

$$v_s = (\gamma p / \rho)^{1/2} = (\kappa T_e / M)^{1/2} \quad (٤-١١٦)$$

حيث : $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ النسبة بين الحرارة النوعية تحت ضغط وحجم ثابت .

تمثل المعادلة (٤-١١٥) علاقة تشتت الأمواج المغناطيسية الصوتية التي يحدث فيها التخلخل والانضغاط ليس من الحركة وفق الاتجاه $\overrightarrow{E_1} = E_1\hat{x}$ وإنما من الانجرافات $\vec{E} \times \overrightarrow{B_0}$ العمودية على $\overrightarrow{E_1} = E_1\hat{x}$.

عندما $\overrightarrow{B_0} \to 0, v_A \to 0$ تتحول الموجة المغناطيسية الصوتية إلى موجة صوتية عادية . أما عندما $\kappa T \to 0, v_s \to 0$ ينعدم تأثير قوة تدرج الضغط ∇p وتصبح الموجة موجة آلفن المعدلة . وتكون السرعة الطورية للأمواج المغناطيسية الصوتية عادة أكبر من v_A ولهذا تسمى عادة بالموجة الهيدرومغناطيسية السريعة .

٤-١٥ معادلات MHD لمائع ناقل وغير لزج وقابل للانضغاط

المعادلات الأساسية

لدراسة انتشار الأمواج في مائع مغناطيسي ناقل، يفترض هنا آن هذا المائع تام الناقلية وغير لزج وقابل للانضغاط ويغمر في مجال مغناطيسي، حيث نركز هنا على مجموعة معادلات الانتقال، التي تصف سلوك البلازما ككل تفيد هذه الطريقة في تحديد البارامترات الجهرية الكلية موضع الدرس كالكتلة وكثافة الشحنة وكثافة تيار الشحنة والتدفق ومتجه التدفق الحراري الكلي . والتي تعبر عن سلوك المائع الناقل . وهذه المعادلات هي (سنستخدم الجملة الدولية للسهولة) :

- معادلة الاستمرار لكل المائع الناقل

$$\partial/\partial t \, \rho + \nabla(\rho\vec{u}) = 0 \quad (٤-١١٧)$$

- معادلة الحركة

$$\rho(\partial\vec{u} / \partial t) = \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla}.\vec{P} \quad (٤-١١٨)$$

- معادلة انحفاظ الطاقة المكظومة

$$\vec{\nabla}.p = v_s^2.\nabla\rho \quad (٤-١١٩)$$

حيث ρ : كثافة الكتلة بصورة عامة

$\vec{j}$: كثافة التيار الكهربائي

v_s : السرعة المكظومة للصوت

P : الضغط الجهري الكلي

يضاف إلى المعادلات المذكورة أعلاه معادلتي الدوار لماكسويل التاليتين :

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad (٤-١٢٠)$$ قانون فارادي

$$\vec{\nabla}\times\vec{B_1} = \mu_0\vec{j} \qquad (٤-١٢١)$$ قانون أمبير

وقانون أوم العام

$$\vec{j} = \sigma_0(\vec{E}+\vec{u}\times\vec{B}) \qquad (٤-١٢٢)$$

حيث σ_0 : الناقلية الكهربائية للمائع و $\vec{E}$: المجال الكهربائي

يفترض هنا أن التعادل الكهربائي الجهري يشتمل على درجة عالية من التقريبات في جملة المعادلات MHD ، حيث تتلاشى كثافة الشحنات الكهربائية ، كما ويمكن إهمال الحد $\partial E/\partial t$ في المعادلة (٤-١٢١) من أجل الظواهر الموافقة لتردد منخفض جداً وموائع عالية الناقلية . أما بالنسبة لقانون أوم العام (٤-١٢٢) فقد تم إهمال كل من المشتقات الزمنية وتدرجات الضغط واللزوجة والناقلية الحرارية ، كما تم استبدال ثنائي الضغط بالضغط القياسي .

تفيد هذه التقريبات لجملة المعادلات العامة للمائع الناقل في تبسيط وفهم العمليات الفيزيائية للمائع الناقل من أجل ترددات منخفضة ، وذلك بالاختصار الجوهري للتعقيدات الرياضية لهذه المعادلات ، وبالتالي يصبح قانون أوم بالشكل التالي :

$$\vec{E}+\vec{u}\times\vec{B} = 0 \qquad (٤-١٢٣)$$

بتعويض كل من ∇P من (٤-١١٩) و $\vec{j}$ من (٤-١٢١) في (٤-١١٧) نحصل على المعادلة التالية :

$$\rho(\partial\vec{u}/\partial t)+\rho(\vec{u}.\vec{\nabla})\vec{u} = -v_s^2.\nabla\rho+(\nabla\times\vec{B})\times\vec{B}/\mu_0 \qquad (٤-١٢٤)$$

كما نحصل من (٤-١٢٠) و (٤-١٢٣) على المعادلة التالية :

$$\nabla\times(\vec{u}\times\vec{B}) = \partial\vec{B}/\partial t \qquad (٤-١٢٥)$$

للحصول على علاقة التشتت للأمواج ذات السعات الصغيرة، يتم آخذ انحرافات سعوية صغيرة عن حالات الاتزان كما يلي :

$$\vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0+\vec{B}_1(\vec{r},t) \qquad (١٢٦-٤)$$

$$\rho(\vec{r},t)=\rho_0+\rho_1(\vec{r},t) \qquad (١٢٧-٤)$$

$$\vec{u}(\vec{r},t)=\vec{u}_1(\vec{r},t) \qquad (١٢٨-٤)$$

بالتعويض عن العلاقات من (٤-١٢٦) إلى (٤-١٢٨) في (٤-١١٧) و (٤-١٢٤) و (٤-١٢٥) والاختصار بعد اهمال حدود المرتبة الثانية نحصل على معادلات خطية من المرتبة الأولى كما يلي :

$$\partial\rho_1/\partial t+\rho_0(\nabla\vec{u})=0 \qquad (١٢٩-٤)$$

$$\rho_0(\partial\vec{u}_1/\partial t)+v_s^2.\nabla\rho_1+\vec{B}_0\times(\nabla\times\vec{B})/\mu_0=0 \qquad (١٣٠-٤)$$

$$\partial\vec{B}_1/\partial t-\nabla\times(\vec{u}_1\times\vec{B}_0)=0 \qquad (١٣١-٤)$$

بأخذ الحل الموافق للموجة المستوية بالشكل التالي :

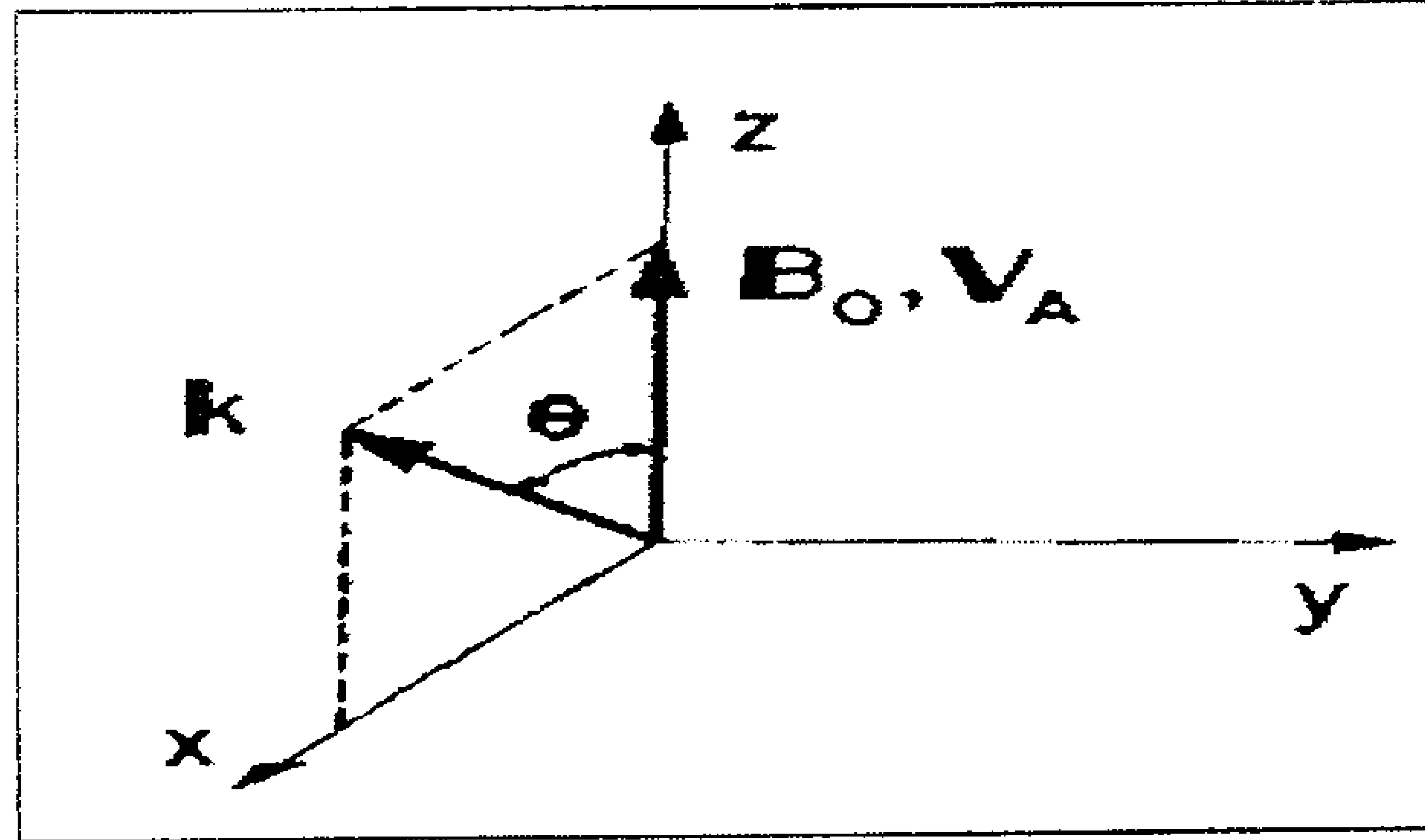
$$\vec{u}_1(\vec{r},t)=\vec{u}_1\exp[i(kx-\omega t)] \qquad (١٣٢-٤)$$

وبالتالي نعوض: $\frac{\partial}{\partial t}\to -i\,\omega,\ \nabla\to i\,\vec{k}$ ، ثم نعوض في جملة المعادلات من (٤-١٢٩) حتى(٤-١٣١) نحصل بعد القيام بالعمليات الرياضية اللازمة على العلاقة التالية :

$$-\omega^2\vec{u}_1+(v_s^2+v_A^2)(\vec{k}\,\vec{u}_1)\vec{k}+(\vec{k}\,v_A)[(\vec{k}\,v_A)\vec{u}_1-(v_A\,\vec{u}_1)\vec{k}-(\vec{k}\,\vec{u}_1)v_A=0 \qquad (١٣٣-٤)$$

إن هذه العبارة عامة إلا أنها تقود إلى حلول بسيطة جديرة بالاعتبار بالنسبة لأمواج منتشرة بصورة موازية أو معامدة للمجال المغناطيسي . وسنترك للقاريء الكريم إيجاد هذه الحلول عند الضرورة وذلك باتباع خطوات طالما تم اتباعها سابقا في هذا الكتاب .

أما في حالة الانتشار باتجاه كيفي بالنسبة للمجال المغناطيسي $\vec{B}_0$ يتم اختيار جملة الإحداثيات الديكارتية كما هو موضح في الشكل (٤-٣٤) ، حيث :



الشكل (٤-٣٤) جملة الاحداثيات الديكارتية باتجاهات نسبية للمتجهين $\vec{k}$ و $\vec{B_0}$

$$\vec{k} = k(\sin\theta\hat{\vec{x}} + \cos\theta\hat{\vec{z}})$$

$$\vec{v}_A = v_A\hat{\vec{z}}, \qquad \vec{u_1} = u_{1x}\hat{\vec{x}} + u_{1y}\hat{\vec{y}} + u_{1z}\hat{\vec{z}}, \qquad \vec{k}.\vec{v}_A = kv_A\cos\theta \quad (١٣٤-٤)$$

$$\vec{k}\,\vec{u_1} = k(u_{1x}\sin\theta + u_{1z}\cos\theta), \qquad \vec{v}_A\,\vec{u_1} = v_A u_{1z}$$

بتعويض هذه العلاقات في (٤-١٣٣) نحصل بعد سلسلة من الاختصارات على المعادلات الموافقة للمركبات x و y و z

$$(-\omega^2 + k^2v_A^2 + k^2v_s^2(\sin\theta)^2)u_{1x} + (k^2v_s^2.\sin\theta.\cos\theta)u_{1z} = 0 \quad (١٣٥-٤)$$

$$(-\omega^2 + k^2v_s^2(\cos\theta)^2)u_{1y} = 0 \quad (١٣٦-٤)$$

$$(k^2v_s^2.\sin\theta.\cos\theta)u_{1x} + (-\omega^2 + k^2v_s^2(\cos\theta)^2)u_{1z} = 0 \quad (١٣٧-٤)$$

نلاحظ من (٤-١٣٦)وجود موجة مستقطبة خطيا وتحتوي على اهتزازات في الاتجاه المعامد لكل من $\vec{k}$ و $\vec{B_0}$ ($u_{1y} = 0$) وسرعة طورية تعطى بالعلاقة التالية :

$$\frac{\omega}{k} = v_A\cos\theta \quad (١٣٨-٤)$$

تعبر هذه العلاقة عن موجة ألفن الصرفة ، كما تختفي موجة ألفن من أجل $\theta = \frac{\pi}{2}$ ،

بينما من أجل $\theta = 0$ نحصل على $v_{ph} = \frac{\omega}{k} = v_A$.

٤-١٦ أمواج MHD السريعة والبطيئة

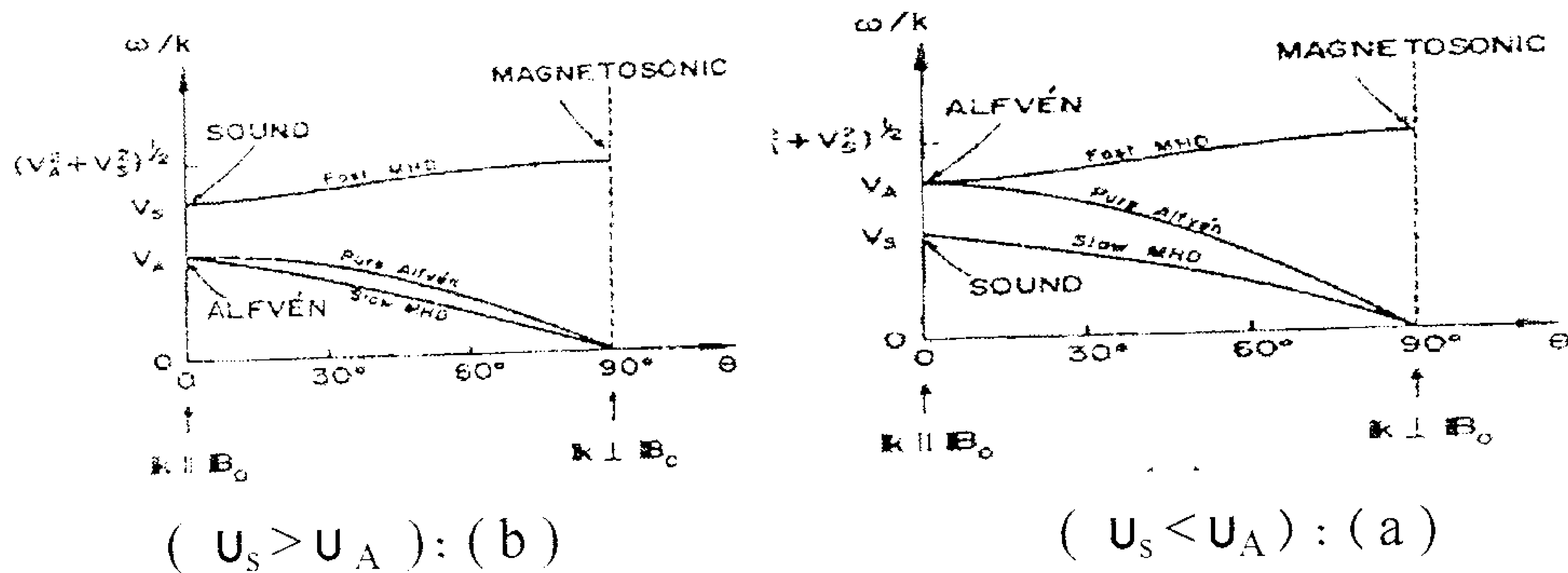
يمكن إيجاد علاقة التشتت بجعل معين الأمثال للمعادلتين(٤-١٣٥) و (٤-١٣٧) معدوم. نحصل بعد سلسلة من الإجراءات الرياضية على علاقة التشتت في حدود سرعة الطور التالية :

$$(\frac{\omega}{k})^2 = \frac{(v_s^2 + v_A^2)}{2} \pm \frac{1}{2}[((v_s^2 + v_A^2)^2 - 4(v_s^2 v_A^2)(\cos\theta)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (١٣٩-٤)$$

يسمى الحلان الموافقان للإشارتين الموجبة والسالبة على التوالي بموجة MHD السريعة والبطيئة ، أما الجذر التربيعي لطرفي هذه العلاقة فلا يعطي نمطين مختلفين للاهتزاز ، وإنما اتجاهين متعاكسين للانتشار .

السرعة الطورية

يتضح من العلاقتين (٤-١٣٨) و (٤-١٣٩) أن للأمواجMHD ثلاث سرعات طوريه ثابتة ، من أجل جميع الترددات ، لهذا لا يوجد تشتت. يوضح الشكل(٤-٣٥) سرعة الطور لكل موجة من هذه الأمواج كتابع للزاوية (θ) الكائنة بين $\vec{k}$ و $\vec{B_0}$ من أجل الحالتين ( ) . ($U_S > U_A$)و $U_S < U_A$) .



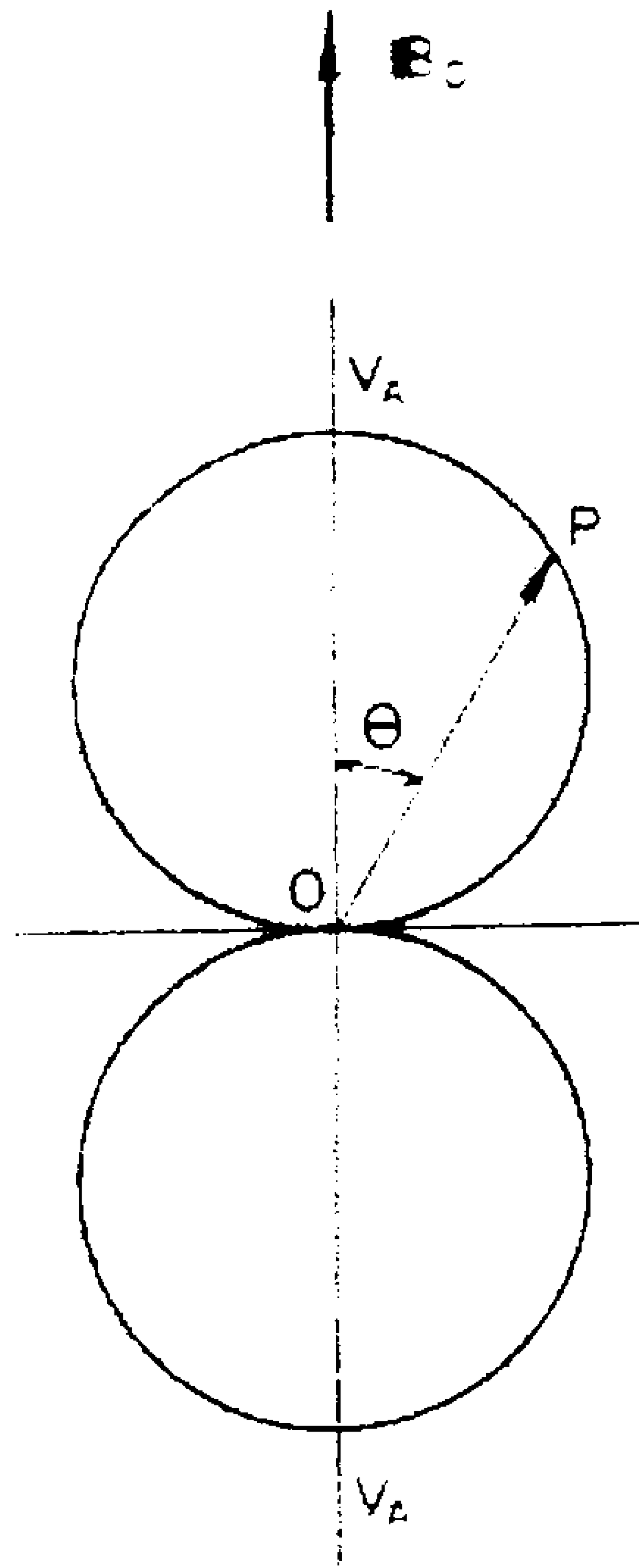
($U_S > U_A$): (b) ($U_S < U_A$) : (a)

الشكل (٤-٣٥):منحنيات السرعة الطورية (مستقلة عن التردد) كتابع للزاوية (θ) لأمواج MHD السريعة والبطيئة

٤-١٧ سطوح المتعامد الموجي (Wave normal Surfaces)

يمكن تمثيل انتشار الأمواج أعلاه بمخطط يسمى مخطط السرعة الطورية أو سطوح المتعامد الموجي ، والتي تعبر عن تغيرات السرعة الطورية للأمواج المستوية فراغيا بالنسبة لاتجاه المجال المغناطيسي $\vec{B_0}$. يوضح الشكل (٤-٣٦) مخطط المتعامد الموجي لموجة ألفن الصرفة

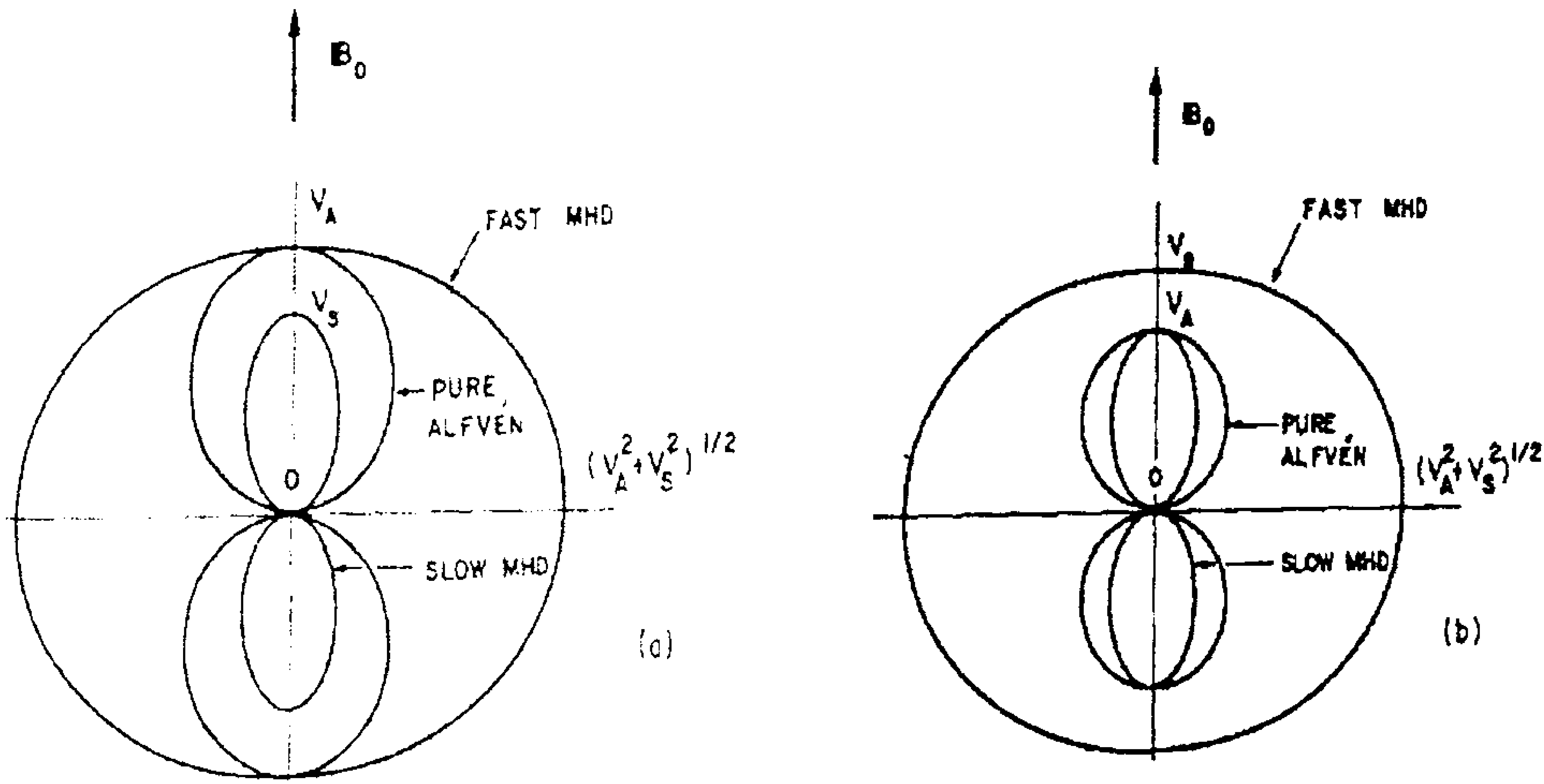
والمأخوذة من العلاقة (٤-١٣٨) يمثل op كل من السرعة الطورية للموجة المستوية واتجاه المتعامد الموجي بالنسبة لـ $\overrightarrow{B_0}$.



الشكل (٤-٣٦) : مخطط المتعامد الموجي لموجة ألفن الصرفة، وهو يعبر عن تغيرات سرعة الطور واتجاه التعامد الموجي من أجل زاوية كيفية (θ) بالنسبة لـ $\overrightarrow{B_0}$

يمكن الحصول على سطح المتعامد الموجي فراغياً بدوران op حول المحور المنطبق على $\overrightarrow{B_0}$ ، وبالتالي يمكن الحصول على سطح المتعامد الموجي لبقية الأمواج المدروسة أعلاه.

يوضح الشكل (٤-٣٧) مخططات المتعامد الموجي لموجة ألفن المنتشرة وأمواج MHD السريعة والبطيئة في الحالتين: ($U_S < U_A$) و ($U_S > U_A$) .



الشكل (٤-٣٧) مخططات المتعامد الموجي لموجة ألفن المنتشرة وأمواج MHD السريعة والبطيئة

يكون سطح المتعامد الموجي الموافق لموجة MHD السريعة منبسط ، ويحتوي السطح المغلف كرتين تمران عبره ، والتي تتطابق مع موجة ألفن .

٤-١٨ تأثير تيار الإزاحة على انتشار الأمواج MHD:

للبحث عن حد تيار الإزاحة $\varepsilon_0 \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$ والذي يظهر في معادلة ماكسويل $(\nabla \times \overrightarrow{B})$ يجب أن يكون المائع عالي الناقلية ، عند ترددات منخفضة نسبياً (أخفض من التردد السيكلتروني) ، تكون النتائج صحيحة فقط عند الترددات التي يكون من أجلها تأثيرات الشحنات المنفصلة مهمل .

لدراسة هذه الحالة نضيف الحد $\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$ إلى المعادلة (٤-١٢١)، كما يجب التعويض عن تدرج كثافة التيار ضمن الحد $\vec{j} \times \overrightarrow{B}$ في المعادلة (٤-١١٨) فنحصل على :

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu_0}\left[(\nabla \times \overrightarrow{B}) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial(\vec{u} \times \overrightarrow{B})}{\partial t}\right] \qquad (٤-١٤٠)$$

بدراسة مشابهة للفقرات السابقة نحصل على معادلة موجة مستوية من الشكل التالي :

(١٤١-٤)

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}[(1+\frac{v_A^2}{c^2})\vec{u}_1-\frac{1}{c^2}(\vec{v}_A\,\vec{u}_1)\vec{v}_A]-v_s^2\nabla(\nabla\vec{u}_1)+\vec{v}_A\times\left\{\nabla\times\left[\nabla(\vec{u}_1\times\vec{v}_A)\right]\right\}=0$$

بأخذ الحل الموافق للموجة المستوية بالشكل التالي :

$$\vec{u}_1(\vec{r},t)=\vec{u}_1\exp[i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)]$$

وبالتالي نعوض: $\frac{\partial}{\partial t}\to -i\,\omega,\ \nabla\to i\,\vec{k}$ ، بالتعويض في العلاقة (٤-١٤١)

نحصل بعد الاختصار على ما يلي :

(١٤٢-٤)

$$-\omega^2[(1+\frac{v_A^2}{c^2})\vec{u}_1-\frac{1}{c^2}(\vec{v}_A\,\vec{u}_1)\vec{v}_A]+(v_s^2+v_A^2)(\vec{k}\,\vec{u}_1)\vec{k}+(kv_A).[(kv_A)\vec{u}_1-(v_A\vec{u}_1)\vec{k}-(\vec{k}\,\vec{u}_1)v_A]=0$$

ونميز حالتين تبعاً لجهة الانتشار :

أولاً: الانتشار وفق المجال الصوتي المغناطيسي $\vec{k}\perp\vec{B}_0$

نحصل في هذه الحالة على $\vec{k}.\vec{v}_A=0$ و $\vec{v}_A\,\vec{u}_1=0$ ، و بالتالي تعطى سرعة طور الموجة الصوتية المغناطيسية والمنتشرة خلال $\vec{B}_0$ كما يلي :

$$\frac{\omega}{k}=\frac{(v_s^2+v_A^2)^{\frac{1}{2}}}{(1+\frac{v_A^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}} \qquad (٤-١٤٣)$$

ثانياً: الانتشار وفق المجال الصوتي المغناطيسي الساكن $\vec{k}\,||\,\vec{B}_0$

في هذه الحالة تكون $\vec{v}_A\,||\,\vec{u}_1$ وبالتالي تصبح (٤-١٤٢) ضمن هذه الشروط مطابقة للمعادلة (٤-١٣٣) ، و تعطى السرعة الطورية كما يلي :

$$\frac{\omega}{k}=\frac{v_A}{(1+\frac{v_A^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}} \qquad (٤-١٤٤)$$

من أجل $\frac{v_A^2}{c^2}<<1$ نحصل على $\frac{\omega}{k}=v_A$ ، وبالتالي تكون تأثيرات تيار الإزاحة مهملة . من جهة أخرى ومن أجل $\frac{v_A^2}{c^2}>>1$ نحصل على $\frac{\omega}{k}=c$.

٤-١٩ تخامد أمواج MHD

نحصل على حالة التخامد لأمواج MHD عندما يكون المائع غير تام الناقلية، أي له ناقلية محدودة. بأخذ تأثيرات اللزوجة الكينماتية η_k واللزوجة المغناطيسية η_m. ضمن هذه الشروط يمكن الحصول من المعادلات (٤-١٢٩) و (٤-١٣٠) و(٤-١٣١) وبعد القيام بدراسة رياضية مشابهة للفقرات السابقة، على العلاقة التالية :

(٤-١٤٥)

$$-\omega^2(1+i\eta_k k^2\omega)(1+\frac{i\eta_m k^2}{\omega})\vec{u_1}+(1+\frac{i\eta_m k^2}{\omega})v_s^2(\vec{k}\,\vec{u_1})\vec{k}-v_A\times\{\vec{k}\times[\vec{k}\times(\vec{u_1}\times v_A)]\}=0$$

تخامد أمواج MHD وأمواج ألفن:

في الحالة الموافقة لأمواج آلفن العرضية والمنتشرة وفق $\overrightarrow{B_0}$، تكون: $\frac{\omega}{k}=v_A$

بفرض آن الحدود التصحيحية لكل من اللزوجة الحركية والمغناطيسية صغيرة، يصبح العدد الموجي k كما يلي :

$$k=\frac{\omega}{v_A}+i(\eta_k+\eta_m).\frac{\omega^2}{2v_A^3} \qquad (٤-١٤٦)$$

تبين هذه العلاقة آن تخامد آمواج آلفن يزداد بسرعة مع التردد، ويتناقص بسرعة مع تزايد شدة المجال المغناطيسي، ويزداد بزيادة كل من اللزوجة الحركية والمغناطيسية للمائع الناقل .

تخامد أمواج MHD والأمواج الصوتية والأمواج الصوتية المغناطيسية

تعدل العلاقة $\frac{\omega}{k}=v_s$ من أجل الأمواج الصوتية الطولية، والمنتشرة وفق $\overrightarrow{B_0}$.

بفرض آن الحدود التصحيحية لكل من اللزوجة الحركية والمغناطيسية صغيرة ، عندئذ يصبح العدد الموجي k كما يلي :

$$k=\frac{\omega}{v_s}+i\eta_k\cdot\frac{\omega^2}{2v_s^3} \qquad (٤-١٤٧)$$

تبين هذه العلاقة آن تخامد الأمواج الصوتية يزداد بسرعة مع التردد ومع تزايد لزوجة المائع الناقل، ويتناقص مع تزايد سرعة الصوت .

أما بالنسبة للأمواج الصوتية المغناطيسية فيعبر عن العدد الموجي k بالعلاقة التالية :

$$k=\frac{\omega}{(v_s^2+v_A^2)^{\frac{1}{2}}}+i\,\frac{\omega^2}{2(v_s^2+v_A^2)^{\frac{3}{2}}}\left[\frac{\eta_k+\eta_m}{1+\frac{v_s^2}{v_A^2}}\right] \qquad (١٤٨-٤)$$

يلاحظ من خلال هذه العلاقة أن تخامد الأمواج الصوتية يزداد مع تزايد كل من التردد واللزوجة الحركية والمغناطيسية، ويتناقص مع تزايد شدة المجال المغناطيسي .

٤-٢٠ الأمواج في البلازما الباردة

لدراسة انتشار الأمواج في البلازما الباردة، سنقوم بإهمال الطاقة الحركية للجسيمات، كما يؤخذ تابع دلتا – ديراك كتابع لتوزع السرعة والمتمركز عند السرعة الجهرية للمائع .

تعرف نظرية انتشار الموجة في البلازما المتجانسة والباردة والمغمورة في مجال مغناطيسي بنظرية التأين المغناطيسي . سنحاول من خلال دراستنا هذه إيجاد علاقة التشتت، والتي تربط العدد الموجي k بتواتر الموجة ω، نظرا لأن كل المعلومات الموافقة لانتشار الموجة في الوسط البلازمي تكون مضمنة في علاقة التشتت هذه . يمكن إهمال حد الضغط إذا كانت السرعة الحرارية للجسيم صغيرة مقارنة مع سرعة طور الموجة، وبالتالي يقدم نموذج البلازما الباردة وصفا كافيا باستثناء الأمواج التي لها سرعات طورية صغيرة للغاية، نظرا لأن حد الضغط يصبح مهما في هذه الحالة، لذلك يجب أخذه بالحسبان .

ستقتصر دراستنا هذه على أمواج سعاتها صغيرة، كما يفترض بأن البلازما متجانسة ولا نهائية(لا توجد تأثيرات حدية) والمجال المغناطيسي الساكن والمطبق خارجيا عبارة عن مجال منتظم . يسمى هذا الوسط بالوسط الأيوني المغناطيسي (magneto ionic medium) . للسهولة سيتم استخدام التحليل في حدود الأمواج المستوية، والذي لا يؤدي إلى فقدان التعميم . كما تؤخذ حركة الالكترونات في النظرية الأيونومغناطيسية . يمكن تحقيق ذلك من أجل الأمواج العالية التردد والترددات الكبيرة مقارنة بالتردد السيكلتروني للأيون .

تعرف نظرية الأمواج المستوية والعالية التردد والصغيرة السعة والمنتشرة وفق اتجاه كيفي

بالنسبة للمجال المغناطيسي الساكن في وسط آيونومغناطيسي بنظرية أبليتون- هارتري (Hartree–Appleton).

٤-٢٠-١ المعادلات الأساسية لنظرية الأيون المغناطيسي:

يتضمن الغاز الالكتروني البارد على متغيرين هيدروديناميكيين، وهما الكثافة العددية للالكترون $n(\vec{r},t)$ والسرعة المتوسطة للالكترون $\vec{u}(\vec{r},t)$ واللذان يحققان معادلة الاستمرار التالية :

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\nabla(n\vec{u})=0 \qquad (٤-١٤٩)$$

ومعادلة لانجفن (Langevin Equation)

$$m\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}=q(\vec{E}+\vec{u}\times\vec{B})-m\nu\vec{u} \qquad (mks) \qquad (٤-١٥٠)$$

يضاف إلى المعادلات المذكورة أعلاه معادلات ماكسويل التالية (في الجملة mks) :

$$\nabla.\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (٤-١٥١)$$

$$\nabla.\vec{B}=0 \qquad (٤-١٥٢)$$

$$\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad (٤-١٥٣)$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad (٤-١٥٤)$$

حيث ρ : كثافة الشحنة الكهربائية (ρ = - e.n) و $\vec{j}$: كثافة التيار الكهربائي حيث : $\vec{j}=\rho e.n\vec{u}$

للحصول على علاقة التشتت للأمواج ذات السعات الصغيرة، يتم أخذ انحرافات سعوية صغيرة عن حالات الاتزان كما يلي :

$$\vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0+\vec{B}_1(\vec{r},t) \qquad (٤-١٥٥)$$

$$n(\vec{r},t) = n_0 + n_1(\vec{r},t) \qquad (١٥٦-٤)$$

حيث n_0 : الكثافة العددية للالكترونات بدون اضطراب . بفرض أن Ψ_j تشير إلى أية مركبة من مركبات $\vec{E}, \vec{B}, \vec{u}, n$ بحيث أن :

بأخذ الحل الموافق للموجة المستوية بالشكل :

$$\Psi_j(\vec{r},t) = \Psi_j \exp[i(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)]$$

وبالتالي نعوض : $\frac{\partial}{\partial t} \to -i\,\omega, \nabla \to i\,\vec{k}$ ، في جملة المعادلات(٤-١٤٩)حتى (٤-١٥٤) والاختصار وحذف الحدود من مراتب أعلى من المرتبة الأولى ، نحصل بعد القيام بالعمليات الرياضية اللازمة على العلاقات التالية :

$$-i\,\omega m\vec{u} = -e(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) - m\nu\vec{u} \qquad (mks) \qquad (١٥٧-٤)$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}_1 \qquad (١٥٨-٤)$$

$$i\,\vec{k} \times \vec{B}_1 = \mu_0(-en_0\vec{u} - i\,\omega\varepsilon_0\vec{E}) \qquad (١٥٩-٤)$$

تحتوي هذه المعادلات على ثلاث متحولات مستقلة $\vec{E}, \vec{B}_1, \vec{u}$ ، والتي تستخدم في إيجاد علاقة التشتت . سنحاول هنا دراسة انتشار الموجة في البلازما الموحدة الخواص والباردة من أجل $\vec{B_0} = 0$

٤-٢٠-٢ انتشار الأمواج في البلازما الالكترونية الموحدة (المتماثلة) الخواص من أجل $\vec{B_0} = 0$:

بتحليل متجه المجال الكهربائي إلى مركبة طولية $\vec{E}_l$ حيث $\vec{E_1} \parallel \vec{k}$ ومركبة عرضية $\vec{E}_t$ حيث $\vec{E}_t \perp \vec{k}$ ، و $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E}_t$ بالتعويض عن $\vec{E}$ بمركباتها في المعادلات من (٤-١٥٧) وحتى (٤-١٥٩) . نحصل بعد سلسلة من الإجراءات الرياضية على علاقتي التشتت التاليتين للنموذجين الطولي والعرضي على التوالي :

$$\omega^2(1 + \frac{i\nu}{\omega}) - \omega_{pe}^2 = 0, \qquad (\vec{E_1} \neq 0) \qquad (١٦٠-٤)$$

$$(\omega^2 - k^2c^2)(1 + \frac{i\nu}{\omega}) - \omega_{pe}^2 = 0, \qquad (\vec{E_1} \neq 0) \qquad (١٦١-٤)$$

البلازما اللاتصادمية:

توافق هذه الحالة كون تواتر الصدم (ν) أصغر بكثير من تـردد الموجة، (ω >> ν) . ضمن هذا الشرط تصبح علاقة التشتت للموجة الطولية عبارة عن :

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 \qquad (١٦٢-٤)$$

نلاحـظ مـن هـذه العلاقـة أن الاهـتزازات الطوليـة $(\overrightarrow{E_1} \neq 0)$ تتـم بـتردد بلازمـي قدره ω_{pe} ، أما علاقة تشتت الأمواج العرضية فتعطى بالعلاقة التالية :

$$k^2c^2 = \omega^2 - \omega_{pe}^2 \qquad (١٦٣-٤)$$

تعطى سرعة الاهتزاز للإلكترون بالعلاقة التالية :

$$\vec{u} = -(\frac{ie}{\omega m})\overrightarrow{E}_1 \qquad (١٦٤-٤)$$

تكون هذه الاهتزازات عبارة عن اهتزازات كهربائية ساكنة ومستقرة. تبين علاقة التشـتت (٤-١٦٣) والموافقة للأمواج العرضية $\overrightarrow{E}_t \neq 0$ أن k^2 موجبة من أجل $\omega > \omega_{pe}$ وسالبة من أجل $\omega < \omega_{pe}$ ، حيث (k = β+ iα) ، حيث β و α عبارة عـن مقـادير حقيقيـة، فمـن آجل $\omega > \omega_{pe}$ يكون (α = 0 و k = β) ، و السرعة الطورية عبارة عن :

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{(1+\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2})^{\frac{1}{2}}} \qquad (١٦٥-٤)$$

وبالتالي فإن السرعة المجموعية عبارة عن :

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c^2}{v_{ph}} \qquad (١٦٦-٤)$$

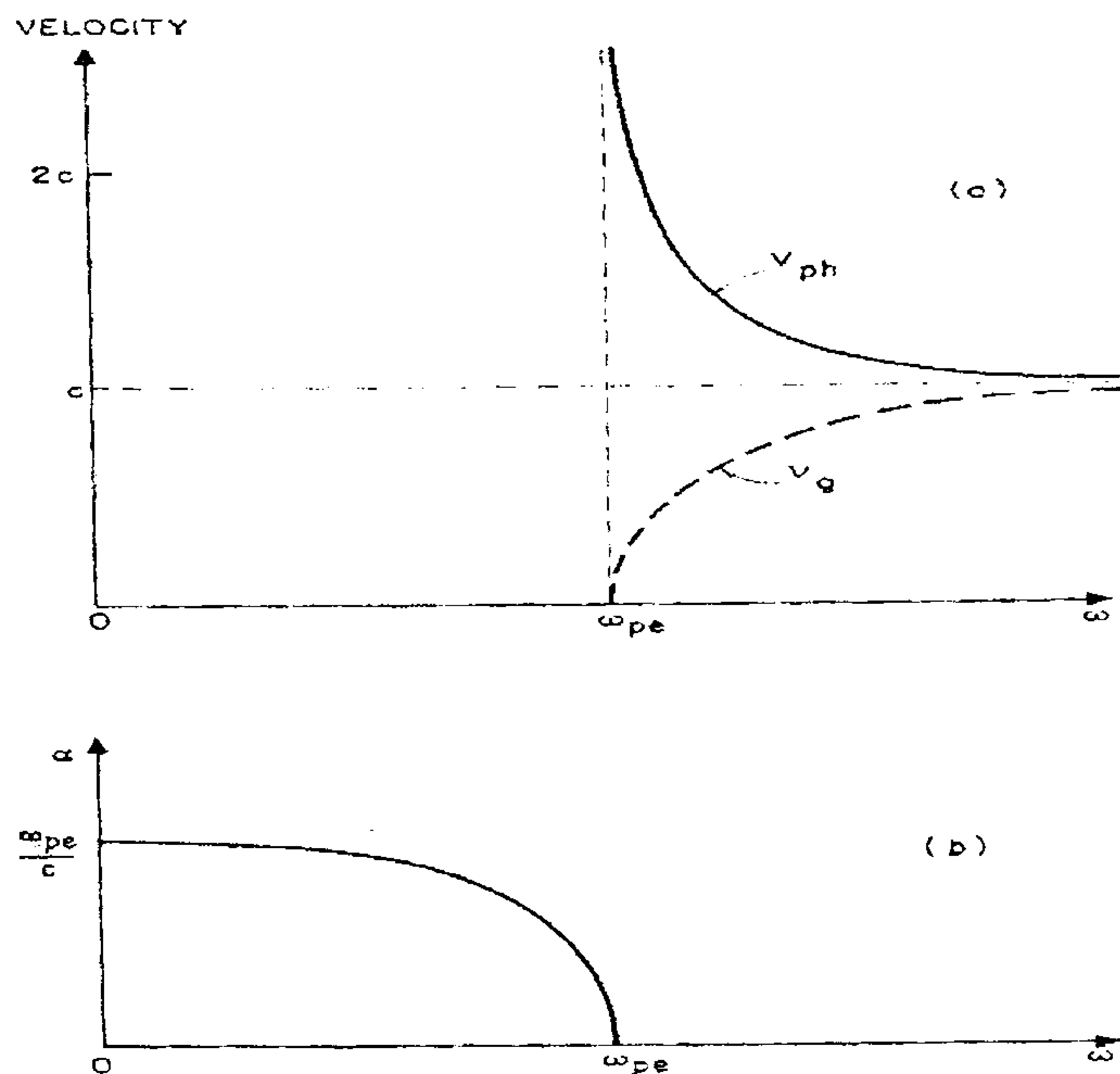
تكون k تخيلية من أجل $\omega < \omega_{pe}$ حيث (k = iα) وتتخامد الموجة العرضية آسياً نظراً لأن :

$$\overrightarrow{E}_t \sim \exp[i(k\xi - \omega t)] = \exp(-\alpha\xi).\exp(-i\,\omega t) \qquad (١٦٧-٤)$$

تسمى الموجة الموافقة لهذه الحالة بالموجة السريعة الزوال (Evanescent Wave)، حيث لا تنتقل أية طاقة ، كما أنه من أجل $\omega < \omega_{pe}$ نحصل على $v_{ph} \rightarrow \infty$ و $v_g = 0$، كما نحصل من (٤-١٦٣) على معامل التخامد :

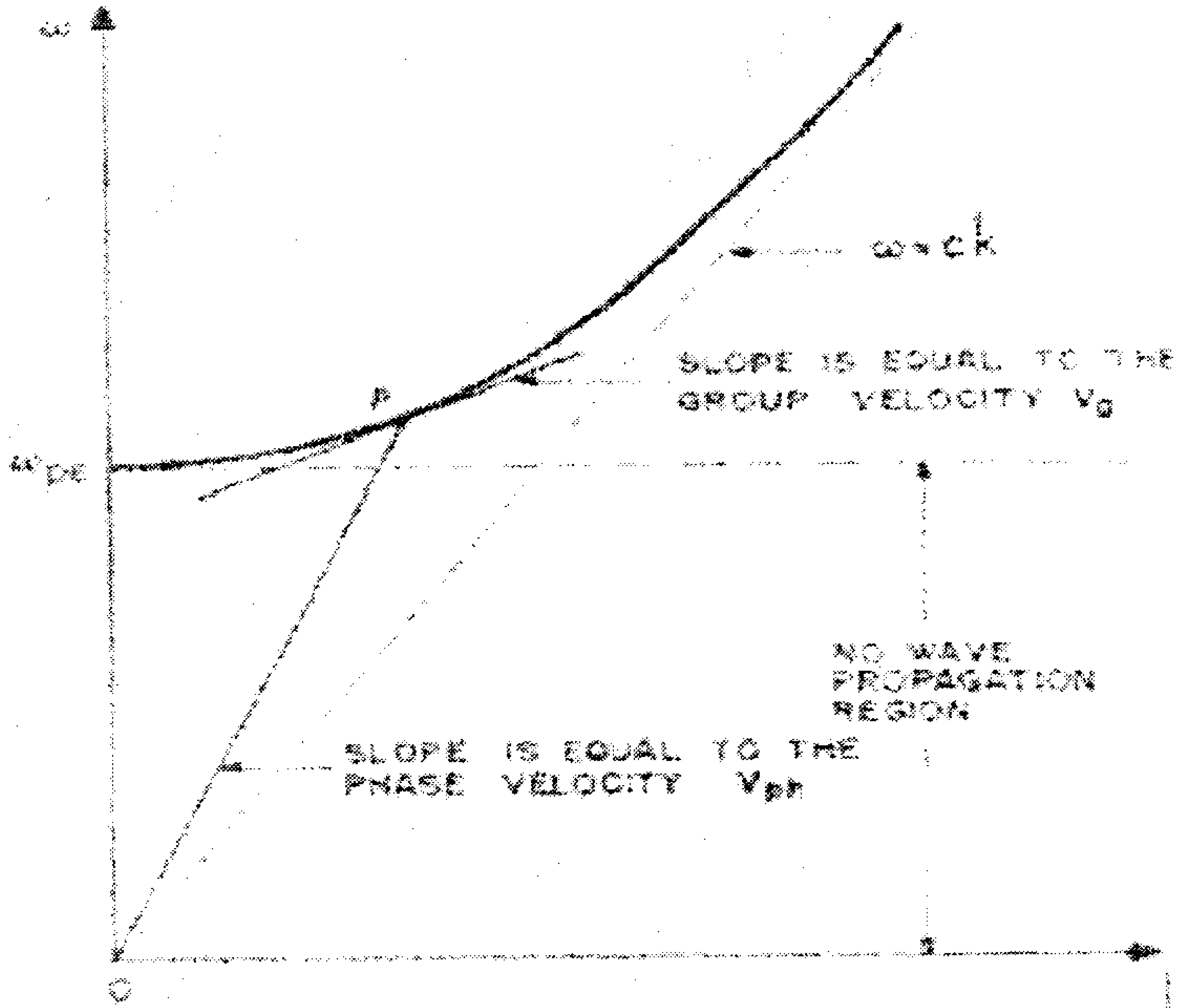
$$\alpha = \text{Im}(k) = \frac{\omega_{pe}^2 - \omega^2}{c} \qquad (١٦٨-٤)$$

انظر الشكل (٤-٣٨) . يلاحظ هنا أن سرعة الطور أكبر دوماً من c بينما تكون سرعة المجموعة أقل دوماً من c .



الشكل (٤-٣٨) العلاقة بين سرعة الطور وسرعة المجموعة وعامل التخامد للأمواج العرضية

من جهة أخرى نحصل من أجل $\omega >> \omega_{pe}$ على $v_{ph} = v_g = c$. فمن أجل الترددات العالية جداً يبدو أن خصائص الموجة المستوية للبلازما تتفق مع تلك المنتشرة في الفراغ ، لأنه في الحالة الحدية للتردد النهائي تكون حتى الالكترونات غير قادرة للاستجابة لاهتزاز المجال الكهربائي . يبين الشكل(٤-٣٩) تحولات ω بدلالة k .



الشكل (٤-٣٩) علاقة التشتت للموجة العرضية في غاز الكتروني متماثل الخواص وخالي من التصادم

يقع مجال التردد الذي تتلاشى فيه الموجة العرضية ضمن $\omega < \omega_{pe}$ ، كما نلاحظ أن السرعة المجموعية تساوي ميل المنحني عند تلك النقطة ، بينما تساوي السرعة الطورية ميل خط الرسم من المبدأ إلى هذه النقطة .

تكون القيمة الوسطى لمتجه بوينتينغ والذي يعبر عن كثافة الطاقة للموجة العرضية (Tim–averaged Pointing Vector) ، من أجل $\omega < \omega_{pe}$ حيث $<S>=0$ ومن أجل $\omega > \omega_{pe}$ عبارة عن :

$$<S>=\vec{e}_n\left(\frac{\varepsilon E^2}{2}\right)v_g$$

حيث $\vec{e}_n$ متجه الواحدة وفق الاتجاه $\vec{E}\times\vec{H}_1$ ، و $\vec{H}_1$ عبارة عن : $\vec{H}_1=\frac{\vec{B}_1}{\mu_0}$

نستنتج من هاتين القيمتين لـ $<S>$ أنه من أجل $\omega > \omega_{pe}$ تنتقل القدرة وفق الاتجاه $\vec{e}_n \times \vec{e}_{H_1}$ ، بينما لا يوجد انسياب في القدرة ولا تتلاشى الموجة من $\omega < \omega_{pe}$ يسمى التردد ω_{pe} عادة بنقطة الانعكاس والموافقة لكون $v_{ph} \to \infty$. توافق هذه الحالة كون :

$\beta = \text{Re}(k) = 0$ وبالتالي فإنه من أجل أي تردد موافق لكون: $v_{ph} \to \infty$

و $\beta = 0$

يشار إليه كنقطة انعكاس . آما من آجل وسط بلازمي محدود، يمكن لجزء من الطاقة الانتقال عبر صفيحة البلازما المحدودة حتى من آجل $\beta = 0$. يسمى هذا المفعول بمفعول النفق .

تأثير التصادمات(The Effect of Collisions) :

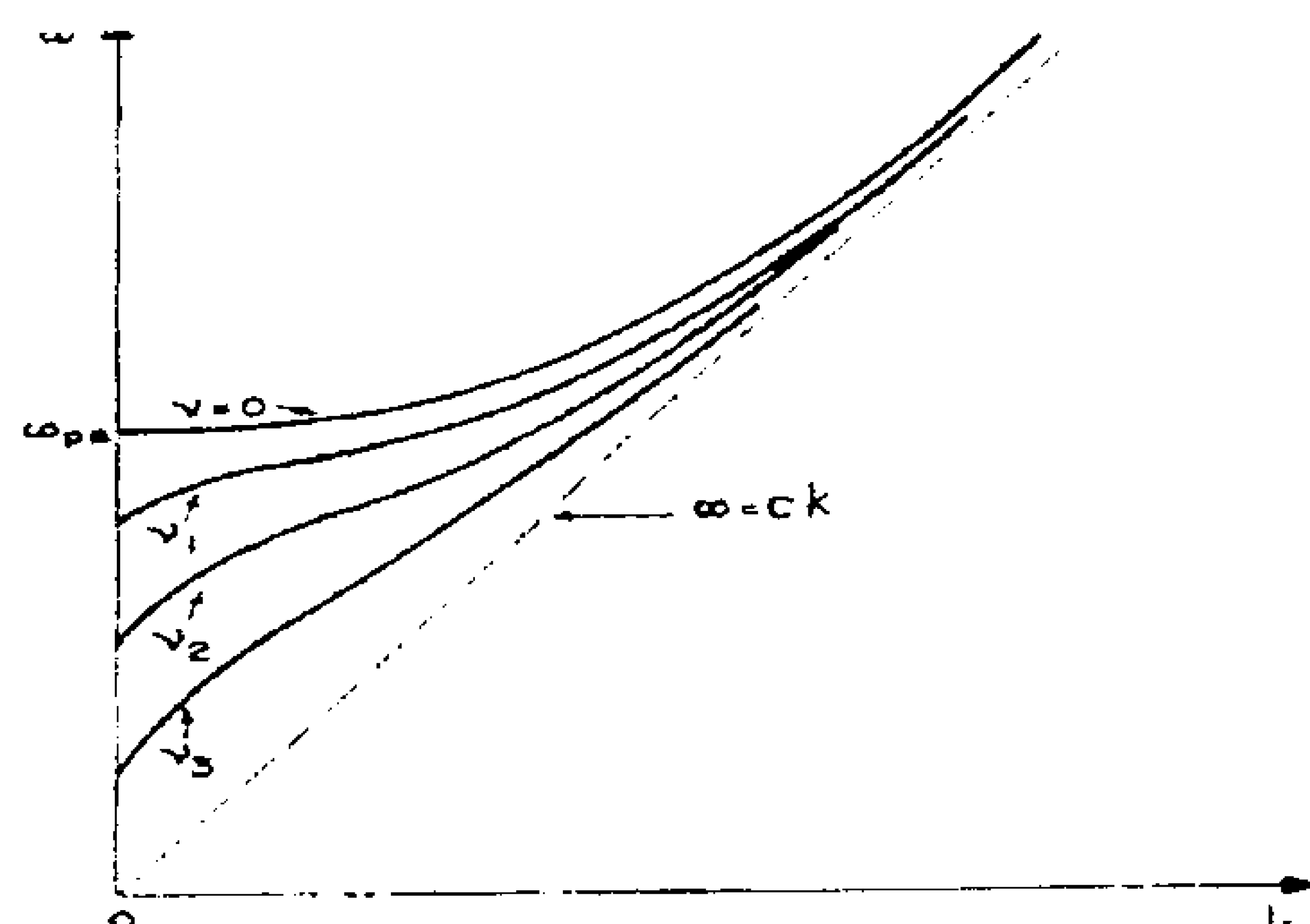
تؤدي التصادمات إلى تخامد الأمواج في البلازما، ويمكن تبيان ذلك من الشكل العام لعلاقة التشتت والموافق لـــ $\omega^2 = C + iD$ ، فمن أجل $D > 0$ تزداد سعة الموجة بدلالة الزمن، وتتخامد في الحالة المعاكسة $D < 0$ بأخذ العلاقة (٤-١٦٠) بالنسبة للاهتزاز الطولي نحصل على:

$$\omega = [-i\nu \pm (4\omega_{pe}^2 - \nu^2)^{\frac{1}{2}}]^2 \qquad (٤-١٦٩)$$

تبين هذه العلاقة آنه من أجل آية قيمة لـــ υ يكون القسم التخيلي لـــ ω سالب، وبالتالي يكون الاهتزاز متخامد، لأنه يتناسب مع $\exp(-i\,\omega t)$. آما بالنسبة للموجة العرضية فنحصل من علاقة التشتت(٤-١٦١) على:

$$k^2c^2 = \omega^2 - \frac{\omega_{pe}^2}{[1+(\frac{\nu}{\omega})^2]} + \frac{i\,\omega_{pe}^2(\frac{\nu}{\omega})}{[1+(\frac{\nu}{\omega})^2]} \qquad (٤-١٧٠)$$

تتخامد الموجة المتحركة على جميع الترددات. ويوضح الشكل (٤-٤٠) علاقة التشتت $\omega(k)$



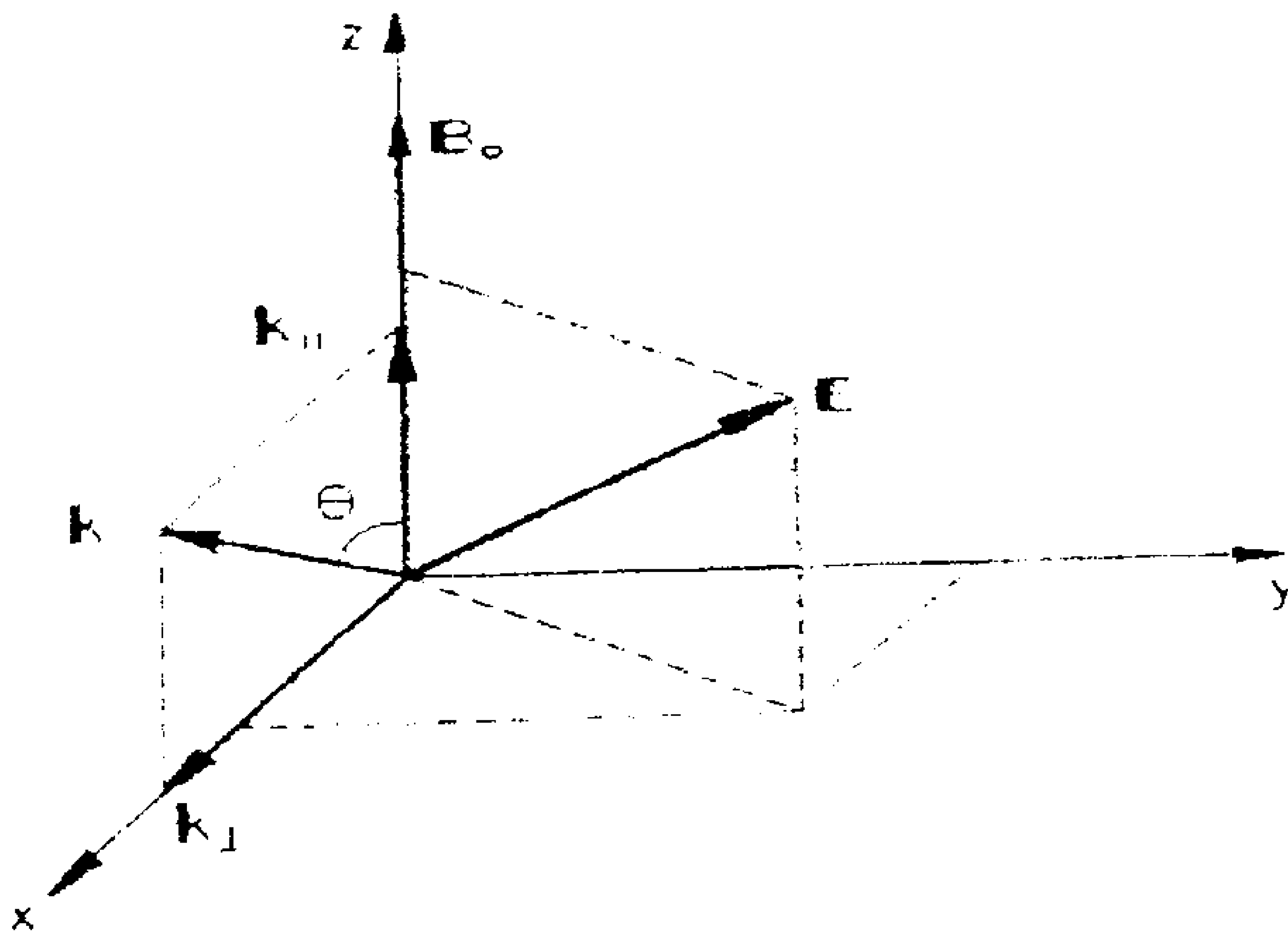
الشكل (٤-٤٠)علاقة التشتت للأمواج العرضية في بلازما الإلكترون الباردة والموحدة الخواص

٤-٢-٣ انتشار الأمواج في بلازما ممغنطة وباردة:

سنحاول هنا دراسة انتشار الموجة في بلازما الإلكترون الباردة تحت تأثير مجال مغناطيسي ساكن ومنتظم، والذي يؤدي لظهور حالات تباين الخواص في البلازما.

علاقة التشتت :

يمكن الحصول على علاقة التشتت انطلاقا من العلاقات (٤-١٥٧) وحتى (٤-١٥٩)، وبأخذ جملة إحداثيات ديكارتية بحيث يكون $\overrightarrow{B_0}$ باتجاه $\hat{\vec{z}}$ و $\hat{\vec{y}}$ معامد للمستوي الحاوي على كل من $\overrightarrow{B_0}$ و $\vec{k}$ ، كما في الشكل (٤-٤١) و (θ) الزاوية المحصورة بين كل من $\vec{k}$ و $\overrightarrow{B_0}$.



الشكل (٤-٤١)

بالقيام بالإجراءات الرياضية المناسبة نحصل على علاقة التشتت التالية :

$$[S(\sin\theta)^2+(\cos\theta)^2](\frac{k^2c^2}{\omega^2})^2-\{RL(\sin\theta)^2+SP[1+(\cos\theta)^2]\}(\frac{k^2c^2}{\omega^2})+PRL=0 \quad (٤-١٧١)$$

حيث :

$$S = 1 - \frac{(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2})(1 + \frac{iv}{\omega})}{[(1 + \frac{iv}{\omega})^2 - (\frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2})]}$$

$$R = 1 - \frac{(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2})}{[(1 + \frac{iv}{\omega}) + (\frac{\omega_{ce}}{\omega})]} \qquad (٤-١٧٢)$$

$$L = 1 - \frac{(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2})}{[(1 + \frac{iv}{\omega}) - (\frac{\omega_{ce}}{\omega})]}$$

$$P = 1 - \frac{(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2})}{(1 + \frac{iv}{\omega})}$$

بما أن العلاقة (٤-١٧١) عبارة عن معادلة تربيعية بالنسبة لـ $\frac{k^2c^2}{\omega^2}$ ، لذلك يوجد حلين لها . بأخذ الجذر التربيعي لـ $\frac{k^2c^2}{\omega^2}$ ، نحصل على قيمتين لـ $\frac{kc}{\omega}$ وهما يوافقان اتجاهين متعاكسين للانتشار وليس نمطين مختلفين .

٤-٢١ ملخص عن أمواج البلازما الأساسية

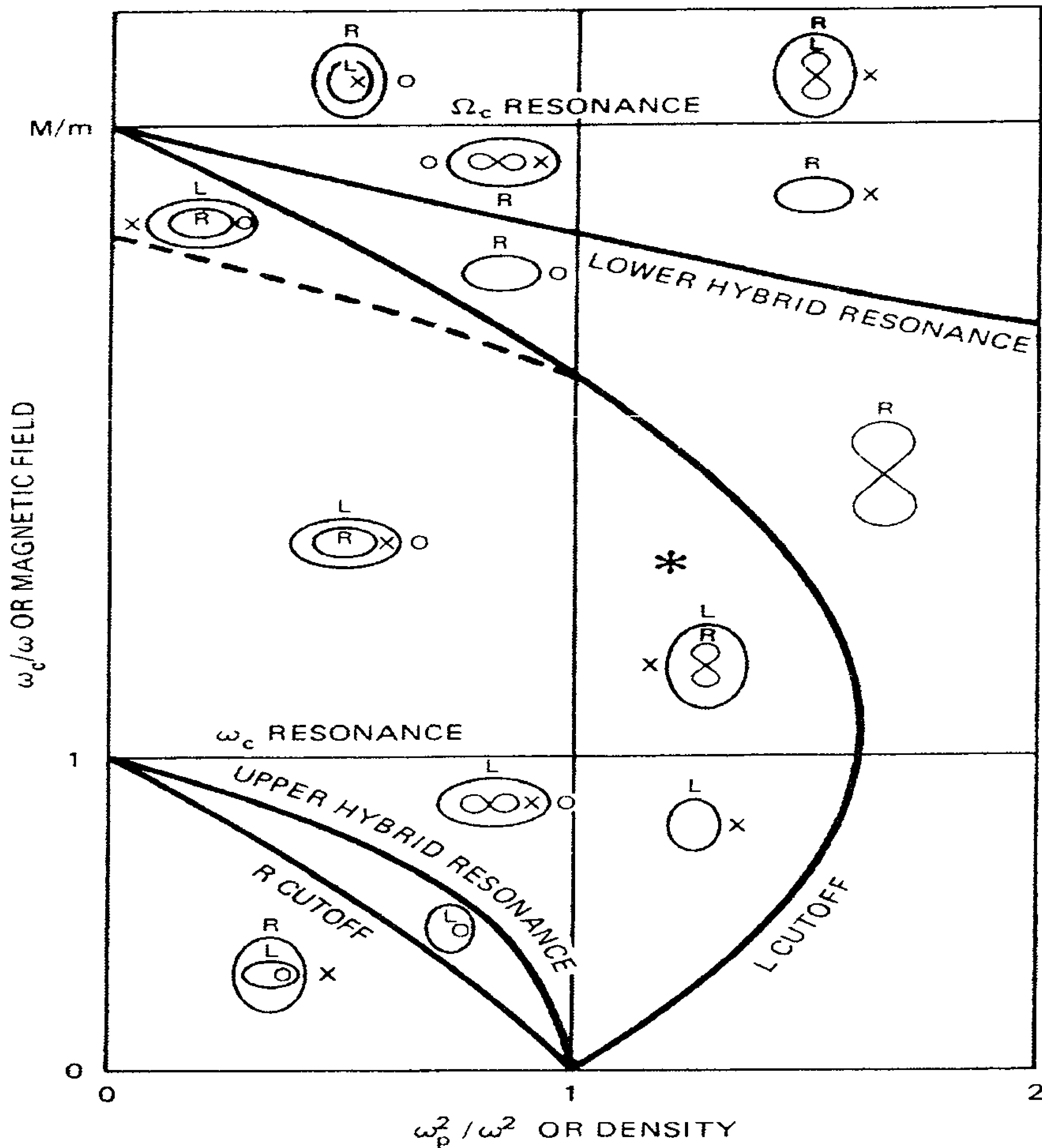
(Summary of elementary plasma waves)

يمكننا تلخيص جملة علاقات التشتت للأنواع الرئيسية من الأمواج التي تنتشر في البلازما مع الأخذ بعين الاعتبار الاتجاهات الرئيسية لإنتشار هذه الأمواج ، وفق الجدول التالي :

نوع الأمواج	علاقة التشتت	العلاقة بين $\vec{B_0}$ & $\vec{k}$ & $\vec{E_1}$
	الأمواج الإلكترونية (الكهربائية الساكنة)	
اهتزازات بلازمية	$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} k^2 v_{th}^2$	$\vec{k} \parallel \vec{B_0}$ أو $\vec{B_0} = 0$
التواتر الهجين	$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2 \equiv \omega_h^2$	$\vec{k} \perp \vec{B_0}$
	الأمواج الأيونية (الكهربائية الساكنة)	
أمواج صوتية	$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{\kappa T_e + \gamma_i \kappa T_i}{M} \right)^{1/2} \equiv v_s$	$\vec{k} \parallel \vec{B_0}$ أو $\vec{B_0} = 0$
	$\omega^2 = \omega_c^2 \equiv \Omega_c \omega_c$	$\vec{k} \perp \vec{B_0}$
	الأمواج الإلكترونية (كهرومغناطيسية)	
أمواج ضوئية	$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$	$\vec{B_0} = 0$
	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$	$\vec{E_1} \parallel \vec{B_0}$ و $\vec{k} \perp \vec{B_0}$
	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{(\omega^2 - \omega_p^2)}{(\omega^2 - \omega_h^2)}$	$\vec{E_1} \perp \vec{B_0}$ و $\vec{k} \perp \vec{B_0}$
موجة منضغطة R-wave	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 - (\omega_c/\omega)}$	$\vec{k} \parallel \vec{B_0}$
L-wave	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 + (\omega_c/\omega)}$	$\vec{k} \parallel \vec{B_0}$
	الأمواج الأيونية (كهرومغناطيسية)	
لاتوجد أمواج	لاتوجد أمواج	$\vec{B_0} = 0$
أمواج آلفن	$\frac{\omega}{k} = v_A$	$\vec{k} \parallel \vec{B_0}$
أمواج مغناطيسية صوتية	$\frac{\omega^2}{k^2} = c^2 \frac{v_s^2 + v_A^2}{c^2 + v_A^2}$	$\vec{k} \perp \vec{B_0}$

٤ - ٢٢ مخطط CMA (Clemmow-Mullaly-Allis):

عندما يصنع الإنتشار زاوية مع المجال المغناطيسي ، فإن السرعات الطورية تتغير بتغير زاوية الانتشار. فإن فإن بعض الأنواع الموجية التي درسناها $\vec{k} \perp \vec{B}_0$ و $\vec{k} \parallel \vec{B}_0$ تتغير من نوع إلى آخر، وتختفي أنواع أخرى عند زاوية حرجة ما. ويشرح المخطط المبين في الشكل (٤-٤٢) CMA (Clemmow-Mullaly-Allis) بعض هذه التغيرات .



الشكل (٤-٤٢)

هذا المخطط محقق فقط في حالة البلازما الباردة $T_i = T_e = 0$ ، وهو عبارة عن رسم $\frac{\omega_c}{\omega}$ بدلالة $\frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ أو بعبارة أخرى رسم المجال المغناطيسي بدلالة الكثافة. حيث تم رسم

نقطة تميز كل حالة تجريبية لها ω_p , ω_c خاصة بها من أجل تواتر معين ω . وتم تقسيم المخطط إلى مناطق بحسب التواترات التي نصادف . ويدل المخطط الصغير في كل منطقة على نوع الأمواج التي يمكن تواجدها في هذه المنطقة وكيف تتغير السرعة الطورية بتغير زاوية الانتشار . وتم فرض المجال المغناطيسي معامداً للمخطط . وتمثل المناطق العلوية من المخطط مناطق الأمواج الأيونية المنخفضة التردد $\omega << \omega_c$. وقد تم إهمال السرعات الحرارية في هذا المخطط ولذلك لاتظهر الأمواج الأيونية الكهربائية الساكنة ، لأنها تنتشر في البلازما الحارة فقط .

مسائل الوحدة الرابعة

مسألة (١):

يرتبط كل من المقدارين المهتزين الكثافة n_1 و الجهد ϕ_1 في الأمواج الانجرافية (drift wave) بالعلاقة :

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{e\phi_1}{\kappa T_e} \frac{\omega^* + ia}{\omega + ia}$$

حيث نعتبر جميع الرموز الأخرى (ما عدا i) هي ثوابت موجبة والمطلوب :

١- أوجد عبارة الطور δ كعلاقة بين ϕ_1 و n_1 (إفرض للسهولة أن n_1 حقيقي).

٢- إذا كانت $\omega < \omega^*$ ، هل يتقدم ϕ_1 على n_1 أم يتأخر عنه بالطور؟

مسألة (٢):

احسب تواتر البلازما مع الأخذ بعين الاعتبار حركة الأيونات ، وبرهن أن الأيونـات مثبتة (توضيح : خذ بعين الاعتبار الحد n_{1i} في معادلة بواسون واستخدم معادلات حركة الأيونات ومعادلة الاستمرار).

مسألة (٣):

أوجد الطور δ لكل من ϕ_1 و E_1 و v_1 عندما يكون طور n_1 معدوماً، وذلـك في حالة اهتزازه بلازما بسيطة والأيونات مثبتة وتغير للزمن من الشـكل $\exp\left[i\left(kx - \omega t\right)\right]$.

ثم وضح الأطوار المذكورة برسم الإشارة الجيبية لكل من n_1 و ϕ_1 و E_1 و v_1 وذلك في الحالات التالية :

١- كتابع لـــ x عندما $t = 0$.

٢- كتابع لـــ t عندما $x = 0$ من أجل $\frac{\omega}{k} > 0$

٣- كتابع لـــ t عندما $x = 0$ من أجل $\frac{\omega}{k} < 0$.

مسألة (٤):

أوجد عبارة ثابت العزل ε في حالة اهتزازات بلازما طولية ، عالية التردد وذلك اعتماداً علـى معادلـة بواسـون الخطيـة المسـتخدمة فـي حالـة اهـتزازات البلازمـا البسـيطة $\nabla.(\varepsilon E) = 0$.

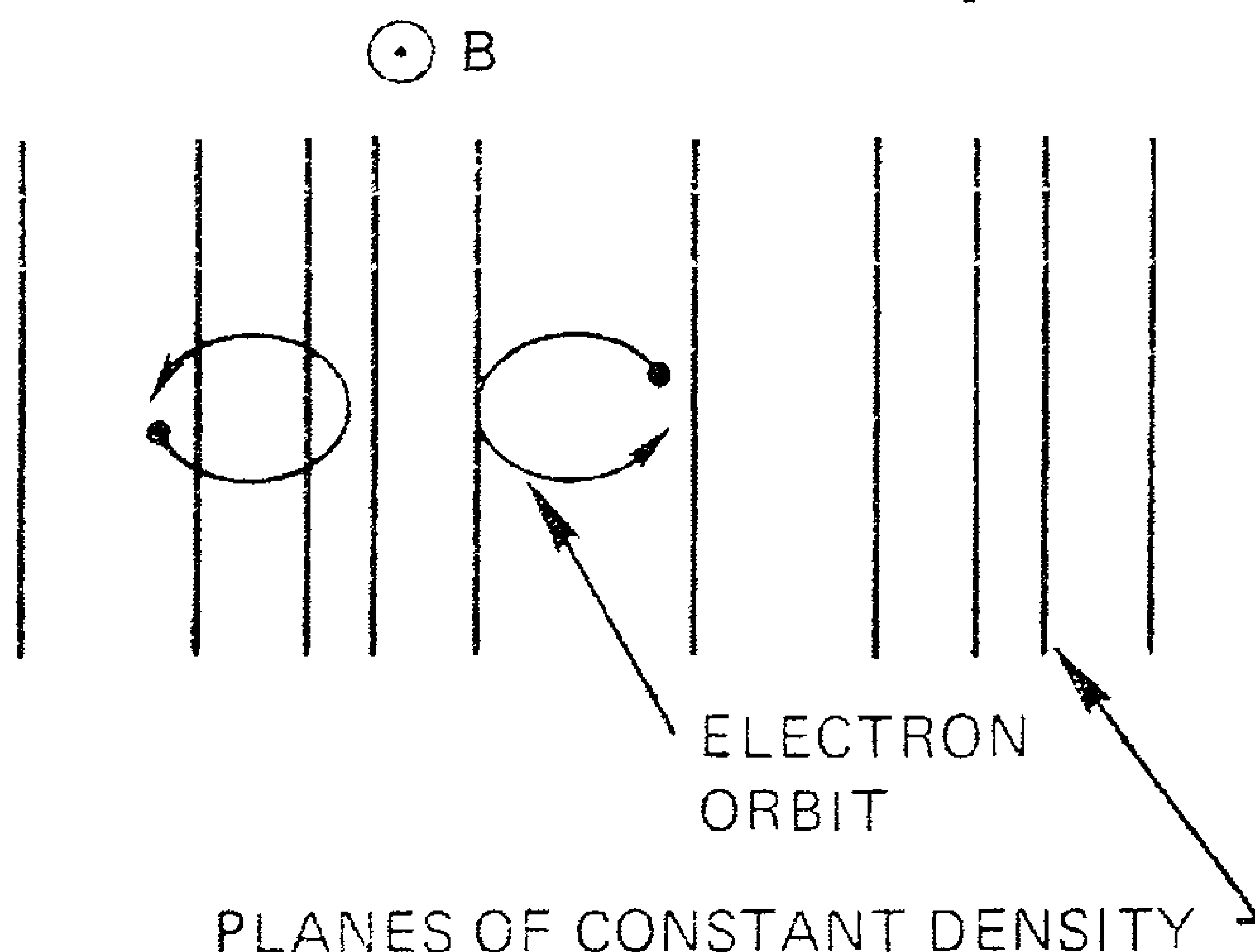
مسألة (٥):

a) احسب تخامد الصدمات على انتشار أمواج لانغميور (اهتزازات البلازما) بإضافة الحد $-mn_0 \nu \vec{v}$ لمعادلـة حركـة الالكترونـات ، واسـتخرج علاقـة التشـتت مـن أجـل $T_e = 0$.

b) أوجد أفضل عبارة لـــ $\mathrm{Im}(\omega)$.

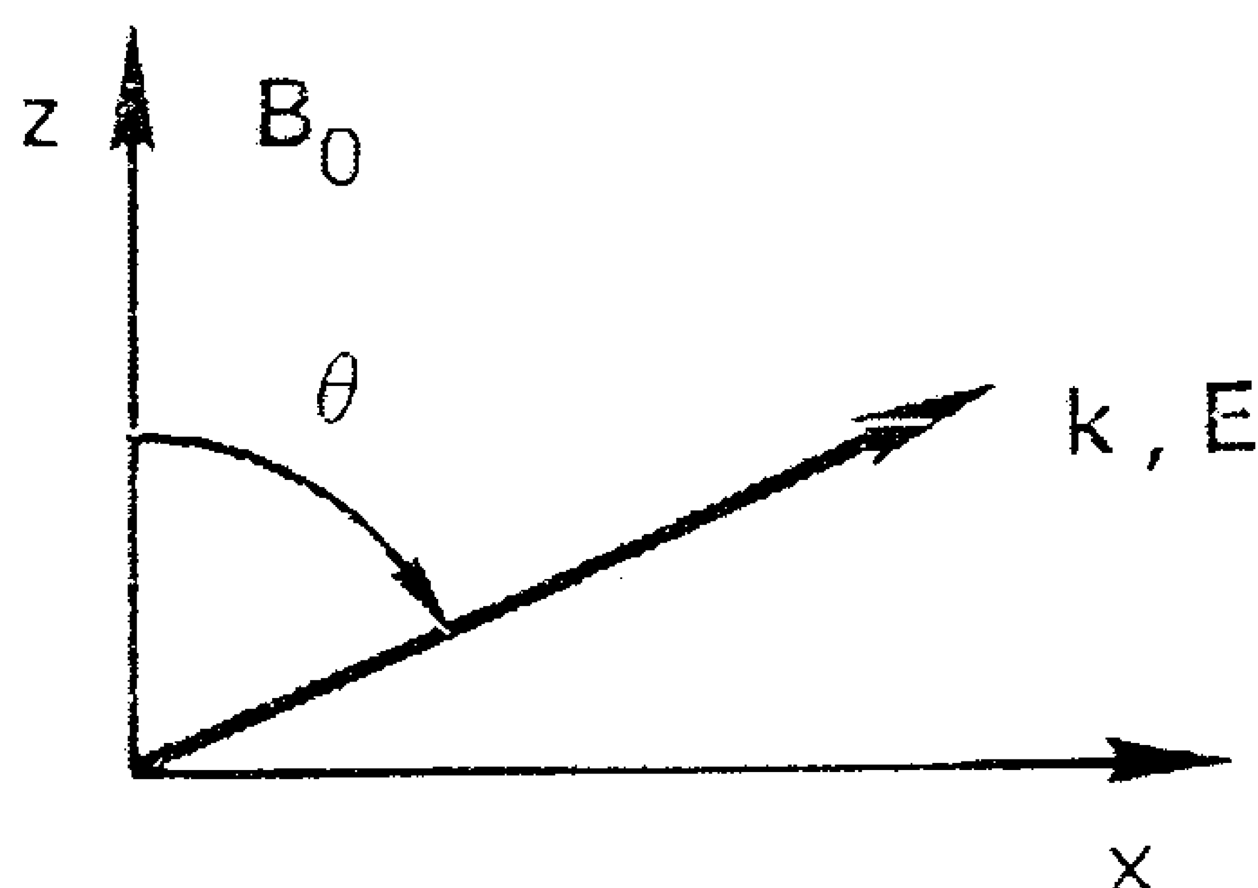
مسألة (٦):

برهن أن المدارات الإهليلجية المبينة بالشكل في حالـة الاهـتزازات الهجينة العلوية تكـون موجهه دوماً باتجاه العدد الموجي $\vec{k}$



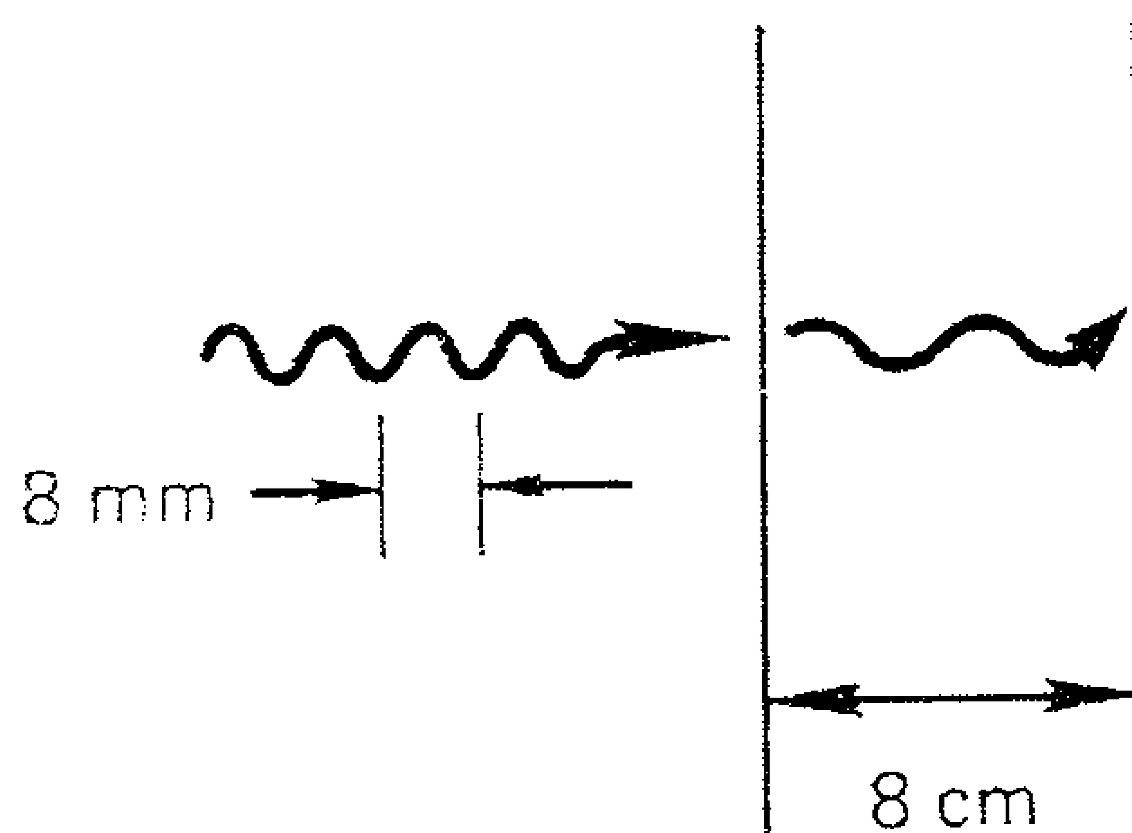
مسألة (٧):

أوجد علاقة التشتت للأمواج الإلكترونية الكهربائية الساكنة المنتشرة بزاوية كيفية θ بالنسبة للمجال المغناطيسي $\overrightarrow{B_0}$ كما هو موضح بالشكل :



مسألة (٨):

نسلط مقياس تداخل ميكروموجي ($8mm$) على شريحة بلازمية سماكتها $8cm$ كما في الشكل :



آ) إذا كانت كثافة البلازما منتظمة وتمكنا من مراقبة أهداب إزاحة طورية $1/10$ أوجد كثافة البلازما .

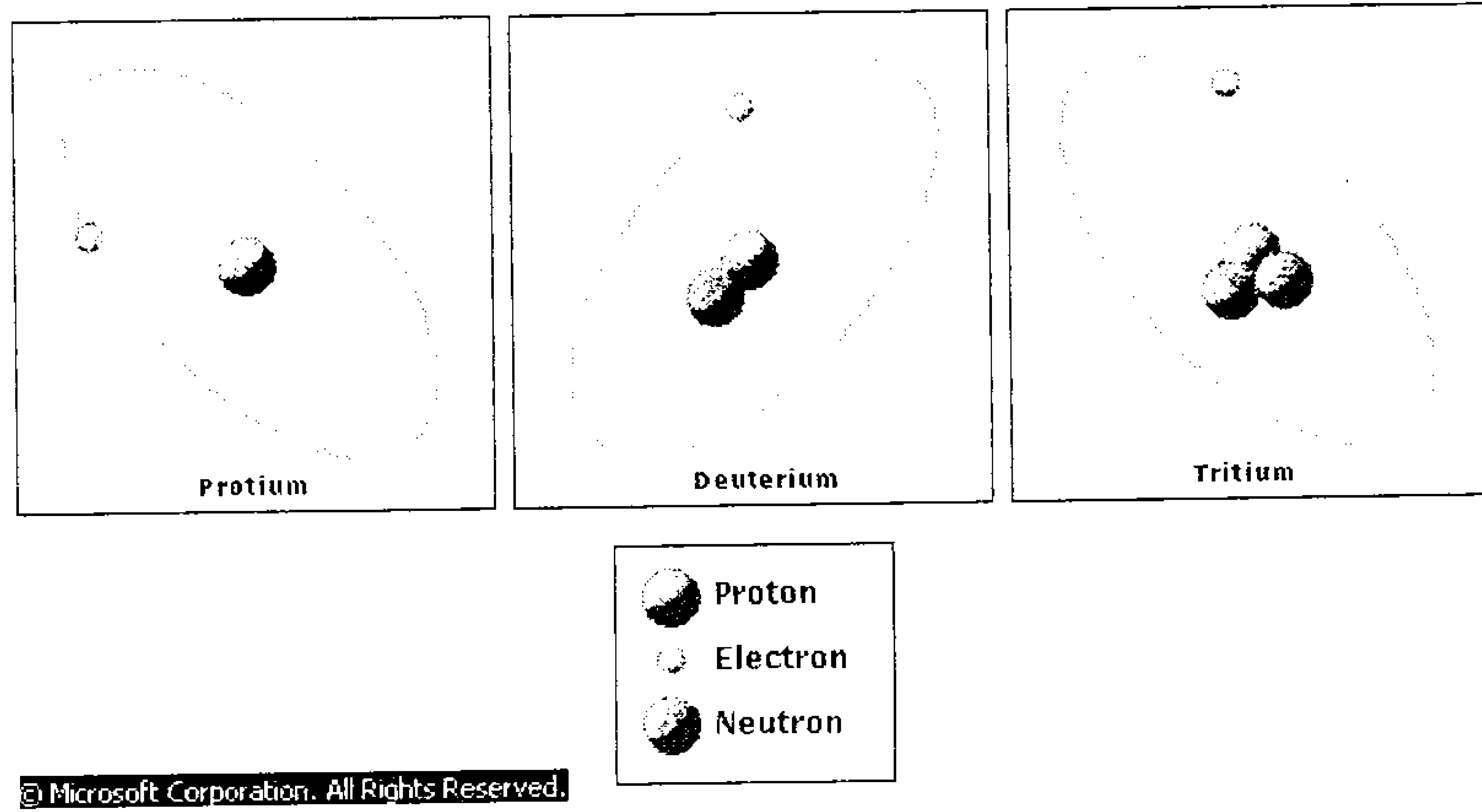
ب) برهن أنه عندما تكون الإزاحة الطورية صغيرة فإنها تكون متناسبة مع الكثافة .

الوحدة الخامسة

بعض تطبيقات البلازما

٥-١ مقدمة:

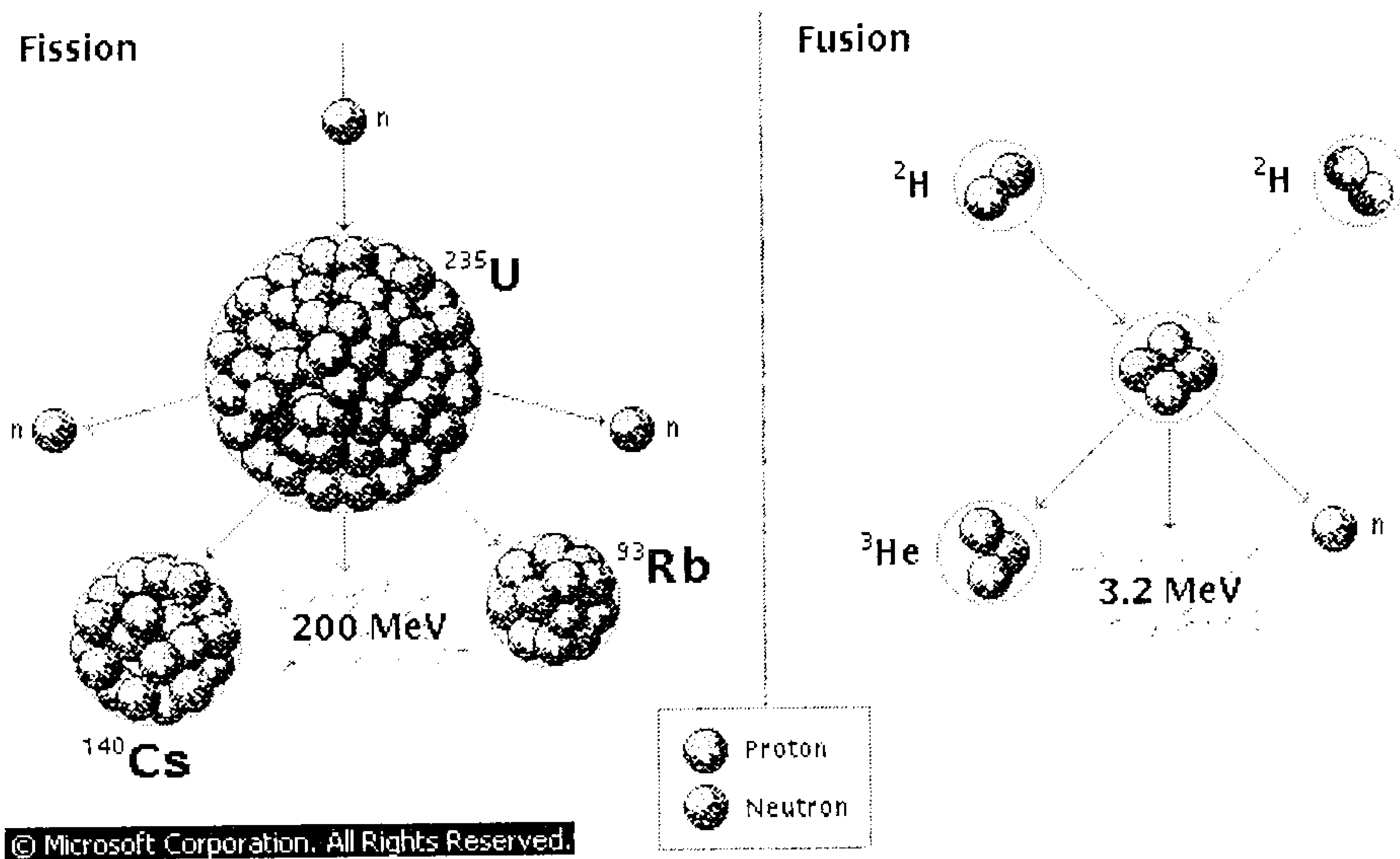
يؤدي التزايد السريع لسكان العالم إلى تزايد استهلاك الطاقة وبالتالي تزايد الطلب على مصادرها، ويقدر استهلاك العالم لها خلال الفترة من عام ١٩٧٠ حتى ٢٠٥٠ بحوالي ١٠٠ Q (Q وحدة طاقة تساوي 1.05×10^{10} جول). وأكثر مصادر الطاقة اقتصادية في وقتنا الحاضر هي المصادر ذات الوقود المستحاثي كالفحم والبترول ويقدر احتياطه بحوالي 111 Q (100 Q من طاقة الفحم و11Q من طاقة البترول) فإذا علمنا أن الاستهلاك السنوي للطاقة على مستوى العالم يقدر بحوالي 0.4 Q وأن هناك تزايداً عالمياً في طلبها، فإننا نستنتج بسهولة أن هذه المصادر ستقع في العجز عن تلبية هذا الطلب مع حلول منتصف القرن الحادي والعشرين الحالي. بالإضافة إلى ذلك فإن الزيادة المستمرة لغازات Co_2 في الغلاف الجوي بنتيجة استهلاك هذه الطاقة التقليدية سوف تؤدي إلى نتائج خطيرة وجدية على المناخ والبيئة، بالإضافة إلى أن البترول ثروة أغلى من أن تحرق لكثرة فوائده الصناعية. من هنا تتضح الحاجة إلى مصدر نظيف وآمن ويستمر لفترة طويلة من الزمن، ولعل أحد أهم هذه المصادر هو طاقة البلازما (طاقة الاندماج النووي)، أي طاقة اندماج نوى عناصر خفيفة كالدتيريوم والتريتيوم مثلا، (أنظر الشكل (٥-١))، حيث تتوجه



الشكل (٥-١)

الأبحاث وبوتيرة عالية في معظم دول العالم بقصد وضعها في التطبيق العملي المجدي اقتصادياً وبيئياً .

وفي الانشطار النووي هناك طاقة تتقاسمها نواتج الانشطار، وقد تكون نواتج الانشطار عناصر جديدة مصحوبة بإشعاعات غاما و بيتا و ألفا المعروفة وكذلك نيترونات، ولهذه الإشعاعات تأثيراتها السلبية على الإنسان والمحيط إذا أسيء التعامل معها، (انظر الشكل(٥-٢))



الشكل (٥-٢)

ويقدر المتاح من الدوتيريوم والتريتيوم على سطح الأرض بحوالي 10^{10} Q أي أن كمية الدوتيريوم الموجودة في العالم تكفي لمدة عشر آلاف مليون سنة لو أن جميع كهرباء العالم كانت مولدة من مفاعلات الاندماج النووي وهذا يعني أن الاندماج مصدر لا ينضب للطاقة بالإضافة إلى كونه آمن بيئياً.

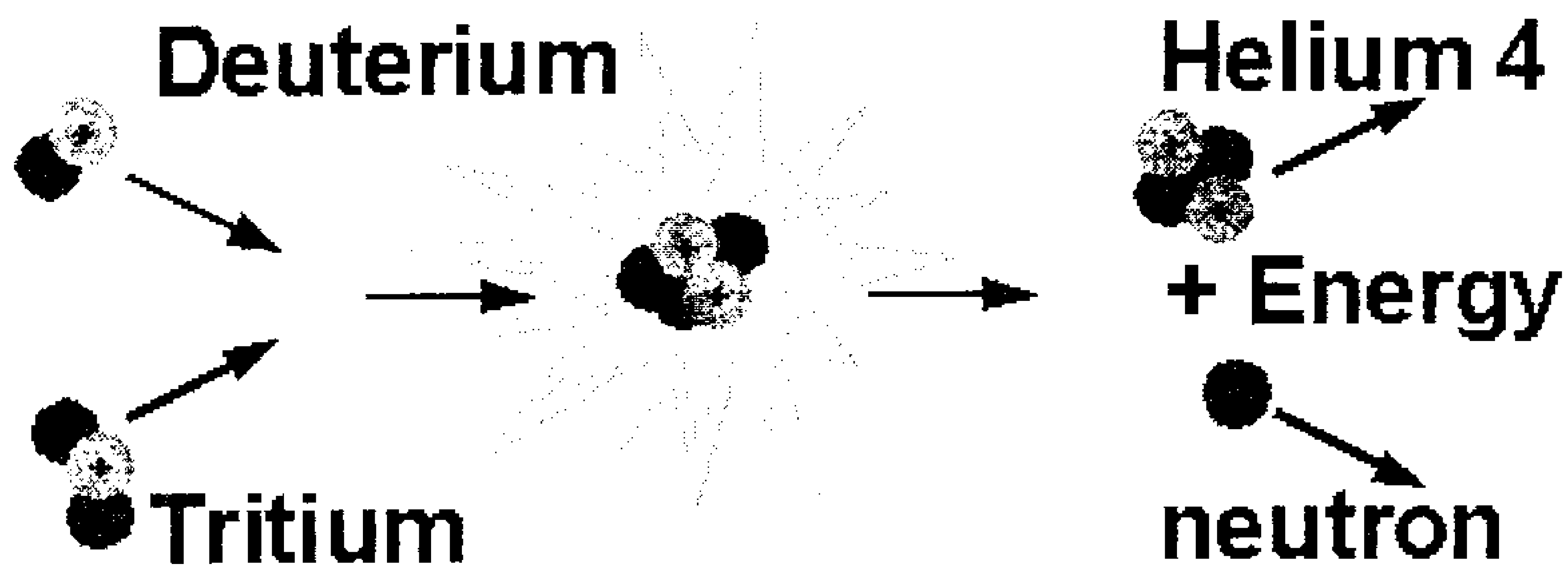
و يمكن الحصول على الدوتيريوم من مياه البحار والمحيطات وبكميات هائلة، أما التريتيوم فيمكن تصنيعه بسهولة أو إنتاجه من معدن الليثيوم الخفيف.

لقد دخلت البلازما في مجالات عديدة ونتيجة لأبحاث الاندماج النووي الحراري تم استنباط العديد من التجهيزات ذات التطبيقات العديدة في فيزياء الفلك، الفيزياء الذرية، الكيمياء.

وسنستعرض فيما يلي وبإيجاز شديد بعض أجهزة البلازما ومبدأ عملها وتطبيقاتها.

٥-٢ أجهزة الاندماج النووي :

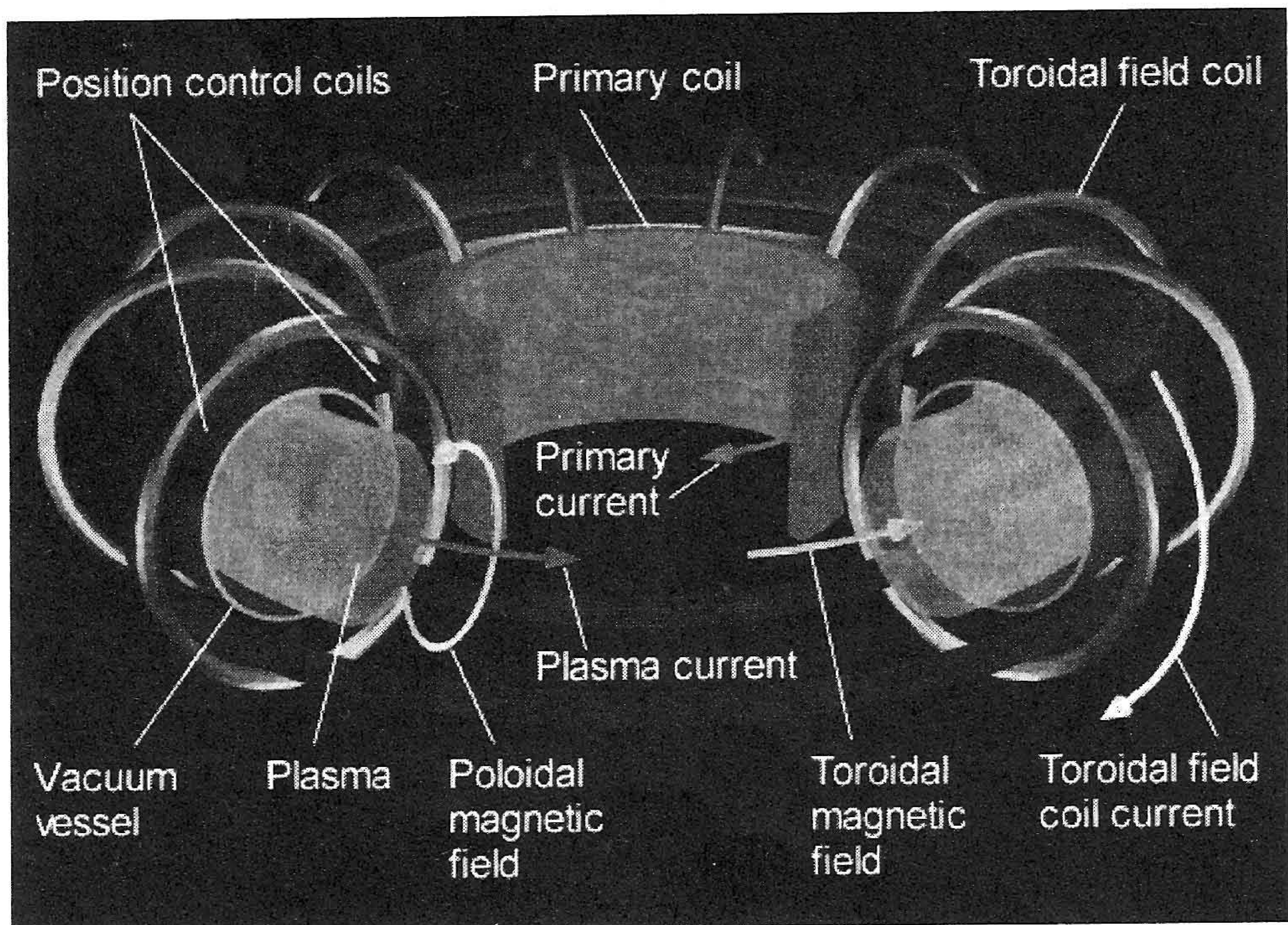
بدء الاهتمام بالاندماج النووي مع بدء دراسة البلازما بدأ وبالتالي الاهتمام بتصميم أجهزة تعتمد على مصدر جديد للطاقة يعتمد على اندماج نوى خفيفة لنظائر الهدرجين، مثل الدوتيريوم والتريتيوم، حيث تتحد ذرتا هيدروجين لتعطيا ذرة غير مستقرة تتفكك بسرعة معطية دوتيريوم، بوزيترون، ونترون وهذا الدوتيريوم ينتقل إلى وضع غير مستقر ويصطدم بدوره ببروتون مصدراً أشعة غاما ومتحولاً إلى ذرة هليوم ٣ وهذه تتحد بدورها مع ذرة هليوم ٣ لتعطي ذرة هليوم ٤ وبروتونين يبدآن النشاط من جديد (انظر الشكل (٥-٣)).



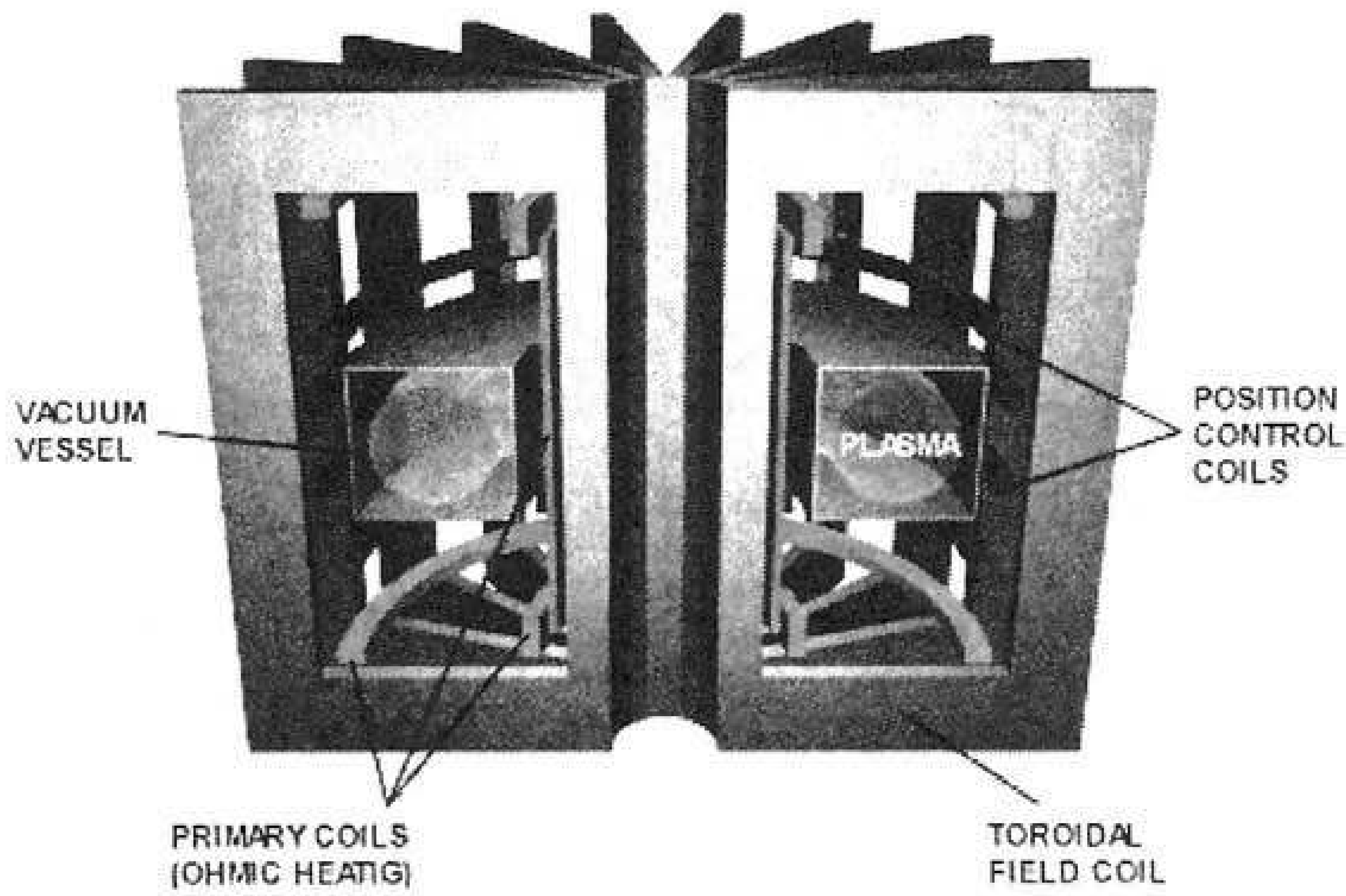
الشكل (٥-٣)

هناك العديد مفاعلات الاندماج النووي وهي ذات مزايا كبيرة فهي متأصلة الأمان، يتواجد وقودها بدون قيود، كما أن النشاط الإشعاعي لبعض أجزاء المفاعل والذي تحدثه النيترونات يمكن تقليله بالاختيار السليم للمواد، كذلك لا توجد نواتج انشطارية طويلة العمر ولا البلوتونيوم أو غيره من المواد التي تحتاج إلى تخزين أو رقابة، ولعلنا نضرب مثلاً للمقارنة بين كميات الوقود المطلوبة لتزويد احتياجات العالم سنوياً من الكهرباء في محطات للقوى كفاءتها افتراضاً ٤٠٪ نرى أن علينا حرق ١٧٠٠ مليون طن من الفحم، أو ٨٥٠٠ طن من اليورانيوم في مفاعلات الانشطار العادية، أومن اليورانيوم المستخدم في مفاعلات التوليد السريعة ١٠٠٠ طن، أما الدوتيريوم في مفاعلات الاندماج النووي فسوف نحتاج إلى ١٣٥ طن فقط لتفاعل دوتيريوم-دوتيريوم.

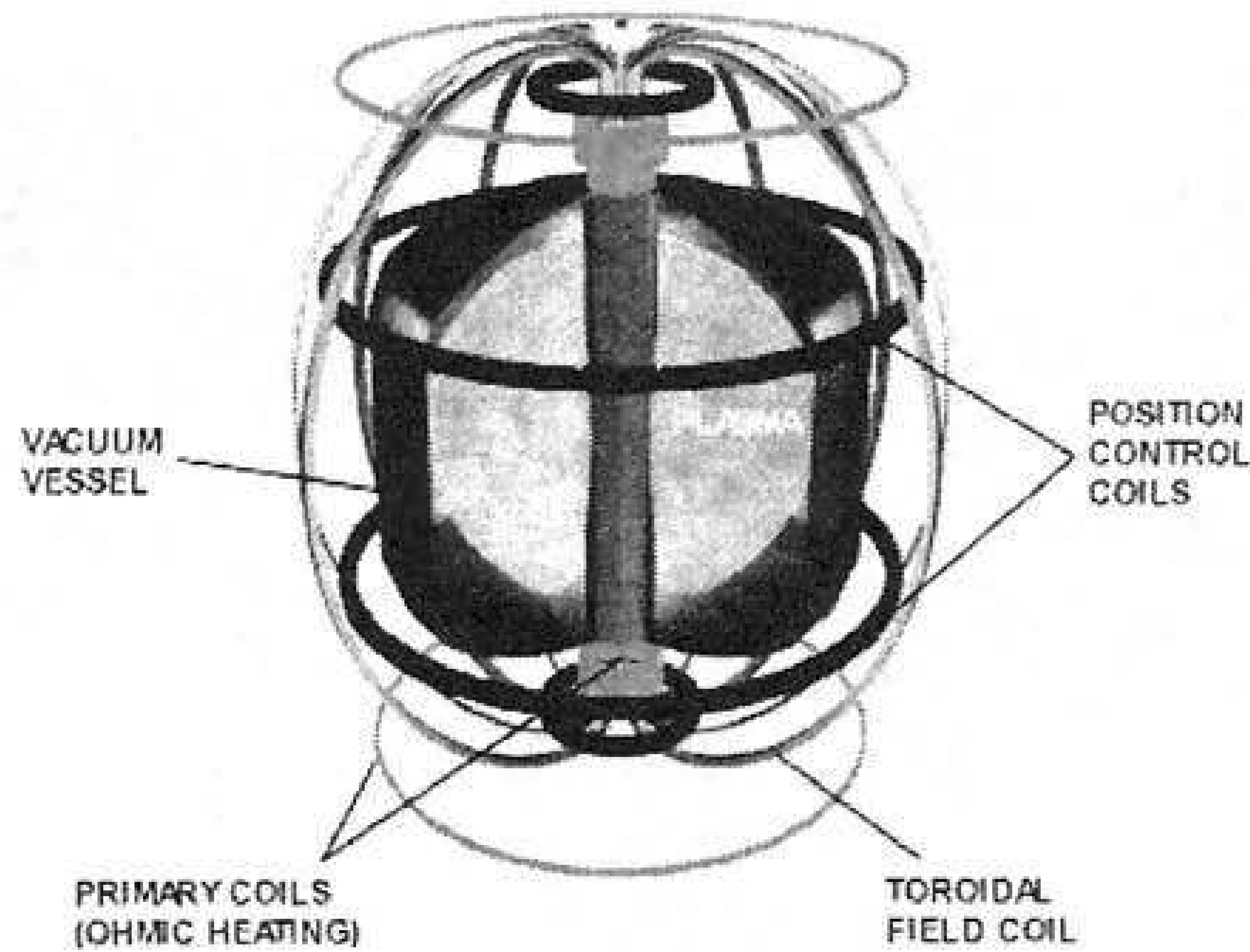
ولذلك تجرى أبحاث الاندماج في الأجهزة المبنية على استخدام التوكاماك (ويبين الشكلان (٥-٤) و (٥-٥) مخططاً له)



الشكل (٥-٤) نحو الأعلى- الشكل (٥-٥) نحو الأسفل



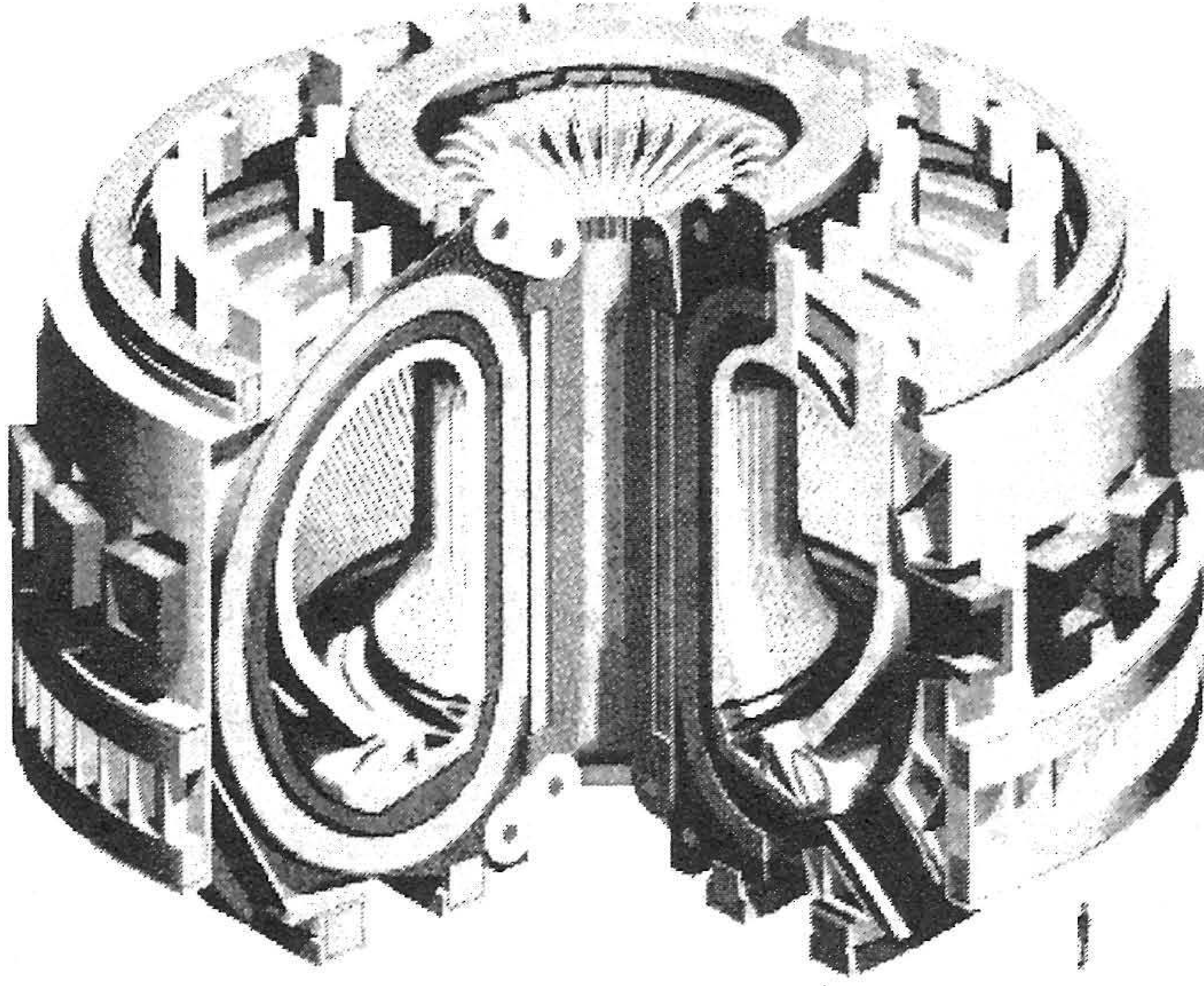
وله أنواع عديدة منها التوكاماك الكروي (أنظر الشكل (٥-٦))



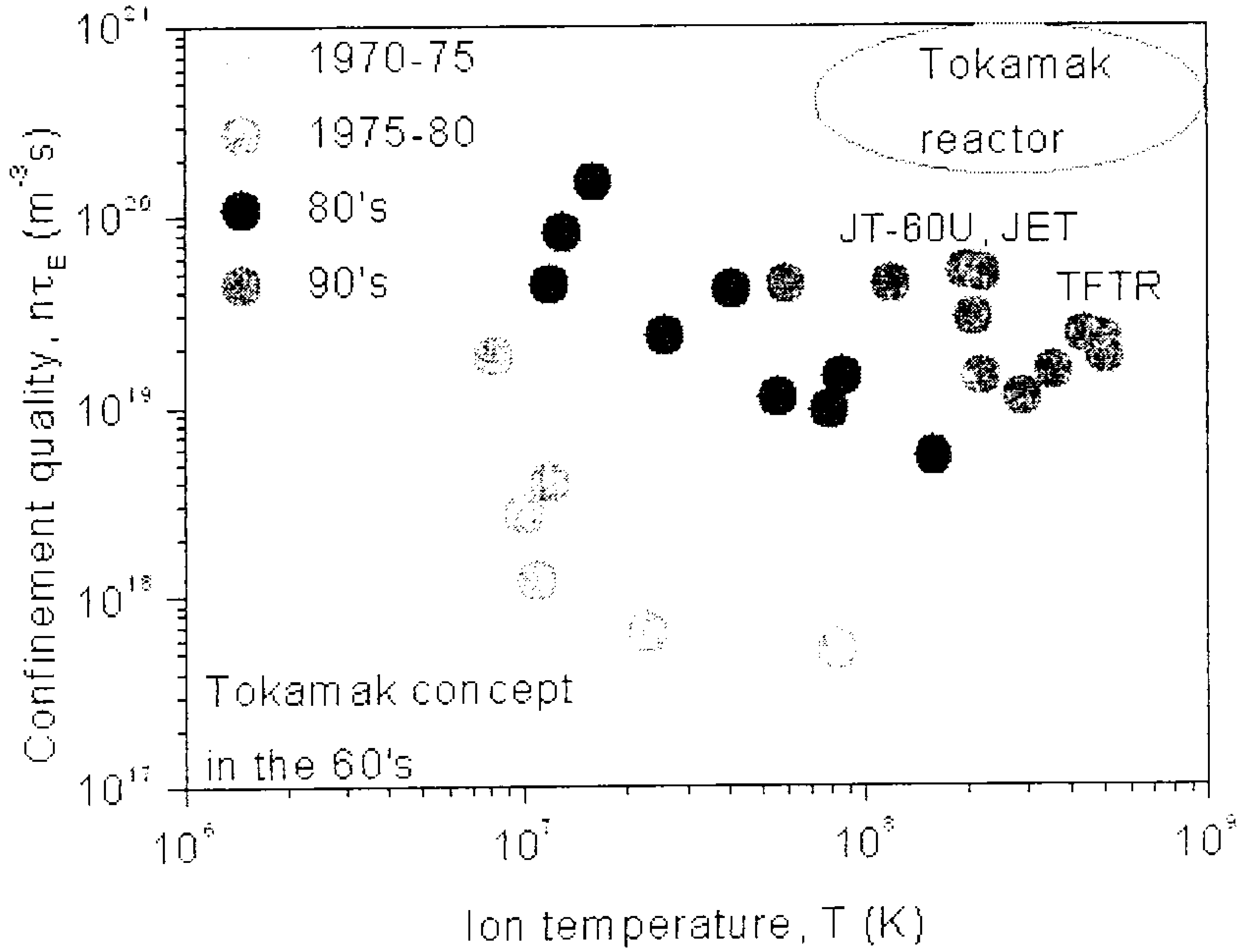
الشكل (٥-٦)

وذلك في مناطق مختلفة من العالم وذلك بغية الحصول على الطاقة الكهربائية بشكل اقتصادي من التفاعلات الاندماجية . فعلى سبيل المثال هناك العديد من البرامج الدولية الكبرى لدراسة فيزياء وهندسة إنشاء مفاعل بلازما اندماجي مثل جهاز JET الموجود بمدينة كالهام ببريطانيا وهو يمثل جهود الدول الأوروبية في هذا المجال ، TFTR بالولايات المتحدة ، JT-60 باليابان وكذلك المشروعات الضخمة التي تبنتها الوكالة الدولية للطاقة الذرية مثل مشروع INTOR وجهاز NET لدول أوروبا كمرحلة لاحقة لجهاز JET ويليه مفاعل اندماجي

إيضاحي DEMO ، وهناك أيضا مفاعل الاندماج التجريبي باليابان EFR والمشروع الضخم الذي يسمى مفاعل التوكاماك التجريبي العالمي ITER (أنظر الشكل (٥-٧)) ويجمع دول العالم المتقدم (المجموعة الأوروبية وأمريكا واليابان وروسيا) . ويظهر الشكل (٥-٨) تطور مردود التوكاماك من الطاقة بين سنوات الستينات والتسعينات . أما في الصين فهناك برنامجان أساسيان في معهد فيزياء البلازما في هيفاي والمعهد الجنوبي الغربي للفيزياء في ليشان ، وجميع جهود البحث في الاندماج النووي في الصين مبنية على أسلوب التوكاماك ، وهناك سبعة على الأقل من التوكاماكات الصغيرة والمتوسطة الحجم في الصين. وهناك برامج مماثلة في كل من ألمانيا وإيطاليا وأمريكا وإسرائيل . . . . . .

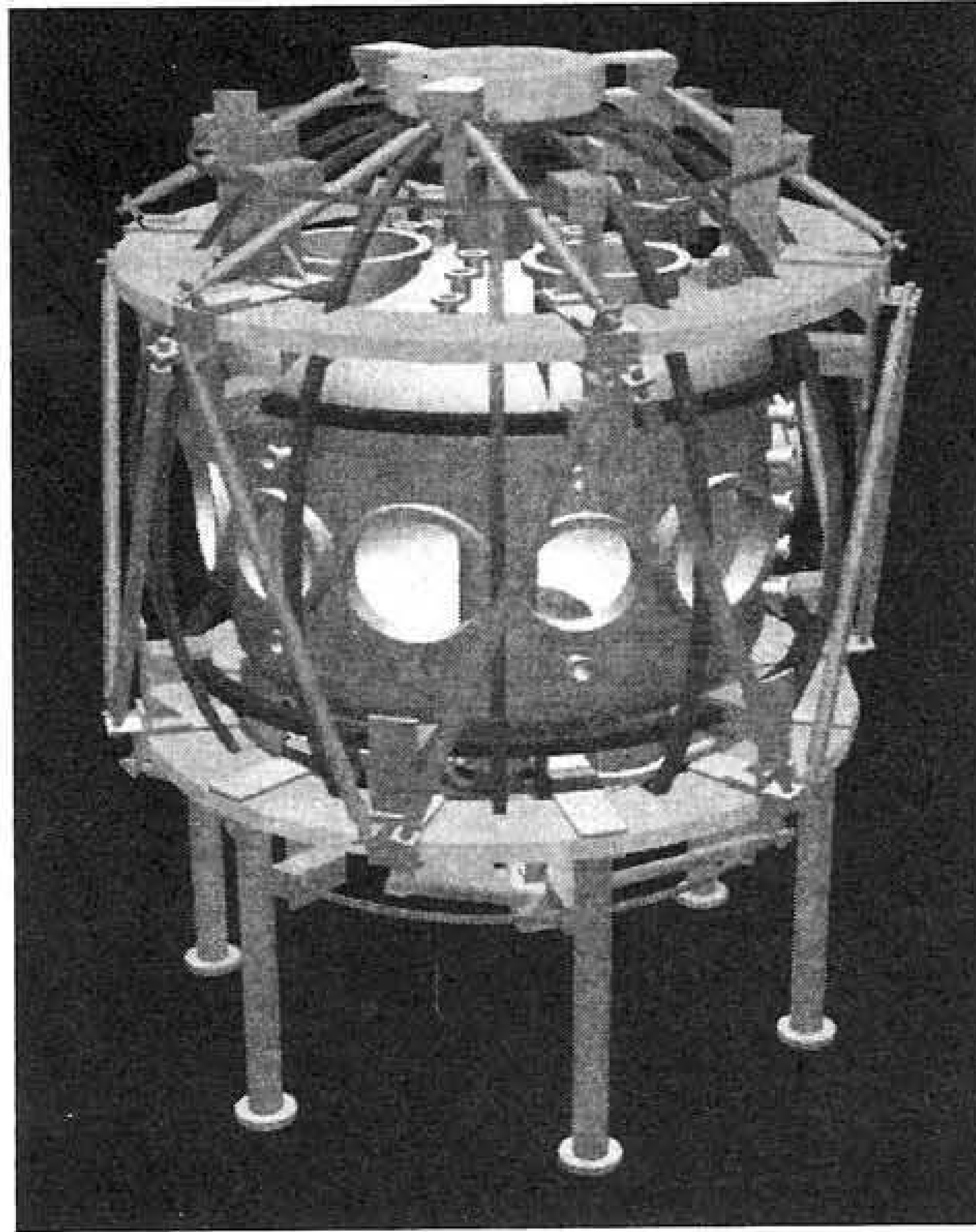


الشكل (٥-٧) مفاعل التوكاماك التجريبي العالميITER



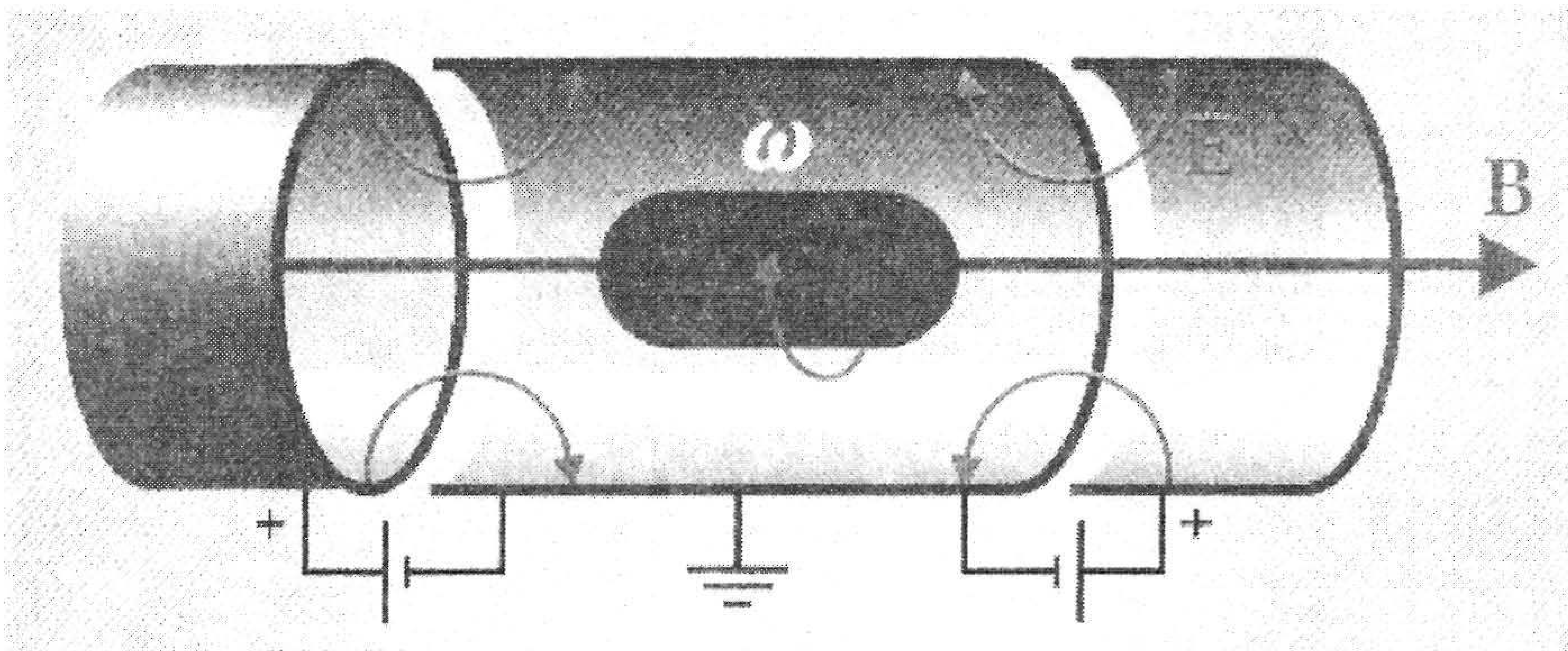
الشكل (٥-٨) تطور مردود التوكاماك بين سنوات الستينات والتسعينات

ولم تتخلف الدول النامية عن الدخول في مضمار فيزياء البلازما و الاندماج النووي ، ففي الهند يعد برنامج الهند في الاندماج المحكوم أكبر برنامج علمي في آسيا بعد الصين ، وأشهر أنواع التوكاماكات الموجودة هناك هو ADITYA في معهد بحوث البلازما في غاندهنغر ، أما في كوريا الجنوبية فهناك العديد من البرامج وأهمها في جامعة سيؤول الوطنية . وهناك أيضاً العديد من بحوث الاندماج النووي في الأرجنتين وإيران والباكستان وماليزيا وسنغافورة وتركيا وبولونيا وبلغاريا والتشيلي والبرازيل(ETE) – الشكل (٥-٩)، . . . إلخ بالإضافة إلى بعض المساهمات البحثية الأخرى في بعض الدول العربية . (هناك أكثر من ٦٢ معهداً مسجلاً في ٣٠ بلد نامي حتى وقت قريب) .



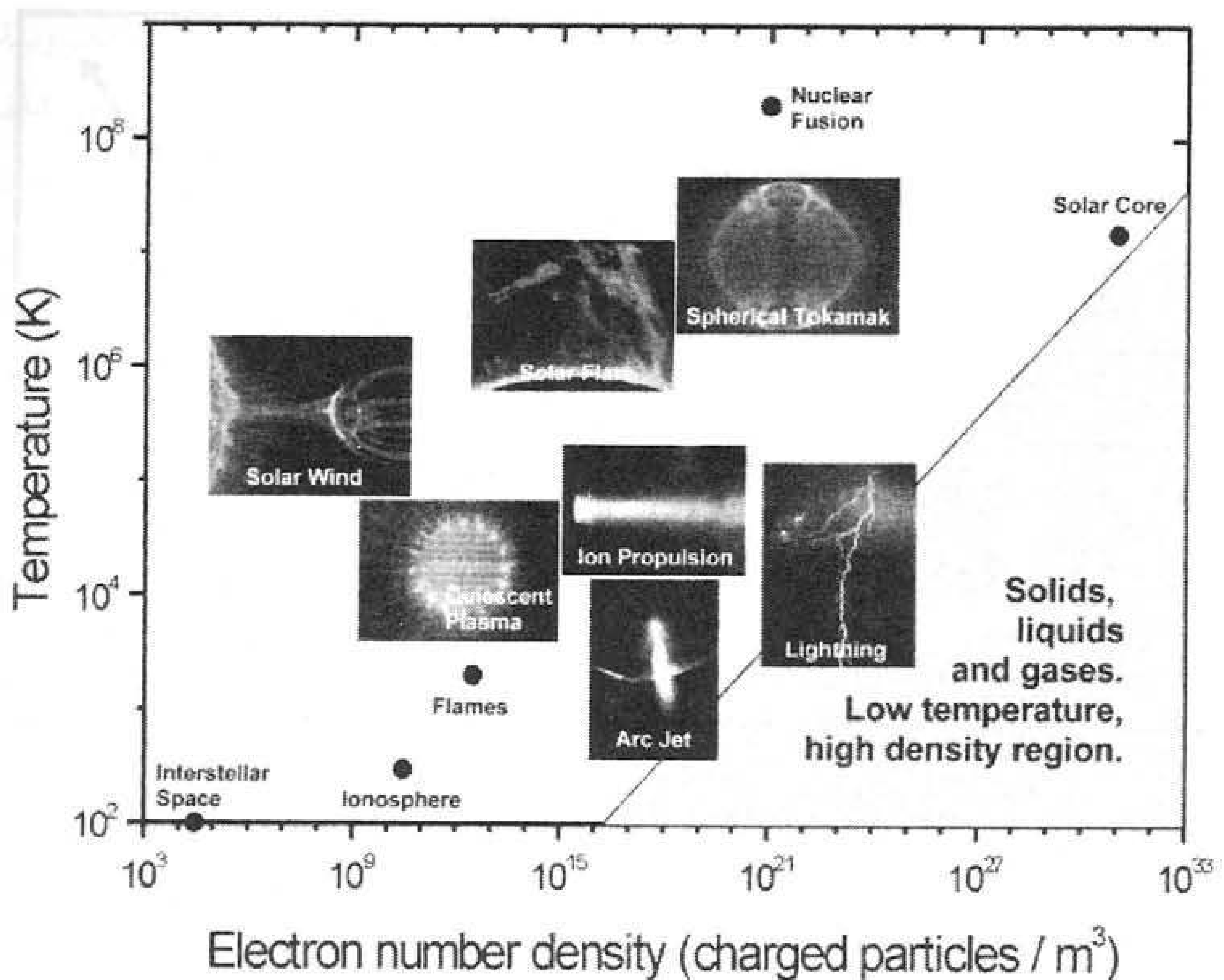
الشكل (٥-٩) التوكاماك(ETE)

تعتمد هذه الأجهزة على نظام الاحتواء المغناطيسي للبلازما باستخدام مغانط ضخمة من شأنها الحفاظ على أيونات البلازما في مدارات المجال المغناطيسي وزيادة كثافتها وحفظها بعيداً عن جدران الوعاء المحتوي . وفي هذا النظام لابد من ارتفاع طاقة التصادم بين نواتي ذرتي نظيري الهدروجين (الدوتيريوم والتريتيوم) إلى 2×10^4 eV لحدوث الاندماج ، كما يجب أن تتحقق الشروط المثلى لخصائص البلازما التي يتم عندها الاندماج النووي الحراري في آن معاً ، وهي درجة حرارة البلازما ١٠٠-٢٠٠ مليون درجة مئوية ، وكثافة البلازما ٢-٣× ١٠^٢٠ أيون لكل متر مكعب ، وزمن احتواء وحصر طاقة البلازما من ١-٢ ثانية . ويمكن حصر البلازما أيضاً باستخدام مصائد يمكن توضيحها بالشكل (٥-١٠) التالي :



الشكل (٥-١٠)

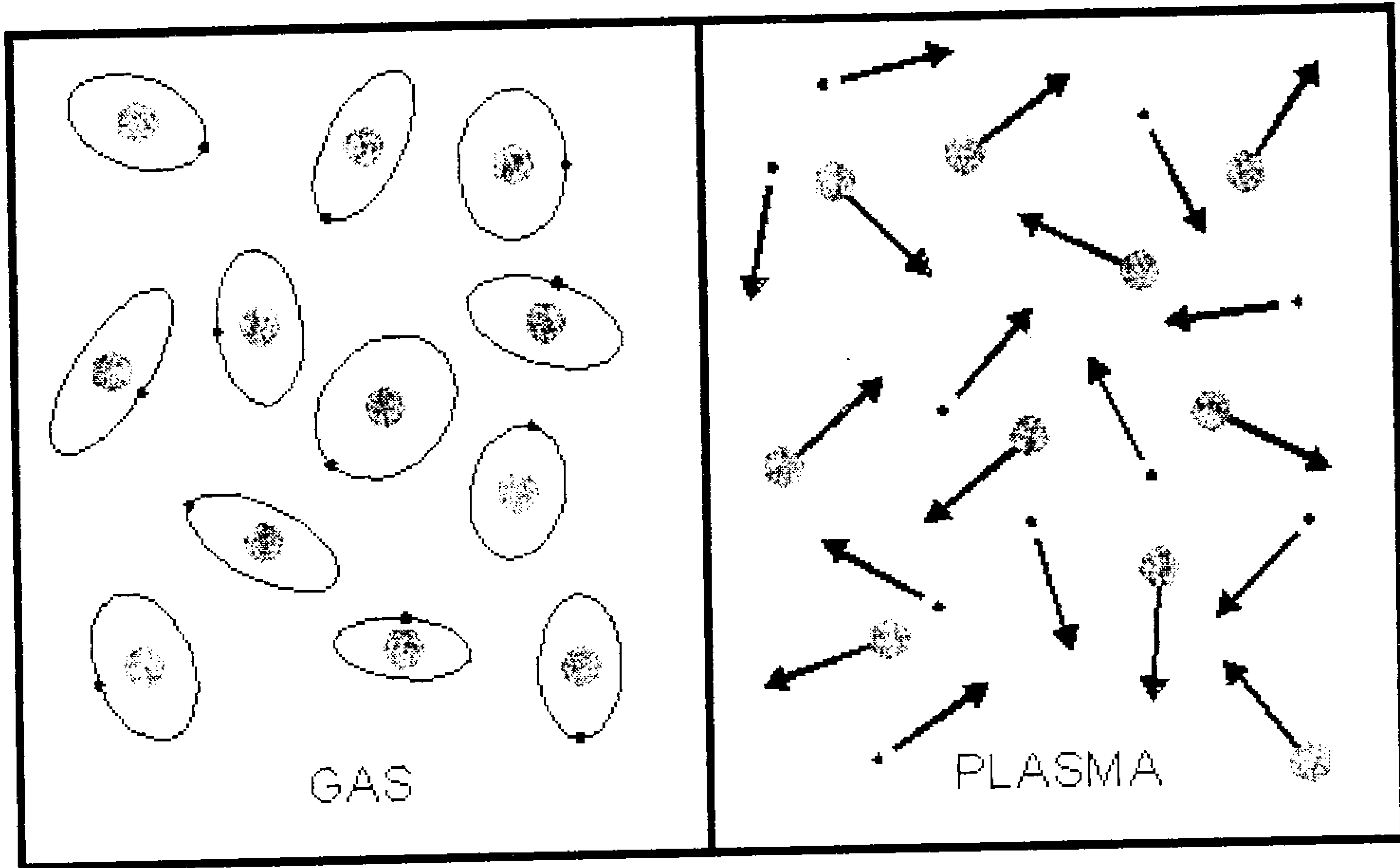
كما يوجد أيضاً نظام آخر للحصول على طاقة الاندماج النووي والذي يسمى نظام الاحتواء القصوري الذاتي حيث يعتمد على إطلاق حزم قوية من أشعة الليزر على كريات صغيرة مصنوعة من الدوتيريوم والتريتيوم الصلب حيث ترتفع درجة حرارتها إلى درجة عالية جداً وبسرعة وزمن محدود وقصير للغاية حتى تتحقق شروط الاندماج النووي من حيث درجة الحرارة وكثافة البلازما (التي تصل إلى أكثر من ٣×١٠^{٢٥} أيون لكل متر مكعب) وزمن حصر البلازما (ليصل إلى ٣×١٠^{-١١} ثانية). وقد أثبت حتى الآن النظام الأول عالمياً تفوقه وتقدمه على النظام الثاني الذي يوجد فقط بنجاح في الولايات المتحدة الأمريكية. والجدير بالذكر في هذا المجال أن أبحاث ودراسات الاندماج النووي الحراري، ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالتقدم في أبحاث ودراسة الظواهر الفيزيائية في البلازما وعلى هذا فإن التقدم المستمر في دراسة علوم فيزياء البلازما يساهم كثيراً في أبحاث ودراسات الحصول على طاقة هائلة من الاندماج النووي الحراري المحكوم. يبين الشكل (٥-١١) توزع حرارة البلازما مع كثافة الإلكترونات في الأنواع المختلفة من البلازما.



الشكل (٥-١١)

تتميز البلازما بأنها وسط مليء باللاإستقرارات التي قد تؤدي أحياناً إلى فقد مفاجئ لطاقة البلازما (وهذه هي المشكلة الأساسية في تفاعلات الاندماج النووي الحراري)، بالإضافة إلى ذلك هناك مشكلة الحصر أو الاحتواء، ويلعب تحليل أو دراسة اللااستقرارات فيها دوراً مركزياً في البحث بآليات التسخين اللاتصادمي والظواهر اللاخطية والاضطرابات فيها.

وهذا ما نشاهده في حياتنا اليومية في لمبات النيون (وهي عبارة عن أجهزة انفراغ ذات ضغط منخفض ومهبط بارد) ، ولمبات الفلوريسنت (وهي عبارة عن أجهزة انفراغ ذات ضغط منخفض)، وفي أقواس اللحام الكهربائي، وتعتمد كثافة الإلكترونات وحرارتها في هذا النوع من البلازما على شروط الانفراغ، ويمكن الحصول على البلازما بدون الانفراغ الكهربائي برفع درجة حرارة الغاز المعتدل ونحصل بالتالي على تأين حراري (أنظر الشكل (٥-١٢)) .



الشكل(٥-١٢)

حيث أن طاقة ارتباط الإلكترون في الجزيئات المعتدلة تكون من مرتبة بضعة eV (حيث $1eV= 11605\ K$). وهذا يعني أنه يجب رفع درجة حرارة الغاز إلى 10^4-10^5 K .

وبشكل مشابه فإن المعادن وأنصاف النواقل تحوي جسيمات متحركة مشحونة حرة الحركة. فمثلاً تبلغ كثافة إلكترونات الناقلية $10^{23}\ cm^{-3}$ في المعادن، وتحوي أنصاف النواقل إلكترونات متحركة وثقوب تكون كثافتها أقل من ذلك، ويمكن اعتبار حاملات الشحنة هذه كنوع من البلازما، ويسمى نظام إلكترونات الناقلية في المعادن بالبلازما الكوانتية وذلك بسبب كثافتها المرتفعة، وبالتالي يصبح مفعول التأثيرات المتبادلة بين الإلكترونات المتجاورة أساسي اعتماداً على الميكانيك الكوانتي.

لقد قاد فهم السّلوك المعقّد للبلازما إلى تَطَوّر مجال جديد من العلم في تطبيقاتَ البلازما في حياتنا اليومية يَتراوحَ بين الفيزياء الفلكية ومحاولات فهم الكون من إلى حولنا صناعَة الأفلام الرقيقة من أنصاف النواقل. سنحاولَ فيما يلي أنْ نلخّصَ بعضاً منها.

٥-٣ الطّلاء والأفلام:

حيث تستعمل هنا تكنولوجيا الحزم الأيونية لصناعة فيلم رقيق من البلازما و يَمكنَ أنْ يرسب على قاعدة برَشّها ببلازما. و هذا هو طلاء البلازما وهو يَخفض التآكلَ ويَزيّدَ الحماية

الحرارية . هذه الطّريقة تَستعملَ بشكل عام في الأوساط المَسَجَلة، والدارات الإلكترونية، وأدوات القص والأنصال التوربينية ومحرّكات الطائرة . كما تستعمل هذه التقانة في الحفر والطباعة و النقش على الرقائق الإلكترونية التي تصنع منها الحاسبات بدلاً من استعمال الكيمياء الكهربائية .

٥-٤ تطبيقات طبية حيوية:

يتم الاعتماد على بحوث الاندماج النووي على نحو واسع في الطب و الطب الحيوي . حيث حَسّنت بحوث الاندماج النووي من نوعية المغنطيسات بشكل مثير و استعملتْ في آجهزة المرنان MRI التي تستخدم في تصويرَ الدّماغ . ويمكن استخدام الأمواج الصادمة المتولدة في البلازما في تفتيت الحصى الكلوية آيضا ، تستعملَ تكنولوجياً تشخيص البلازماً في تَمييز خصائص البلازما المستعملةَ للتَصوير . كذلك فإن لتكنولوجياً اللّيزرَ التي تعتمد على بحوث الاندماج النووي العديد من التّطبيقات في العالم الطّبي مثل الحصول على حبيبات بودرة ناعمة جداً من مادة معينة بغية إعادة تصنيعها وهذه التقانة تستخدم أيضاً في التعويضات السنية .

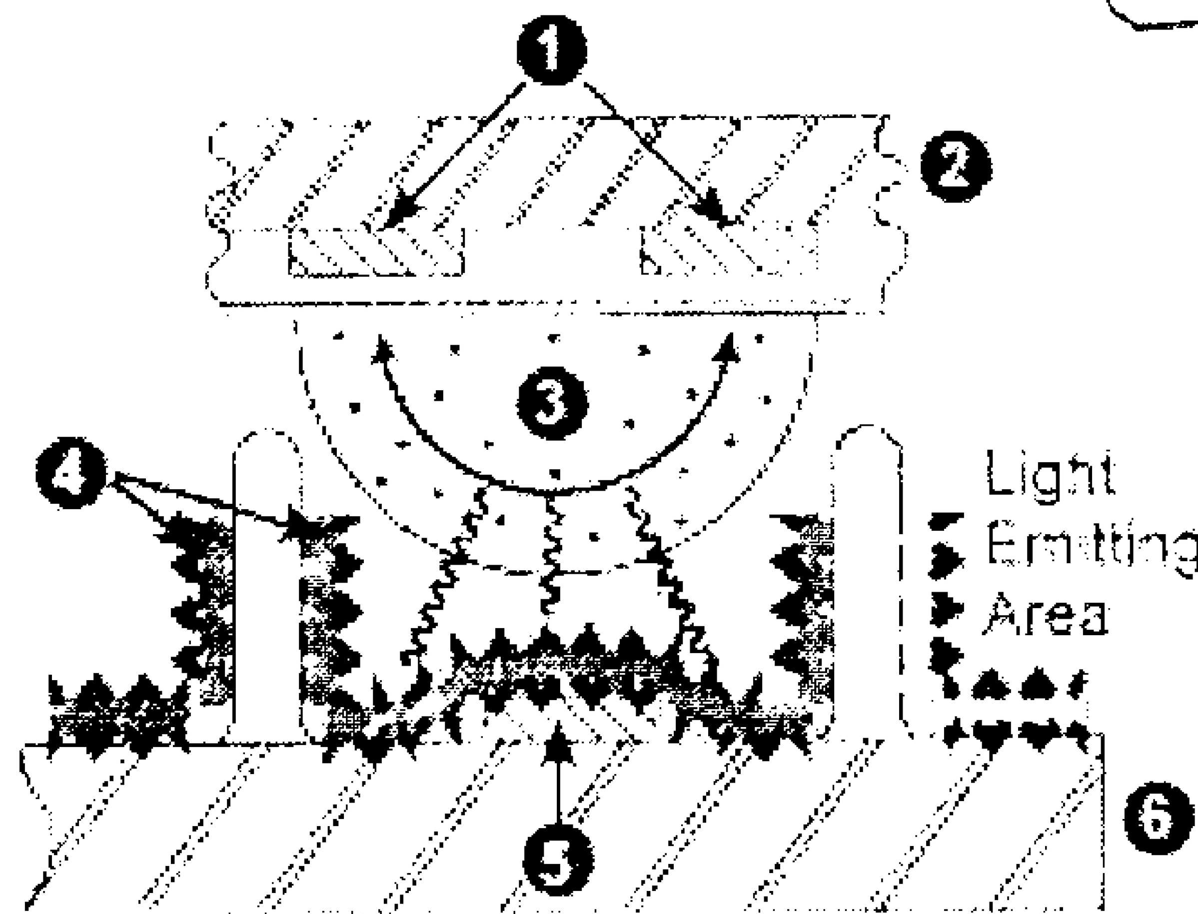
٥-٥ علم إلكترونيات البلازمِا والتكنولوجيا الجديدة:

تستعمل شاشات العرض البلازمية في التّلفزيونات وأيضا في تجهيزات آخرى وهي تَخفّضَ الفضاء (المكان) اللازم لهذه التجهيزات بشكل مثير . حيث آن شاشات الكاثود في التلفزيون الملون العادي تعمل من خلال تقسيم الشاشة إلى مربعات صغيرة تسمى البكسل pixel وهو عنصر الصورة ويكون هناك ثلاثة بيكسلات لكل من الألوان الأساسية وهي الأحمر والأخضر والأزرق وتكون موزعة على مساحة الشاشة وعند اصطدام الالكترونات بأي من هذه البكسلات يعطي ضوء بلون البكسل وهذا يكون الصورة .

تعمل شاشات البلازما بنفس الآلية حيث يتكون كل بكسل من ثلاث آلوان (الأحمر والأخضر والأزرق) ولكن لا يوجد الشعاع الالكتروني ولا توجد الشاشة الفسفورية إنما يتم توليد هذه الألوان الثلاثة في كل بكسل من خلال fluorescent lights ضوء فلوريسنت ومن خلال التحكم ودرجة شدة كل ضوء فلوريسنت ينتج اللون المطلوب وهذا يحدث على كل بكسلات الشاشة وعندها تتكون الصورة الكاملة .

يتم توليد ضوء الفلوريسنت من خلال البلازما التي تحدث في ظروف خاصة مثل آن يكون الغاز داخل مجال كهربائي كبير ناتج عن فرق جهد عالي مما يؤدي إلى انجذاب الالكترونات إلى الطرف الموجب والأيونات إلى الطرف السالب فتصطدم الالكترونات مع الايونات مما يؤدي إلى إثارة ذرات الغاز في البلازما وينتج عن هذه الإثارة تحرر طاقة في صورة فوتونات ضوئية كما هو الحال في المصابيح الفلوريسنت التي نستخدمها للإضاءة.

يتم في شاشات البلازما استخدام غاز مكون من ذرات النيون وذرات الزينون وعند إثارة هذا الغاز بالطريقة سابقة الذكر نحصل على فوتونات في مدى الترددات فوق البنفسجية التي لا ترى بالعين المجردة ولكن هذه الفوتونات تستخدم للإثارة للحصول على فوتونات بترددات في المدى المرئي. تتوزع ذرات النيون وذرات الزينون على آلاف الخلايا المحصورة بين لوحين من الزجاج المنطقة رقم (٢) و (٦) الموضحة في الشكل (٥-١٣).

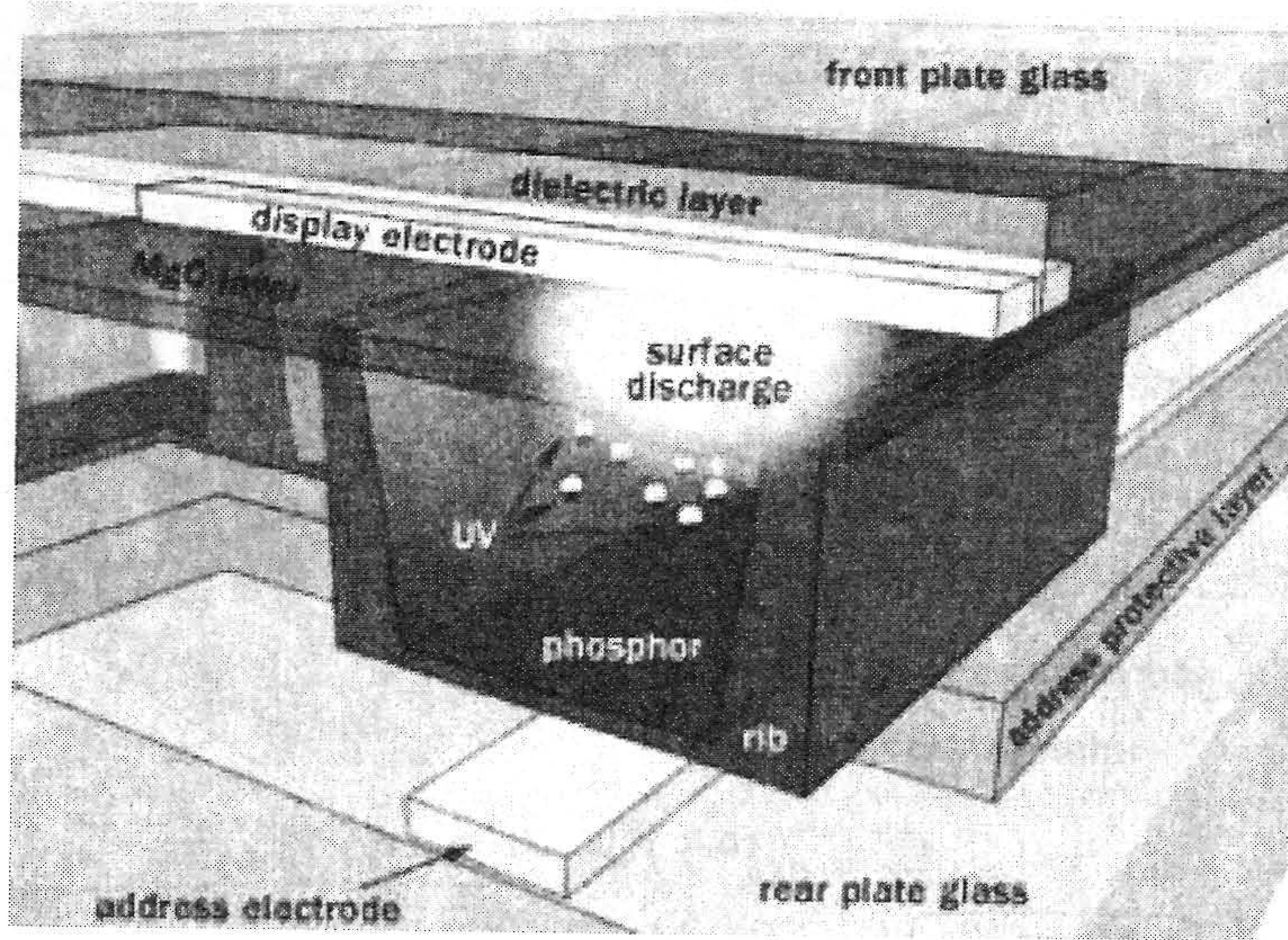


الشكل (٥-١٣)

يتصل باللوح الزجاجي الأمامي (٢) الكترود يسمى الكترود العرض Display Electrode ويتصل باللوح الزجاجي الخلفي (٦) الكترود العنونة Address Electrode. وبالتالي تصبح كل خلية ضوئية (تحتوي على ذرات النيون والزينون) محاطة بالكترود العرض من الأمام والكترود العنونة من الخلف.

تحيط مادة عازلة غير موصلة للكهرباء dielectric material الكترود العرض ومغطاة بطبقة واقية من أكسيد المغنيزيوم لتكون بين الخلية الضوئية ولوح الزجاج الأمامي.

يوضح الشكل (٥-١٤) اللون الأصفر للالكترود الأمامي والخلفي والخلايا الضوئية الموضحة باللون الأزرق ويوجد بجانبها خلية ضوئية خضراء وأخرى حمراء، كذلك موضح الطبقة الواقية الشفافة من MgO.

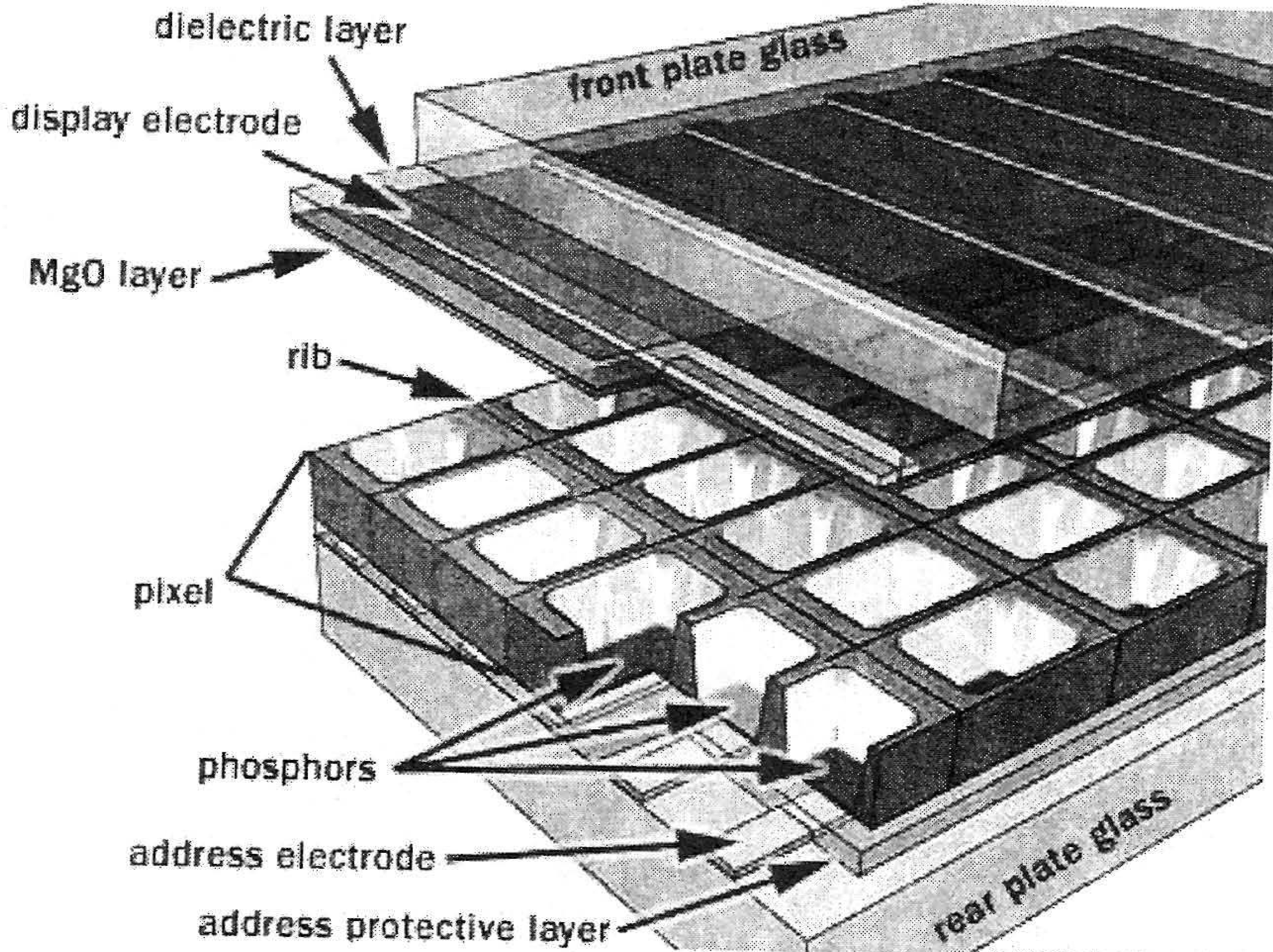


الشكل (٥-١٤)

بنظرة شمولية أكثر نلاحظ في الشكل (٥-١٥) كيف تترتب الخلايا الضوئية على مساحة الشاشة.

وتقسم الشاشة إلى وحدات صغيرة تسمى عناصر الصورة وتدعى بكسل وكل بكسل عبارة عن ثلاثة خلايا ضوئية للألوان الأحمر والأخضر والأزرق. ونلاحظ أيضا أشرطة الالكترود (اللون الأصفر) بحيث تكون مرتبة في صفوف متوازية ويكون الكترود العنونة ممدد على طول الخلايا الضوئية ذات اللون الواحد ويكون الكترود العرض ممدداً على طول البكسل.

وهذا يكون على طول وعرض الشاشة مما يشكل في النهاية شبكة من الالكترود. ويتحكم في عملية تأين الغاز في داخل أية خلية ضوئية كمبيوتر خاص للشاشة حيث يتحكم في توجيه الشحنة الكهربائية إلى الالكترودين المتعامدين فيحدث التفريغ الكهربائي في تلك الخلية وتتكرر هذه العملية آلاف المرات في جزء من الثانية.



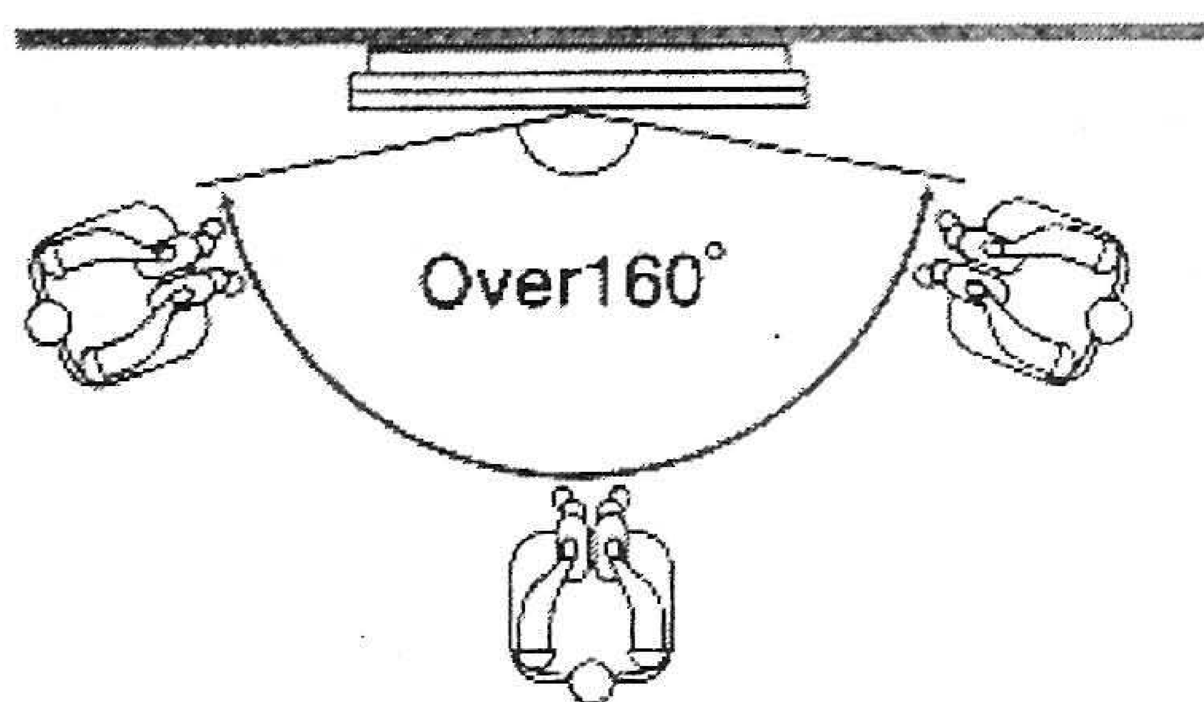
الشكل (٥-١٥)

عندما يشحن الالكترودين المتعامدين (المتقاطعين) يصبح هناك فرق جهد بينهما فيمر تيار كهربائي في تلك الخلية الضوئية التي تحتوي غاز النيون والزينون فيتأين الغاز ويتحول إلى بلازما وتنطلق أشعة كهرومغناطيسية (فوتونات) فوق بنفسجية.

تعمل الأشعة فوق البنفسجية المنطلقة من البلازما على إثارة المادة الفسفورية المغلفة للخلية الضوئية حيث تمتص الكترونات ذرات الفسفور فوتون الأشعة فوق البنفسجية وينتقل الإلكترون إلى مستويات طاقة أعلى وعند عودة الإلكترون المثار إلى مستوى طاقته الأصلي يعطي ضوء في المدى المرئي.

كما ذكرنا سابقاً فإن كل بكسل مكون من ثلاث خلايا ضوئية وكل خلية ضوئية مغلفة من الداخل بمادة فسفورية تعطي ضوء أحمر والثانية تعطي ضوء أخضر والثالثة تعطي الضوء الأزرق (أي أن هناك ثلاث أنواع مختلفة من الفسفور لكل خلية ليعطي الألوان الأساسية). وبالتحكم بشدة تيار النبضات الكهربية الموجهة بواسطة الكمبيوتر إلى الخلايا الضوئية المختلفة يمكن الحصول على خليط من الألوان الأساسية لتعطي في المحصلة كل الألوان الممكنة. وحيث أن التحكم يصل إلى كل بكسل فإن الصورة الناتجة من الشاشة ذات دقة عالية مهما كانت الزاوية التي ننظر إليها إلى الشاشة (الشكل (٥-١٦)).

ثلاث أنواع



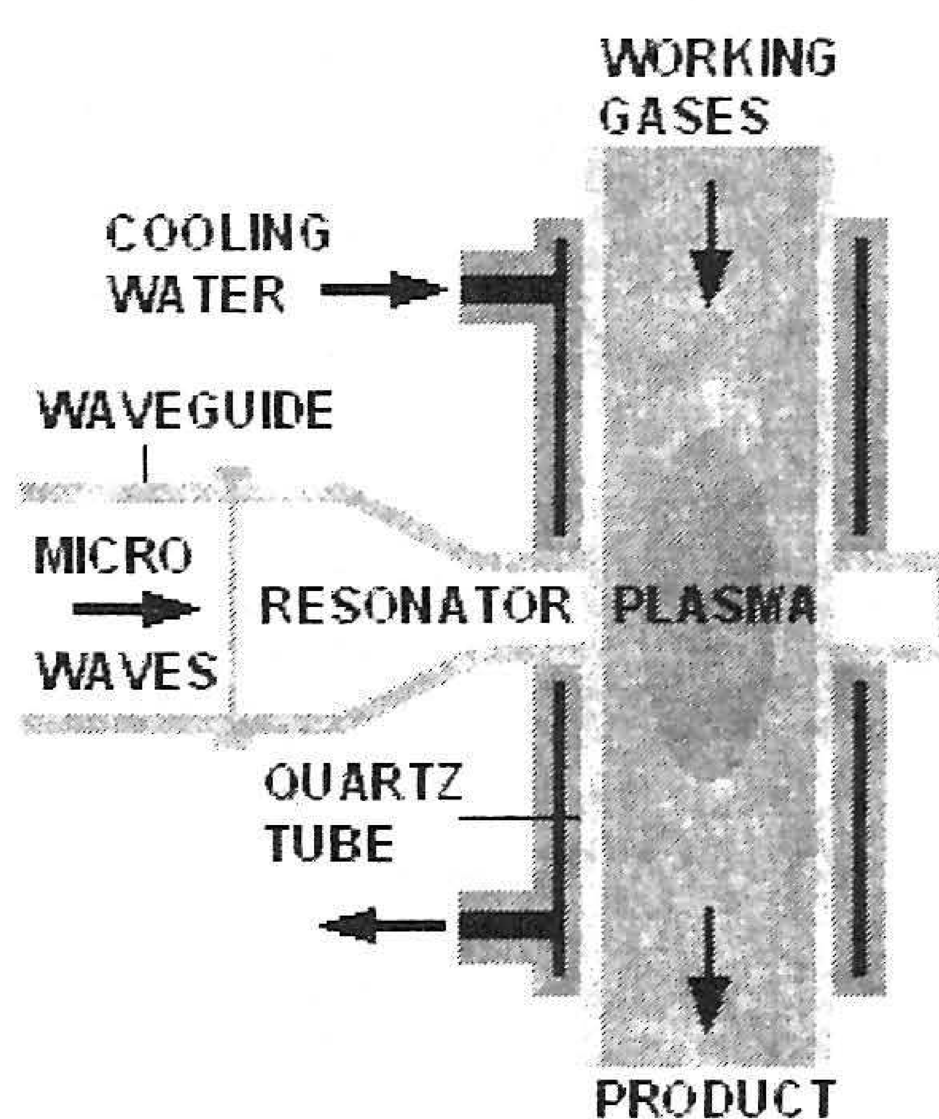
الشكل (٥-١٦)

ويستخدم علم إلكترونيات البلازما في زيادة كفاءة تجهيزات الاتصالات ويَخفّضَ كلفة صيانتها.

و تَعدّلَ تكنولوجيا البلازماً الجديدةَ أنظمةَ الإضاءةَ بزيَادَة كفاءة المصابيح حوالي ألف مرة من حيث العمر والنوعية، كما أن تكنولوجيا البلازما المنتجة ليزرياً تَحسّنَ الرادارات، والمحسّسات (المشعرات)، والعديد من الأجهزة الصّغيرة الأخرى.

٥-٦ معالجة النفايات:

بدلاً من إحّراق النفايات أو معالجتها بشكل كيميائي ذو تأثير سامَ، يَمكنَ استخدام تكنولوجيا البلازما لفرز هذه النفايات المنزلية والصناعية إلى عناصرها المكونة لها؛ فعلى سبيل المثال تتحول النفايات المنزلية إلى كربون نقي وآكسجين وهيدروجين مع حفنة من العناصر الأثقل مثل التنغستين والحديد والألمنيوم وغيرها من العناصر التي يمكن إعادة تصنيعها (الشكل (٥-١٧)).



الشكل (٥-١٧)

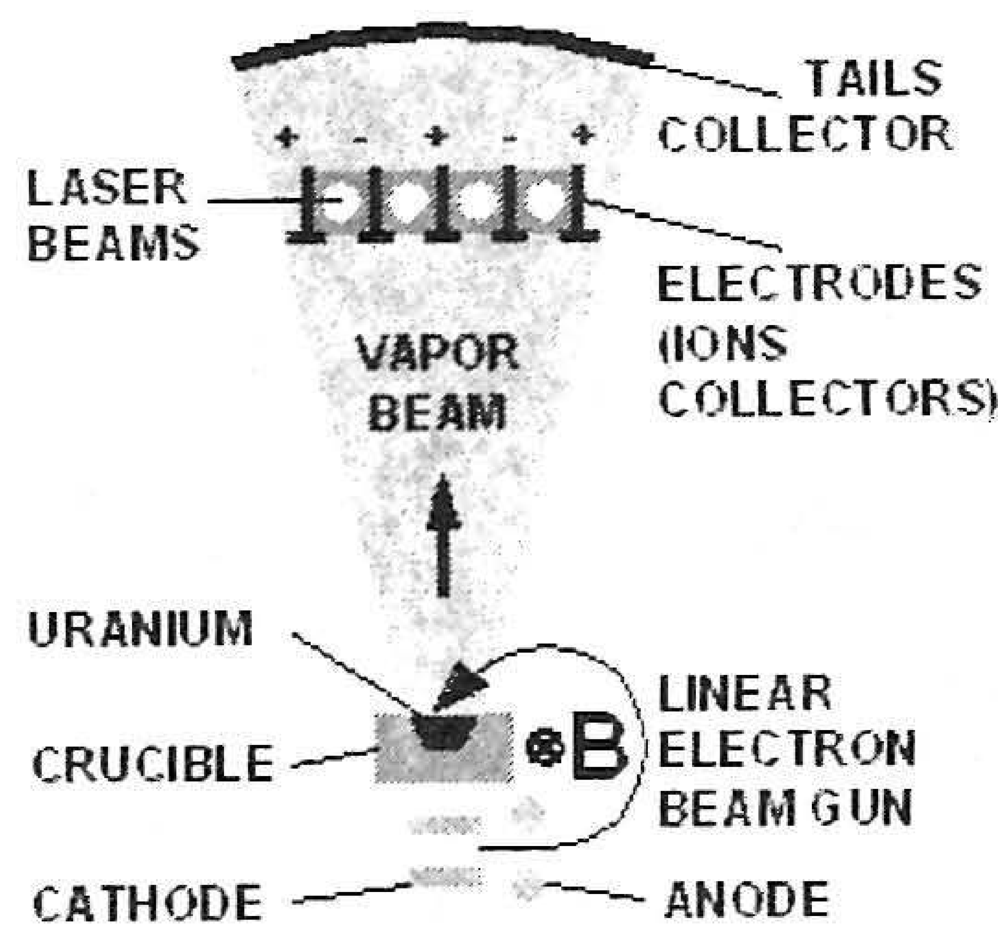
وتستخدم تكنولوجيا الحزم البلازمية لمَعالجةَ النشاط الإشعاعي لبعض النفايات الصناعية، كما تستخدم تكنولوجيا الأمواج المايكروية في بحوث الاندماج النوويّ لتَنظيفَ السطوح مثل إزالة الطّلاء من طائرة.

٥-٧ البلازما للتّعقيم

آحد الأنظمة الجديدة لتطبيقات البلازما آوجدت طرق جديدة محتملة لتنظيف السطوح وتعقيم الطّعام، والتعقيم الطبي، وتطبيقات آخرى. حيث آن التعقيم المثالي بالحرارة يستهلك وقتاً و يَمكنَ آنْ يخرّب المواد، هذه التكنولوجيا الجديدة للبلازما آظهرتْ آنْ إمكانية قتلَ الجراثيم على السّطوح المتعدّدة يتم في ثوان إلى دقائق. وبالإضافة إلى قتل الجراثيم، مثل هذه الأنظمة للبلازما تقتل الفيروسات آيضاً، وكذلك الفطور والبويغات. هذه الأنظمة تزوّدنا بطريقة لطيفة بيئياً آيضاً لمعاملة السطوح. وسوف تدخل هذه الأنظمة التّطبيقات الصّناعية المتعدّدة. وتعتمد معظم هذه الأنظمة على الحصول على الأوزون المستخدم في التعقيم وعلى سبيل المثال لا الحصر تستخدم هذه الطريقة في ماليزيا.

٥-٨ فصل النظائر المشعة:

تعتبر مصادر بلازما والسيطرة على الحقل المغناطيسي في إدَارَة شَحنات ذرّاتَ البلازماَ مهمة في فصل النظائر المشعة المستقرّة للاستعمال الطّبي والصّناعي(آنظر الشكلين (٥-١٨) و (٥-١٩)).

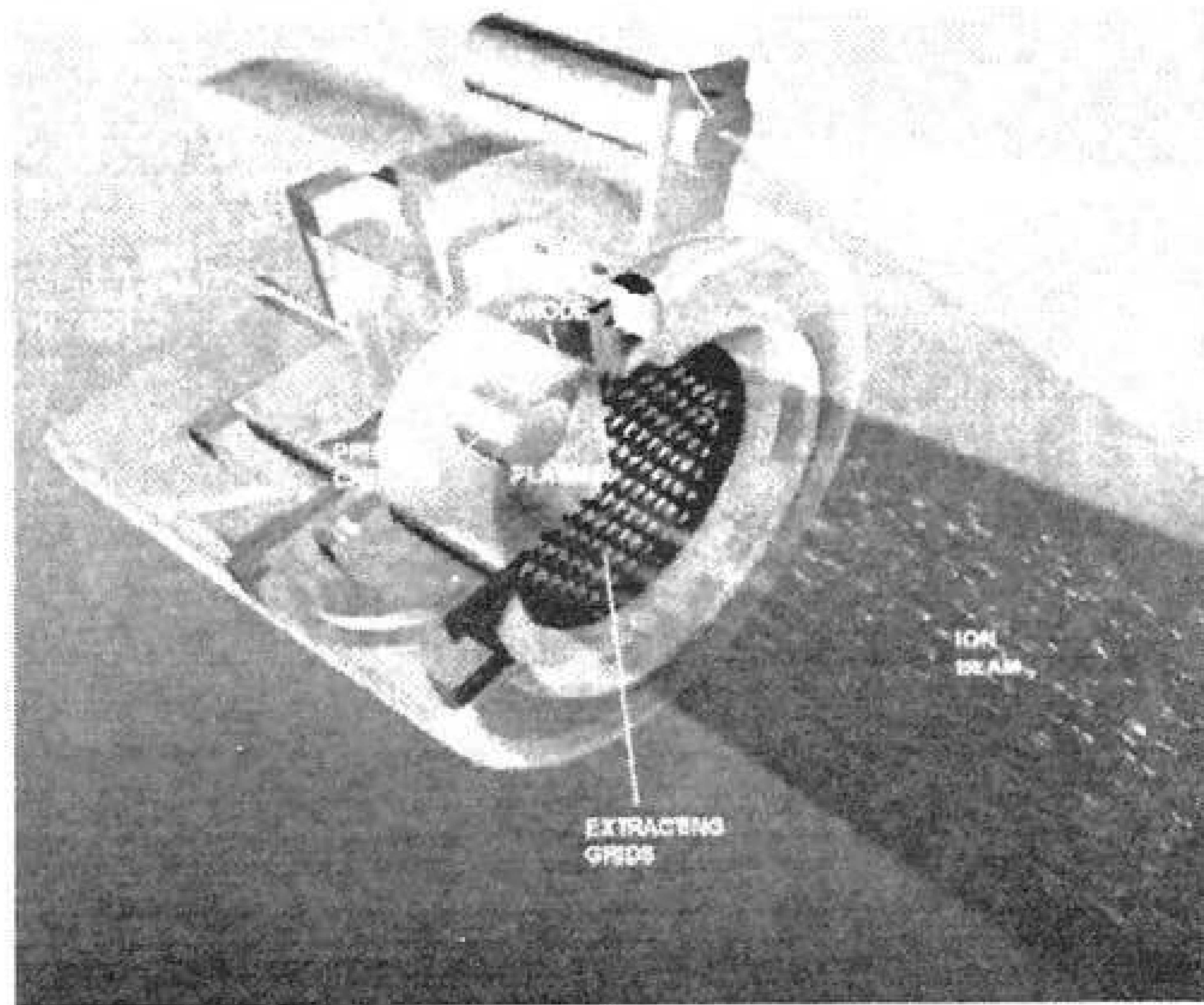


الشكل (٥-١٨)

ويستخدم جهاز حاقن الأيونات الثقيلة (Heavy Ion Injector) في فصل النظائر وزرع الأيونات.

٥-٩ تكنولوجيا لوحات الإعلان البلازمية:

تتألف لوحات الإعلان البلازمية بشكل عام من لوحين أو صحنين زجاجيين يحوي كل منهما أقطاب كهربائية متوازية، بحيث يشكل ظرف ملئ بمزيج غاز النيون والزينون. يطبق مجال كهربائي بين الأقطاب الكهربائية لخلق بلازما إنفراغ غازي. تعطي البلازما الضوء فوق البنفسجي و الذي يعطي بدوره ضوءاً مرئياً فوسفورياً أحادي اللون داخل الظرف الزجاجي. يمكن أن يتحلل إلى ثلاثة ألوان أخضر وأزرق أحمر. ويمكن تشكيل كل الألوان بجمع هذه الألوان الابتدائية مع تغيير كثافتها.



الشكل (٥-١٩)

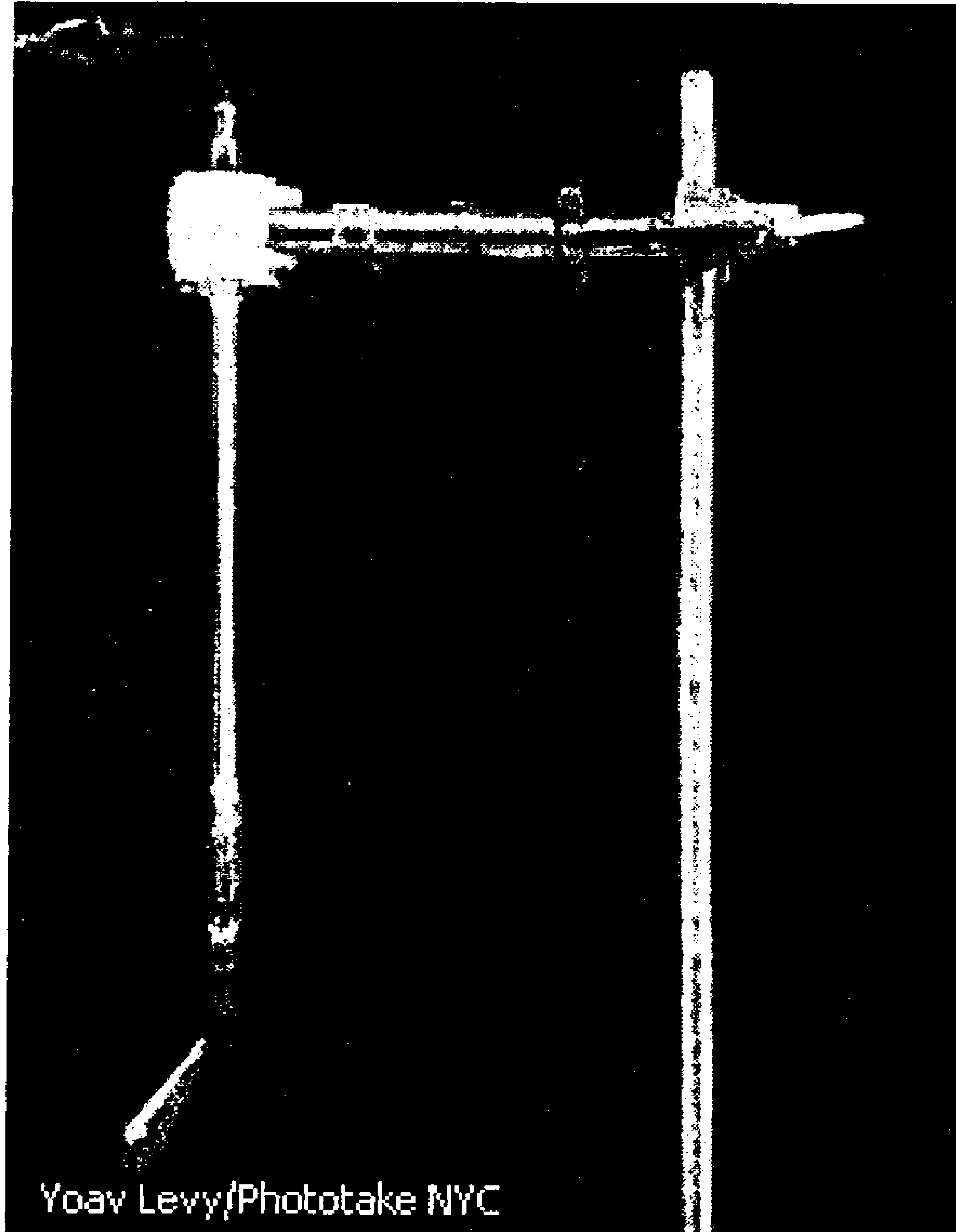
تمثل الإعلانات البلازمية إلى جانب عدد لا بأس به من الإعلانات المختلفة كإعلانات البلورات السائلة LCD وإعلانات الديود المضيء وإعلان التألق الذاتي إمكانية أخرى، والتي تعود بالأصل إلى الجمل التي تصدر الضوء تلقائياً نظراً لكون بلازما الغاز تلعب دوراً أساسياً داخله.

ويمكن التمييز من حيث المبدأ بين جمل الإعلان البلازمية للانفراغ التوهجي DC (ضوء توهجي) وبين جمل الإعلان البلازمية للانفراغ النبضي AC (ضوء توهجي غير مستقر).

٥-١٠ إنارة البلازما

إنّ البلازماً الصّناعيَة الأكثر تواجداً على كوكبنا هي البلازماً في المصابيح . ويوجد هناك من حيث المبدأ نوعان من المصابيح التي تعتمد البلازما مصدراً لها ، الأول هو لمبات النيون (وهي عبارة عن آجهزة انفراغ ذات ضغط منخفض ومهبط بارد) ، والثاني هو لمبات الفلوريسنت (وهي عبارة عن آجهزة انفراغ ذات ضغط منخفض) وتستخدم كثيراً في المنازل والصناعة والمجمعات التجارية ، بالإضافة إلى مصابيح الإنفراغ القوسي ذات الكثافة العالية . ويمكن كشف وهج المصابيح البلازمية من الفضاء الخارجي و تعطي المناظر البانورامية الرّائعة للمدن وخصوصاً آثناء الطيران فوقها في الليل . وتَستعملَ على نحو واسع في المنشآت الصّناعية والتّجارية مصادر إنارة ذات كثافة عالية وأيضا في إنارة الشوارع والساحات العامة . وهي تعمل على الإنفراغ القوسي ذو الكثافة العالية .

ويتعلق لون هذه المصابيح بالتركيب الكيميائي للبلازما . والشكل (٥-٢٠) . مثلاً يبين لون ضوء النيتروجين .



الشكل (٥-٢٠)

٥-١١ البلازما في النّقل

تستخدم تقانة الرش بالبلازما وهي تفيد بالتقليل من تأثير درجات الحرارة المرتفعة على سطوح وسائل النقل وخصوصاً الطائرات وكذلك تستخدم في ألبسة الوقاية، وفي معالجة مركّبات عوادم المحرّكات، وفي معالجة الغازات الناتجة عن إطلاق المركبات الفضائية.

فمثلاً ترش البلازما بواسطة الإنسان الآلي بدرجات حرارة عالية لتشكيل طبقات العزل الحراري للمركبات الفضائية بالإضافة للطائرات. كما ترش البلازما على سطوح المحركات لتأمين مقاومتها لدرجات الحرارة المرتفعة وخصوصاً محركات الديزل التوربينية. ويتم أيضاً استخدام تكنولوجيا البلازما لتحسين المدى وإنزال الطّائرة على المدارج القصيرة.

٥-١٢ فوائد في البيت

ونذكر هنا الإنارة بكفاءة عالية، صناعَة أنصاف النواقل لحاسبات البيت، أجهزة التلفزة ذات الشاشات البلازمية المسطّحة، ومعالجة سطح القماش الصّناعي لالتصاق الصّباغ عليه.

٥-١٣ تطبيقات في العمل:

البلازما مادة كيميائية جيدة لتنظيف السّطوح ومعَالَجَة البلاستيك ومعالجة الغازات ورش المواد، ومن أجل التحليل الكيميائي، لحام المعادن وقطعها وشغلها. صناعة المولدات التي تعتمد على مرور تيار من البلازما متعامداً على مجال مغناطيسي (المولدات حركة الموائع المغناطيسية MHD). توليد الأمواج المكروية. تطوير أجهزة الاتصال. تنقية المعادن. أجهزة التسجيل المغناطيسي. أجهزة التحكم والضبط..... إلخ

٥-١٤ جهاز مولد حركة الموائع المغناطيسية(MHD):

يستخدم في محطات توليد الطاقة الكهربائية. وهو عبارة عن جهاز يقوم بتحويل الطاقة الحركية لبلازما كثيفة تنساب خلال مجال مغناطيسي إلى طاقة كهربائية (تحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة كهربائية) وهو يجمع بين دورين الأول هو دور التوربين (أي تحويل الحرارة إلى طاقة ميكانيكية) والثاني دور المولد حيث يقوم بتحويل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة كهربائية (الشكل (٥-٢١)).



الشكل (٥-٢١) مبدأ عمل مولدات حركة الموائع المغناطيسية (MHD)

٥-١٥ استخدامات جهاز التفريغ التوهجي (GLOW DISCHARGE) في الصناعة:

من بين هذه التطبيقات، توليد المنابع الإشعاعية، ويمكن هنا دراسة إمكانية تحسين كل من المردود الضوئي ومواد الإضاءة ونوعيتها ولون الضوء لأنظمة الإضاءة الرئيسة التالية: مصابيح الضغط العالي- مصابيح المواد المضيئة- المصابيح الكهربائية.

كما تفيد عملية انفراغ الغازات في دراسة السلوك المرئي للانفراغ التوهجي في أنابيب الانفراغ المعدة لتشكيل أفلام رقيقة.

وتستخدم ظاهرة الانفراغ في دراسة الهندسة الكهربائية (المقومات الزئبقية) وفي التعدين وفي اللحام وصهر المعادن وفي الهندسة الكيميائية حيث يمكن الحصول على العديد من المركبات التي لا يمكن الحصول عليها بالطرق التقليدية.

كما تفيد عملية انفراغ الغازات في دراسة أنظمة الإعلان البلازمية. حيث تعتمد هذه الدراسة بالأساس على تمثيل المعلومات بمعطيات خاصة وفق رموز (أرقام، حروف، علامات، رسوم) حيث تحول ضمن إجراءات خاصة إلى إعلانات معدة إلكترونياً لتحول بعدها إلى المعلومات اللازمة، ويمكن الاستفادة من هذه الخاصية في العديد من المرافق العامة والبحثية مثل: مواقع تصنيع المعلومات- المعلومات والتحكم والمراكز الضريبية والأجهزة المكتبية والخزنات ومواقع التزود بالوقود وأجهزة القياس والساعات.

وتستخدم ظاهرة الانفراغ في معالجة السطوح بالبلازما، حيث يلعب الانفراغ الغازي دوراً هاماً في عمليات التوضع الطبقي وبصورة خاصة في الحصول على الأفلام الرقيقة. أما أهم استخدامات تقنية التوضع الطبقي (تراكب الطبقات) البلازمية وفقاً لآلية التنشيط والتي

يمكن تحقيقها وفق عدة طرق من التنشيط نذكر ما يلي : في مجال الإلكترونيات والبصريات والوقاية من الصدأ والديكورات والقياسات الهندسية . توافق هذه التطبيقات التنشيط بالانفراغ التوهجي والتنشيط بالرش DC

وتستخدم ظاهرة الانفراغ في استخدام البلازما كمنبع للجسيمات ، حيث يعتبر توليد الجسيمات (الأيونات ، إلكترونات حرة ، ذرات مثارة . . إلخ) عبارة عن سمة أساسية لمبدأ نشوء البلازما . بحيث يمكن وضمن تقانات معينة استخلاص أشعة الجسيمات الموجهة والتي يكون لها استخدامات واسعة في المصانع والبحوث ، مثل قياس طيف المادة وتسريع الجسيمات وتحليل السطوح ومراقبة الاندماج النووي وزرع الأيونات .

٥-١٦ جهاز الموجات الصادمة (SHOCK WAVES)

حيث يتم استخدام الأمواج المتولدة في البلازما في مجال تفتيت الحصى الكلوية ، وفي تكسير الصخور الضخمة لشق الطرق .

٥-١٧ جهاز ليزر البلازما:

وهو يستخدم الليزر كوسيلة حديثة لتشخيص البلازما ولدراسة تفاعلات الليزر مع البلازما ، كما يستخدم لإجراء بعض التطبيقات لليزر سواء الصناعية أو الطبية .

وتجدر الإشارة إلى أن الضوء الناتج من أشعة الليزر أقوى من الأجسام الصلبة ، حيث أن شدة المجال الكهربائي لشعاع الليزر تبلغ (5×10^{11}v/m) عندما تكون شدة إشعاعه) (3×10^{20} W/m^2) وفي أيامنا هذه تصل شدة إشعاع بعض أنواع الليزر إلى ما يقارب (10^{22}w/m^2) . وبالمقارنة مع شدة إشعاع مصباح كهربائي عادي (60 W) على بعد متر أو مترين فهي لا تزيد عن (0.1 w/m^2) حيث أن المجال الكهربائي لهذه الأشعة يفوق بكثير المجال الكهربائي الذي يربط ذرات المواد الصلبة بعضها ببعض وبذلك فإن المجال الكهربائي لشعاع الليزر سوف يؤثر على الكترونات المواد الصلبة ويفصلها عن الذرات تاركاً أيونات موجبة . وبهذا يحول الليزر جزء من المادة الصلبة إلى حالة بلازما .

يتضح مما سبق أنه يمكن استخدام أشعة الليزر المركزة لإنتاج بلازما عند درجات حرارة عالية جدا داخل المختبر وبتكلفة قليلة . ولهذا النظام العديد من التطبيقات الهامة في مجال

فيزياء الفلك حيث يتم اختيار نـوع مـادة الـهدف وتصميمه بشكل هندسي معين حتى تكـون البلازما الناتجة في المختبر مشابهة لظروف البلازما الحقيقية للنجم المراد دراسته .

٥-١٨ جـهاز البلازمـا متعـددة الأغـراض (MULTIPURPOSES PLASMA MCHINE)

يمكن استخدام هذا الجهاز في بعض التطبيقات للبلازما عند استخدام التفريغ الوهاجي مثل الرش والترسيب ، وكذلك تطبيق طرق حديثة للتشخيص باستخدام الليزر والجسيمات المعتدلة .

ملحقات
علاقات أساسية تستخدم عند الدراسة النظرية للبلازما

أولاً: جملة الواحدات:

لقد استخدمنا في هذا الكتاب الأشكال المختلفة للمعادلات في كل من الجملتين الدولية (mks-SI) والغاوصية (cgs-Gaussian) حيث أننا نحتاج إلى كلتا الجملتين وذلك بحسب نوع وأبعاد البلازما المدروسة. ونود الإشارة إلى أننا نستخدم أحياناً الأحرف الغامقة للدلالة على المتجهات بدون وضع السهم عليها. فمثلاً نكتب معادلات ماكسويل في الفراغ على النحو التالي في كلتا الجملتين السابقتين:

mks-SI	cgs-Gaussian
$\nabla \cdot \mathbf{D} = e(n_i - n_e)$	$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi e(n_i - n_e)$
$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$	$c\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}}$	$c\nabla \times \mathbf{B} = 4\pi \mathbf{j} + \dot{\mathbf{E}}$
$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} \qquad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$	$\epsilon = \mu = 1$
$mn\dfrac{d\mathbf{v}}{dt} = qn(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla p$	$mn\dfrac{d\mathbf{v}}{dt} = qn\left(\mathbf{E} + \dfrac{1}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right) - \nabla p$
$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0$	$\mathbf{E} + \dfrac{1}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0$

ثانياً: بعض الثوابت والعلاقات المفيدة:

Constants

		mks	cgs
c	velocity of light	3×10^{8} m/sec	3×10^{10} cm/sec
e	electron charge	1.6×10^{-19} C	4.8×10^{-10} esu
m	electron mass	0.91×10^{-30} kg	0.91×10^{-27} g
M	proton mass	1.67×10^{-27} kg	1.67×10^{-24} g
M/m		1837	1837

Formulas

		mks	cgs-Gaussian	Handy formula (n in cm^{-3})
v_s	acoustic speed ($T_i = 0$)	$\left(\frac{KT_e}{M}\right)^{1/2}$	$\left(\frac{KT_e}{M}\right)^{1/2}$	$10^6\, T_{eV}^{1/2}\, \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$ (H)
v_E	$E \times B$ drift speed	$\frac{E}{B}$	$\frac{cE}{B}$	$10^8\, \frac{E(\mathrm{V/cm})}{B(\mathrm{G})}\, \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$
v_D	diamagnetic drift speed	$\frac{KT}{eB}\frac{n'}{n}$	$\frac{cKT}{eB}\frac{n'}{n}$	$10^8\, \frac{T_{eV}}{B}\, \frac{1}{R}\, \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$
β	magnetic/ plasma pressure	$\frac{nKT}{B^2/2\mu_0}$	$\frac{nKT}{B^2/8\pi}$	
v_{the}	electron thermal speed	$\left(\frac{2KT_e}{m}\right)^{1/2}$	$\left(\frac{2KT_e}{m}\right)^{1/2}$	$5.9 \times 10^7\, T_{eV}^{1/2}\, \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$
ν_{ei}	electron–ion collision frequency		$\approx \frac{\omega_p}{N_D}$	$\simeq 2 \times 10^{-6}\, \frac{Zn_e \ln \Lambda}{T_{eV}^{3/2}}\, \mathrm{sec}^{-1}$
ν_{ee}	electron–electron collision frequency			$\simeq 5 \times 10^{-6}\, \frac{n \ln \Lambda}{T_{eV}^{3/2}}\, \mathrm{sec}^{-1}$
ν_{ii}	ion–ion collision frequency		$Z^4\left(\frac{m}{M}\right)^{1/2}\left(\frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2} \nu_{ee}$	
λ_{ei}	collision mean free path		$\approx \lambda_{ee} \approx \lambda_{ii}$	$\simeq 3.4 \times 10^{13}\, \frac{T_{eV}^2}{n \ln \Lambda}\, \mathrm{cm}$(H)
v_{osc}	peak electron quiver velocity	$\frac{eE_0}{m\omega_0}$	$\frac{eE_0}{m\omega_0}$	$\frac{v_{osc}^2}{c^2} = 7.3 I_{19} \lambda_\mu^2$ $\frac{v_{osc}^2}{v_e^2} = 3.7\, \frac{I_{13}\lambda_\mu^2}{T_{eV}}$

ثالثاً بعض العلاقات الأساسية في المتجهات:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \equiv (\mathbf{ABC})$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{D}) - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{C})$$

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \times (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = (\mathbf{ABD})\mathbf{C} - (\mathbf{ABC})\mathbf{D} = (\mathbf{ACD})\mathbf{B} - (\mathbf{BCD})\mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\phi \mathbf{A}) = \mathbf{A} \cdot \nabla \phi + \phi \nabla \cdot \mathbf{A}$$

$$\nabla \times (\phi \mathbf{A}) = \nabla \phi \times \mathbf{A} + \phi \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) - (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} - (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} - \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{A})$$

$$(\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{A} = \nabla(\tfrac{1}{2}A^2) - \mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{A})$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

$$\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A}(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B}\nabla \cdot \mathbf{A} + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B}$$

$$\nabla \times [(\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{A}] = (\mathbf{A} \cdot \nabla)(\nabla \times \mathbf{A}) + (\nabla \cdot \mathbf{A})(\nabla \times \mathbf{A}) - [(\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \nabla]\mathbf{A}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - (\nabla \cdot \nabla)\mathbf{A}$$

$$\nabla \times \nabla \phi = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

Cylindrical Coordinates (r, θ, z)

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}A_\theta + \frac{\partial}{\partial z}A_z$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\hat{\mathbf{r}} + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\hat{\boldsymbol{\theta}} + \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]\hat{\mathbf{z}}$$

$$\nabla^2\mathbf{A} = (\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\nabla})\mathbf{A} = \left[\nabla^2 A_r - \frac{1}{r^2}\left(A_r + 2\,\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta}\right)\right]\hat{\mathbf{r}}$$

$$+\left[\nabla^2 A_\theta - \frac{1}{r^2}\left(A_\theta - 2\,\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)\right]\hat{\boldsymbol{\theta}} + \nabla^2 A_z\,\hat{\mathbf{z}}$$

$$(\mathbf{A}\cdot\boldsymbol{\nabla})\mathbf{B} = \hat{\mathbf{r}}\left(A_r\,\frac{\partial B_r}{\partial r} + A_\theta\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial B_r}{\partial\theta} + A_z\,\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{1}{r}\,A_\theta B_\theta\right)$$

$$+\,\hat{\boldsymbol{\theta}}\left(A_r\,\frac{\partial B_\theta}{\partial r} + A_\theta\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial B_\theta}{\partial\theta} + A_z\,\frac{\partial B_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r}\,A_\theta B_r\right)$$

$$+\,\hat{\mathbf{z}}\left(A_r\,\frac{\partial B_z}{\partial r} + A_\theta\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial B_z}{\partial\theta} + A_z\,\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)$$

الكتب والمراجع

1- Introduction to Plasma Physics controlled fusion. Vol. 1: Plasma physics. Francis Chen. University of California. Los Angeles.

2- The physics of Laser Plasma Interactions. Wiliam L. Kruer. Addison-Wesley Publishing Company. Library of Congress. ISBN0-201- 15672-5.

3- Plasma Physics. J. G. Linhart. The European Atomic Energy Community-EURATOM. Belgium.

4- Plasma Dynamics. R.O. Dendy. Oxford Science. Publications.

5- **www.dae.inpe.br**

6- **www.iagusp.usp.br**

7- **www.das.inpe.br**

٨- بعض المحاضرات المقدمة في المركز الدولي للفيزياء النظرية خلال ندوات فيزياء البلازما

فهرس المحتويات